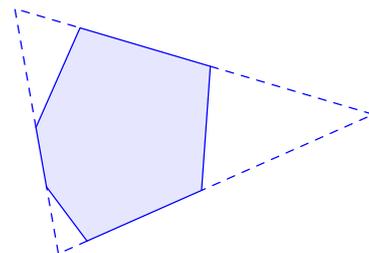


Задача 89. В любом выпуклом многоугольнике, кроме параллелограмма, можно выбрать три стороны, при продолжении которых образуется треугольник, объемлющий данный многоугольник. Докажите это. (Например, на рисунке три пунктирные прямые удовлетворяют условию.)



Решение. Если выпуклый многоугольник M не треугольник и не параллелограмм, то у него есть две непараллельные стороны, не имеющие общей вершины. Продолжая их до точки пересечения, мы получим выпуклый многоугольник M_1 с меньшим, чем у M , числом сторон, содержащий M . Если этот многоугольник M_1 снова не треугольник и не параллелограмм, то мы и с ним можем поступить, как с M — и так до тех пор, пока не получим содержащий M треугольник или параллелограмм, стороны которого, очевидно, получаются продолжением сторон M .

Если последний многоугольник, к которому мы придём в процессе преобразований исходного многоугольника M , является треугольником, то утверждение задачи для M верно. Если же в конце мы придём к параллелограмму $ABCD$, но сам исходный многоугольник M не параллелограмм, то какая-то из вершин параллелограмма $ABCD$ не является вершиной M .

Пусть, например, точка A не является вершиной M . Рассмотрим ближайшую к A вершину K , принадлежащую отрезку AB , и исходящую из этой вершины K сторону KL , не принадлежащую прямой AB . Поскольку многоугольник M выпуклый и одна из его сторон принадлежит отрезку AD , то прямые BC, CD и KL определяют искомый треугольник.