

**Задача 1260\*.** Найдите все такие натуральные  $n$ , для которых  $2^n + 1$  кратно  $n^2$ .

**Решение.** Пусть  $n > 3$  и  $2^n + 1$  кратно  $n^2$ . Представим  $n$  в виде  $n = 3^a t$ , где  $t$  не кратно 3. Тогда  $a > 1$ . Индукцией по  $a$  при помощи формулы суммы кубов можно доказать, что  $(2^m)^{3^a} + 1$  не делится на  $3^{a+2}$ . Число  $n^2$  делится на  $3^{2a}$ . Очевидно,  $2a \geq a + 2$ . Значит,  $2^n + 1$  не делится на  $n^2$  при  $n > 3$ .

*Ответ:*  $n = 1$  или 3.