

Задача 867. На уроке танцев 17 мальчиков и 17 девочек построили двумя параллельными рядами так, что образовалось 17 пар. В каждой паре рост мальчика отличается от роста девочки не более чем на дециметр. Докажите, что если в каждом ряду перестроить мальчиков и девочек по росту, то по-прежнему в каждой паре мальчик и девочка будут отличаться не более чем на дециметр.

Решение. Построим и мальчиков, и девочек в пары в порядке убывания роста. Пусть в k -й паре рост мальчика B_k отличается от роста его девочки G_k больше, чем на дециметр (для определённости, пусть B_k выше, чем G_k). Тогда B_k , а значит и все первые k мальчиков, выше следующих за G_k девочек больше чем на дециметр. Таким образом, на уроке в парах с этими k мальчиками могли стоять только предшествующие G_k девочки, а их лишь $k - 1$. Противоречие.