

Задача 1610. Переаттестация Совета Мудрецов происходит так: король выстраивает их в колонну по одному и надевает на голову каждому колпак а) белого или чёрного; б) белого, синего или красного цвета. Каждый мудрец видит цвета колпаков всех других мудрецов, но не видит цвет своего колпака. Затем мудрецы по одному называют какой-нибудь цвет (каждому разрешено говорить только один раз). После этого король исключает из Совета всех, не угадавших цвет своего колпака. Могут ли мудрецы накануне переаттестации договориться, чтобы все, кроме быть может одного, избежали исключения?

Решение. а) Пусть мудрец, который говорит первым, скажет «чёрный», если видит нечётное число чёрных колпаков, и «белый» в противном случае. Поскольку другие мудрецы знают, какого цвета его колпак, они по тому, казнит его король или нет, вычисляют, чётное или нечётное число чёрных колпаков надето на всех мудрецах на самом деле. Этой информации — вместе с тем, что каждый из них видит всех, кроме себя самого, — достаточно для того, чтобы все мудрецы, кроме (быть может) первого, избежали казни.

б) Решение по сути такое же, как в предыдущем пункте, только вместо чётности первому говорящему можно порекомендовать рассмотреть остаток от деления суммы количества синих колпаков и удвоенного количества красных колпаков на 3.