

Выделение тепла при конденсации теплых водяных паров над океанами, прогретыми до 30°C , служит основным источником энергии возникающих ураганов. Теплый воздух, насыщенный водяными парами, поднимается выше и выше и, наконец, достигает высоты, где его температура падает настолько, что начинается конденсация пара. При этом выделяется тепло, которое опять нагревает уже обезвоженный воздух, и он поднимается еще выше. Таким образом, наличие водяных паров и их последующая конденсация позволяют создать над поверхностью океана стабильную зону низкого давления – движитель разрушающих ураганов.

Интересно оценить энергию, выделяющуюся при конденсации насыщенных водяных паров, содержащихся в 1 км^3 воздуха. Так как при конденсации 1 кг водяного пара выделяется $2,26\text{ МДж}$ тепла, то при конденсации $3 \cdot 10^7\text{ кг}$ паров, содержащихся в 1 км^3 воздуха, выделится $7 \cdot 10^{13}\text{ Дж}$ тепла, что эквивалентно половине энергии атомной бомбы, сброшенной в 1945 году на Хиросимой. Следует отметить, что при формировании урагана и его движении конденсируются сотни кубических километров водяного пара, а разрушительных последствий, сравнимых с атомным взрывом, не происходит только потому, что энергия эта выделяется в течение нескольких дней, а то и недель. На рисунке 42 показан снимок из космоса тайфуна, на котором видно, что сила Кориолиса закрутила его в спираль против часовой стрелки.

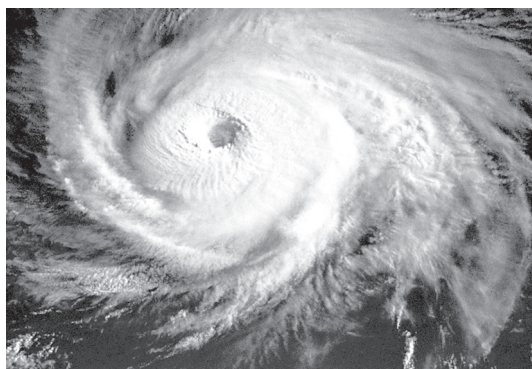


Рис.42. Закрученный против часовой стрелки тайфун в Карибском море

Скорость ветра и структура поверхности. Воздух – вязкая среда, и поэтому у самой поверхности Земли скорость ветра всегда очень мала. При удалении от поверхности скорость постепенно растет. На высотах до 100 м, где обычно находятся лопасти ветрогенераторов, скорость ветра сильно зависит от структуры поверхности. Лес и города значительно замедляют скорость ветра, а спокойная поверхность моря практически не влияет на его интенсивность. Кроме того, сила ветра над морем подвержена меньшим колебаниям по сравнению с ветром, дующим над сушей, так как температура воды более стабильна. Поэтому для увеличения мощности ветроэлектростанций их рекомендуют устанавливать на мелководье. Евросоюз планирует довести количество ветрогенераторов, установленных на мелководье, до 13000. Так, например, вблизи Лондона в 25 км от берега скоро появится парк из 270 ветрогенераторов с суммарной мощностью 1000 МВт, что соответствует 1% всех потребностей Великобритании в электроэнергии.

Мощность ветра. Как известно, мощность численно равна энергии, расходуемой в единицу времени. Поставим на пути ветра перпендикулярно вектору его скорости v поверхность с площадью S . Тогда за единицу времени воздух передаст этой поверхности свою механическую энергию, содержащуюся в объеме vS . Кинетическая энергия этого объема воздуха плотностью ρ составит $(\rho vS) v^2/2 = \rho S v^3/2$. Таким образом, мощность P , которую можно отнять у ветра, пропорциональна кубу его скорости (рис.43), плотности, а также площади поверхности,

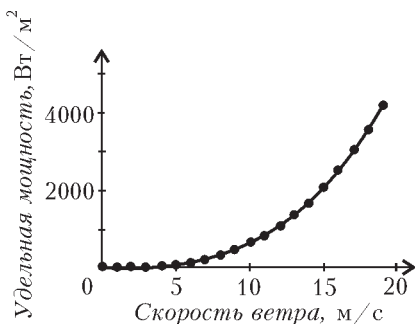


Рис.43. Зависимость удельной (деленной на поперечную площадь потока) мощности воздуха от его скорости при нормальном атмосферном давлении и температуре 15 °С

останавливающей ветер. Отсюда следует, что влажный воздух может нести на несколько процентов больше энергии, чем сухой, а лопасти ветрогенераторов необходимо делать как можно больше. Длина лопастей современных ветрогенераторов с мощностью 1 МВт составляет около 50 м, что соответствует площади потока воздуха, у которого они отнимают энергию, равной 2300 м².

Принимая решение об установке того или иного

ветрогенератора, необходимо знать, какая максимальная мощность вам нужна. Например, вы хотите использовать ветер, чтобы поднимать воду из колодца, для чего не требуется большой мощности, но нужно, чтобы генератор работал при малом ветре. Для этих целей подойдет ветряк с большим количеством лопастей и невысокой стойкой (рис.44). Если же поставлена задача – как можно больше энергии извлечь из ветра, то необходимо поднимать лопасти ветрогенератора высоко и делать их такими, чтобы сильный ветер не опрокинул всю конструкцию.



Рис.44. Ветряк малой мощности, предназначенный для умеренного ветра

Кроме того, для оценки максимальной мощности будущей ветроэлектростанции необходимо знать не только среднегодовую скорость ветра в данном месте, но и то, как часто встречается та или иная его величина скорости. Другими словами, надо знать, например, сколько дней в году в этом месте средняя скорость ветра лежит в диапазонах от 0 до 0,5 м/с, от 0,5 до 1 м/с, от 1 до 1,5 м/с и т.д. до интервала от 12,5 до 13 м/с. Полученный набор чисел носит название «распределения» (или гистограммы) значений скорости ветра за год. Пусть в трех воображаемых местах на земле распределения значений скорости ветра различны по форме, но имеют одно и то же среднегодовое значение 6,75 м/с. В первом месте ветер дует с неизменной скоростью, и, значит, его среднегодовая удельная мощность там равна 188 Вт/м^2 . Во втором случае (рис.45,а) во всех 26 вышеперечисленных интервалах скорость ветра была по 14 дней в году. Если посчитать среднегодовую мощность ветра, соответствующую этому случаю, то она окажется в два раза больше, а именно 363 Вт/м^2 . В третьем случае (рис.45,б) чаще всего скорость ветра была между 6 и 7 м/с (52 дня), а безветренные дни (меньше 0,5 м/с), равно как и очень ветреные (больше 12,5 м/с), были всего 4 дня в году. Подсчет для этого случая дает среднегодовую мощность ветра 282 Вт/м^2 .

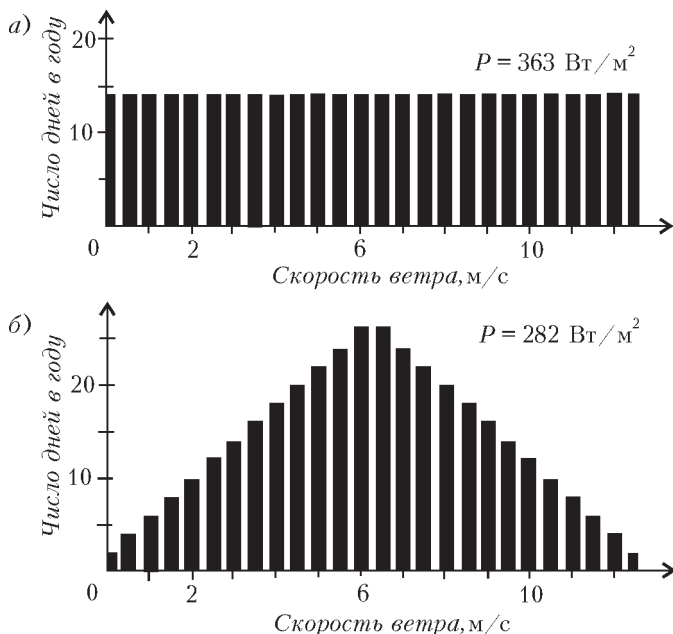


Рис.45. Два разных случая изменения скорости ветра в течение года с одинаковыми среднегодовыми значениями (6,75 м/с)

Таким образом, несмотря на то что среднегодовая скорость ветра была одинакова во всех этих случаях, его среднегодовая удельная мощность сильно различалась и была выше там, где дней с более высокими скоростями было относительно больше. Вызвано это тем, что мощность ветра пропорциональна третьей степени его скорости.

Воздух замедляется, двигая лопасти ветряка. Как следует из закона сохранения энергии, скорость ветра за вращающимися лопастями ветрогенератора всегда будет меньше, чем перед ними. Таким образом, цилиндрический поток воздуха, движущийся на ветряк со скоростью v_1 , должен превратиться в такой же поток, но движущийся с меньшей скоростью v_2 . Так как плотность воздуха до ветряка и после него одна и та же, из закона сохранения массы следует, что поперечное сечение потока воздуха после ветряка должно быть в v_1/v_2 раз больше. Образование большой безветренной зоны после ветряка следует учитывать при расчете мест рядом стоящих ветряков – иначе один ветряк может попасть в «тень» от работы другого ветряка.

Сколько энергии можно отнять у ветра? Из закона сохранения энергии вытекает, что если мы отнимем у ветра всю его энергию, то воздушный поток остановится, и поэтому мы не сможем отнять энергию у следующей его части. Значит, отнимать энергию у ветра надо с умом, замедляя его скорость до такой степени, чтобы процент извлечения ветровой энергии был максимальным. Немецкий физик А.Бец в 1919 году доказал, что ветряк может извлечь не более $16/27$ мощности ветра. Вот как выглядит это простое доказательство.

Допустим, что через лопасти ветряка воздух движется со средней скоростью, равной полусумме скоростей v_1 до и v_2 после ветряка, т.е. $(v_1 + v_2)/2$. Тогда за единицу времени через ветряк с поперечной площадью S проходит масса воздуха, равная

$$m = \rho S \frac{v_1 + v_2}{2},$$

где ρ – плотность воздуха. При этом мощность, отбираемая ветряком у ветра, равна

$$P = m \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} = \frac{\rho S}{4} (v_1^2 - v_2^2) (v_1 + v_2),$$

а отношение этой мощности к мощности ветра $P_0 = \rho S v_1^3 / 2$ составляет

$$\frac{P}{P_0} = \frac{1}{2} \left(1 - \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2 \right) \left(1 + \frac{v_2}{v_1} \right).$$

Легко построить график зависимости доли извлекаемой мощности ветра от отношения скоростей воздуха после и до ветряка и убедиться, что А.Бец был прав, утверждая, что максимальная эффективность ветряка (59%) соответствует тому случаю, когда скорость ветра за ветряком уменьшается в три раза (рис.46).

Почему ветер вращает лопасти ветряка?

Чтобы вращать лопасти, можно использовать либо составляющую силы сопротивления ветра, либо подъемную

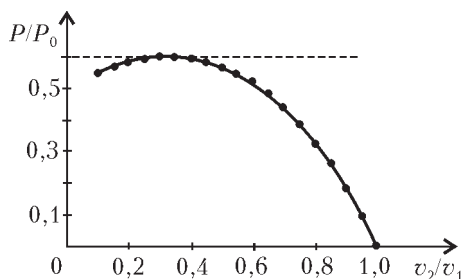


Рис.46. Зависимость доли извлекаемой мощности ветра от отношения скоростей воздуха после и до ветряка

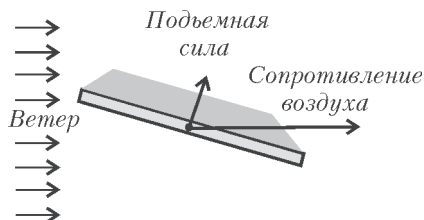


Рис.47. Подъемная сила лопасти с прямоугольным профилем – перпендикулярная составляющая силы сопротивления воздуха

силу, аналогичную той, которая держит самолет в воздухе. При малой силе ветра имеет смысл использовать первый способ, так как он относительно дешев, а соответствующие лопасти, имеющие один и тот же профиль по всей длине, можно изготовить из простых досок, как это и делали давным-давно (рис.47).

При больших скоростях ветра лопасти, аналогичные старинным, начнут дрожать, ломаться и просто перестанут работать. Поэтому для получения силы, закручивающей лопасти ветряка, используют подъемную силу, возникающую при обдуве лопасти, имеющей профиль, аналогичный профилю крыла. Подъемная сила возникает из-за того, что крыло, как видно на рисунке 48, отклоняет набегающий на него воздух вниз, придавая этой массе воздуха соответствующий импульс. В результате, в соответствии с третьим законом Ньютона, воздух действует на крыло с равным, но противополо-

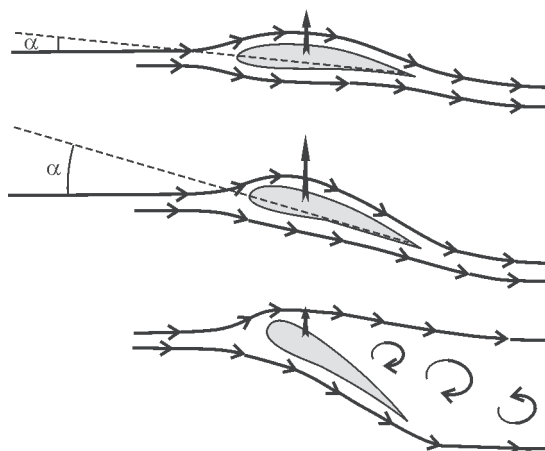


Рис.48. Подъемная сила крыла (вертикальная стрелка) растет при увеличении угла атаки α и достигает максимума при $\alpha \approx 25^\circ$. При дальнейшем росте α подъемная сила крыла резко падает из-за возникновения вихрей и разрыва потока над крылом (см. круговые стрелки на нижней части рисунка)

ложно направленным импульсом, который и создает подъемную силу крыла.

Однако, в отличие от крыла самолета, которое движется поступательно навстречу воздуху, лопасть ветряка вращается, и поэтому относительная скорость ветра различна для областей лопасти вблизи и вдали от оси вращения. Поскольку подъемная сила крыла максимальна при некотором угле атаки, то, чтобы все части лопасти давали максимальный вклад в крутящий момент, необходимо делать лопасть с профилем, изменяющимся с удалением от оси вращения. Вот почему профиль лопасти современных ветряков закрученный (винтовой), а не постоянный, как у крыла самолета.

Может ли быть ветряк без лопастей? Оказывается, может

(рис.49). Установленный на вертикальном валу S-образный ротор хорош тем, что такой ветродвигатель не надо выводить на ветер и его крутящий момент не зависит от направления ветра.

Сколько в России ветра? Сегодня Россия значительно отстает от развитых стран в использовании экологически чистых возобновляемых энергоресурсов, в том числе и ветра. У нас сейчас действуют всего несколько десятков небольших ветроэлектростанций. Их вклад в энергетику страны ничтожен – возобновляемые источники энергии все вместе дают менее 0,1% вырабатываемой в стране энергии. А ветроэлектростанций на огромных пространствах России могло бы быть гораздо больше, ведь наша страна обладает мощным ветроэнергетическим потенциалом, оцениваемым в 40 млрд кВт·ч электроэнергии в год. Такие районы, как Обская губа, Кольский полуостров, большая часть прибрежной полосы Дальнего Востока, по мировой классификации относятся к самым ветреным зонам, где среднегодовая скорость ветра на высоте 80 м составляет 11–12 м/с. Поэтому ветроэнергетике в нашей стране должно принадлежать будущее.



Рис.49. Роторные (карусельные) ветроэлектростанции вращаются вокруг вертикальной оси и работают при любом направлении ветра, они тихходные и малозумные

КАКАЯ ГОРКА САМАЯ БЫСТРАЯ?

Казалось бы, чем короче путь, тем быстрее доберешься до цели. Поэтому катиться с вершины горы надо по наклонной прямой, соединяющей начальную и конечную точки. Но не все так просто...

Еще в 1696 году И. Бернулли в журнале «Acta Eruditorum» опубликовал письмо с интригующим заглавием «Новая задача, к решению которой приглашаются математики». Условие задачи

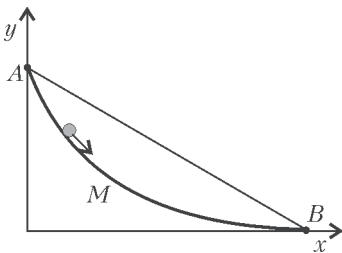


Рис. 50. Рисунок к задаче И. Бернулли о поиске брахистохроны

было таким: «В вертикальной плоскости даны точки A и B (рис. 50). Определить путь AMB , спускаясь по которому под действием собственной тяжести и при отсутствии сил трения, тело, начав двигаться из точки A , достигнет точки B в кратчайшее время». И. Бернулли предложил называть кривую, соответствующую скорейшему спуску с горы, брахистохроной (от двух греческих слов $\beta\rho\alpha\chi\iota\sigma\tau\omicron\varsigma$ — самое короткое и $\chi\rho\omicron\nu\omicron\varsigma$ — время).

И. Ньютон, Г. Лейбниц, Г. Лопиталь и Я. Бернулли откликнулись на это письмо, решив задачу разными способами, но получив одинаковый ответ: брахистохрона — это циклоида.

Что такое циклоида. Одним из первых определение циклоиды дал Паскаль, назвав ее кривой, «описываемой в воздухе гвоздем колеса, когда оно катится своим движением с того момента, как гвоздь начал подниматься от земли, до того, когда непрерывное качение колеса не приводит его опять к земле после окончания целого оборота». Попробуем сначала расшифровать это определение циклоиды и вывести ее уравнение, а потом доказать, что она действительно является брахистохроной.

Выберем на плоскости систему координат так, чтобы прямая, по которой катится колесо, совпала с осью Ox , и пусть колесо катится в положительном направлении этой оси (рис. 51). Предположим, что в начальный момент времени наблюдаемый «гвоздь» занимает положение в начале координат $O(0, 0)$. Если r —

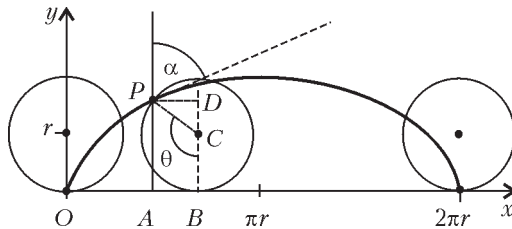


Рис. 51. Циклоида – кривая, которую описывает точка (гвоздь), лежащая на границе колеса радиусом r , катящегося без скольжения по прямой

радиус колеса, то его центр C будет двигаться по прямой $y = r$. Через некоторое время гвоздь окажется в точке P , а колесо будет касаться прямой Ox в точке B . Пусть PA – перпендикуляр, опущенный на Ox , а отрезок PD параллелен Ox , тогда легко можно вывести следующие соотношения для координат точек циклоиды:

$$x = OA = OB - AB = OB - PD = r\theta - r\sin\theta,$$

$$y = AP = BD = BC + CD = r - r\cos\theta,$$

где θ – угол, который при движении колеса слева направо увеличивается от 0 до 2π . Мы получили так называемое параметрическое задание циклоиды: обе координаты x и y точки P циклоиды являются функциями от некоторого вспомогательного параметра θ . Исключая θ , получим уравнение циклоиды:

$$x = r \arccos\left(1 - \frac{y}{r}\right) - \sqrt{2ry - y^2}.$$

Зная уравнение циклоиды, довольно легко вывести выражение для синуса угла α между касательной к ней и вертикалью, которое нам очень пригодится для доказательства того, что циклоида это брахистохрона:

$$\sin\alpha = \sqrt{\frac{y}{2r}}.$$

Принцип Ферма и геометрическая оптика. И. Бернулли решил задачу о скорейшем спуске, используя принцип наименьшего действия, сформулированный гениальным математиком XVII века П. Ферма. В 1650 году Ферма дал замечательную интерпретацию законов геометрической оптики. Он предположил, что путь распространения света между двумя точками есть такой путь, для прохождения которого свету требуется наимень-

шее время по сравнению с любым другим путем между этими точками. Теперь это утверждение носит название принципа Ферма. Из этого принципа следует, в частности, что поскольку в однородной среде скорость света постоянна, то минимальному времени соответствует минимальное расстояние, а это значит, что свет в однородной среде должен распространяться по прямой.

Использование принципа Ферма в тех случаях, когда свет наталкивается на границу раздела сред с разными скоростями распространения, позволяет легко вывести известные законы отражения и преломления света на границе раздела, а также в тех случаях, когда среда состоит из горизонтальных слоев, в каждом из которых скорость света постоянна. В последнем случае свет будет распространяться по ломаной с вершинами на

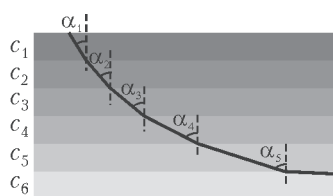


Рис.52. Распространение света сверху вниз через слои с последовательно уменьшающимся коэффициентом преломления

границах раздела, но для каждой вершины будет соблюдаться равенство (рис.52)

$$\frac{\sin \alpha_i}{c_i} = \text{const} ,$$

где α_i – угол, который звено ломаной, лежащее в слое со скоростью света c_i , образует с вертикалью. Если же в некоторой неоднородной оптической среде скорость света меняется непрерывно, но зависит только от значения

ординаты y , то в этой среде свет распространяется по кривой, для которой

$$\frac{\sin(\alpha(y))}{c(y)} = \text{const} ,$$

где $\alpha(y)$ – угол между касательной к кривой в точке с ординатой y и вертикалью. Отметим, что эта формула была получена из принципа Ферма, полагая, что скорость света зависит только от вертикального положения точки (высоты).

Принцип Ферма и скорейший спуск. И. Бернулли заметил, что скорость тела, катящегося с горы под действием силы тяжести, тоже зависит только от перепада высот y :

$$v = \sqrt{2gy} .$$

Поэтому все выводы из принципа Ферма, сделанные для распро-