**Задача 274.** Найдите наименьшее число вида а) $|11^m - 5^n|$; б) $|36^m - 5^n|$; в) $|53^m - 37^n|$, где $m$ и $n$ — натуральные числа.

**Решение.** а) Если $11^m > 5^n$, то $|11^m - 5^n|$ оканчивается цифрой 6, иначе — цифрой 4. Очевидно, $|11^2 - 5^3| = 4$.

б) Если $36^m > 5^n$, то $|36^m - 5^n|$ оканчивается на 1, иначе — на 9. Если $36^m - 5^n = 1$, то $5^n = 36^m - 1 = (6^m - 1)(6^m + 1)$. Число $6^m + 1$ оканчивается на 7 и поэтому не является степенью числа 5. Равенство $5^n - 36^m = 9$ невозможно, поскольку 5 не делится на 9. Осталось заметить, что $36^1 - 5^2 = 11$.

в) Числа 53 и 37 сравнимы с 1 по модулю 4, поэтому $53^m - 37^n$ делится на 4. Числа 53 и 37 сравнимы по модулю 9 с $-1$ и 1 соответственно. Поэтому $53^m - 37^n$ сравнимо с 0 или $-2$ по модулю 9. Следовательно, $|53^m - 37^n|$ при делении на 9 даёт остаток 0, 2 или 7. Числа 4, 8 и 12 таких остатков не дают, а $|53^1 - 37^1| = 16$.