

Задача 407. Пусть m и n — натуральные числа, причём $n > m$. Докажите, что n представимо в виде суммы двух натуральных чисел, одно из которых — делитель числа m , а другое взаимно просто с m .

Решение. Обозначим буквой d произведение простых чисел, на которые делится число m и не делится число n . (Если таких простых чисел нет, пусть $d = 1$.) Очевидно, d — делитель числа m . Разность $n - d$ не делится ни на те простые делители числа m , которые являются делителями уменьшаемого и поэтому не являются делителями вычитаемого, ни на те, которые не являются делителями уменьшаемого и являются делителями вычитаемого.