Задача 2000. Есть n мудрецов и неограниченный запас колпаков каждого из n различных цветов. Мудрецы одновременно закрывают глаза, и каждому из них надевают на голову колпак (например, все надетые колпаки могут оказаться одного цвета). Затем мудрецы открывают глаза. Каждый видит, какие колпаки надеты на остальных, но не видит своего. После этого каждый мудрец пытается угадать, какого цвета его колпак, записав свою гипотезу на бумажке втайне от остальных. Докажите, что мудрецы могут заранее договориться таким образом, чтобы в любом случае хотя бы один угадал цвет своего колпака.

Решение. Занумеруем цвета числами от 1 до n. Обозначим через s остаток от деления на n суммы номеров цветов на головах мудрецов (номер каждого цвета учитываем столько раз, на скольких мудрецах колпак такого цвета). Если известна величина s и цвета всех колпаков, кроме одного, то цвет этого колпака устанавливается однозначно. Поэтому мудрецы могут договориться, что один из них исходит из гипотезы, что $s = 0$, другой считает, что $s = 1$, ещё один — что $s = 2$, и так далее вплоть до $s = n - 1$. При таком способе один и только один мудрец (тот, чьё предположение о величине s истинно) угадает цвет своего колпака.