

Задача 86. Дно прямоугольной коробки было выложено плитками размера 2×2 и 1×4 . Плитки высыпали из коробки и заменили одну плитку 2×2 на плитку 1×4 . Докажите, что теперь выложить дно коробки плитками не удастся.

Решение. Расчертим дно коробки на единичные квадратики и закрасим те из них, которые расположены на нечётных местах в нечётных рядах. Каждая плитка 1×4 , закрывающая 4 квадратика на дне коробки, закрывает чётное число окрашенных квадратиков (два или ни одного), а плитка 2×2 всегда закрывает ровно один окрашенный квадратик.

Таким образом, если плитки целиком закрывают дно коробки, то количество плиток 2×2 имеет ту же чётность, что и общее число окрашенных квадратиков. Поэтому если количество плиток 2×2 изменить на единицу (или вообще на любое нечётное число), то вновь заполнить коробку не удастся.