

LI Международная математическая олимпиада

Со 2 по 14 июля 2010 года в столице Казахстана Астане прошла LI Международная математическая олимпиада (ММО), собравшая 517 лучших юных математиков из 96 стран мира. Участники олимпиады имели возможность познакомиться с историей и культурой Казахстана, многообразной и необычной архитектурой современной Астаны.

Россию в этом году представляли шестеро выпускников 11 класса: *Станислав Ерохин* и *Кирилл Савенков* из Санкт-Петербурга (оба — ФМЛ 239), *Федор Ивлев* из Троицка (СУНЦ МГУ), *Марсель Матдинов* из Оренбурга (СУНЦ МГУ), *Василий Мокин* из Саратова (лицей прикладных наук), *Виктор Омельяненко* из Белгорода (лицей 38). Еще до нынешней олимпиады за плечами наших участников было много достижений на международном уровне. Все они призеры престижных соревнований: Болгарской и Китайской национальных математических олимпиад, турнира сильнейших стран мира Romanian Master of Mathematics, а В.Омельяненко, К.Савенков и М.Матдинов выступали в составе команды России и на предыдущей ММО.

Завершающим этапом подготовки команды России к ММО-2010 стали летние учебно-тренировочные сборы, которые проходили с 13 июня по 2 июля в детском лагере «Страна КОМПЬЮТЕРИЯ» (Тверская область). Большой вклад в успешное выступление команды внесли преподаватели сборов: аспирант Института системного анализа *А.Акопян*, педагог ФМЛ 239 Санкт-Петербурга к.ф.-м.н. *С.Берлов*, преподаватель МГУ и МФТИ к.ф.-м.н. *А.Гарбер*, профессор Ярославского государственного университета д.ф.-м.н. *В.Дольников*, научный сотрудник Петербургского отделения Математического института РАН к.ф.-м.н. *Д.Карпов*, программист из Москвы *Г.Челноков*.

Олимпиада в Астане была одной из самых сложных в истории международных олимпиад. Особенно трудными оказались задачи 3, 5 и 6 (с задачей 5 успешно справились менее 10 процентов всех участников олимпиады, а с задача-

ми 3 и 6 — менее 5 процентов). Наша сильная и опытная команда в целом уверенно преодолела трудности и заняла второе место в неофициальном командном зачете.

Приводим результаты выступления команды России (каждая задача оценивалась из 7 баллов), а также таблицу с результатами стран, занявших первые 25 мест в рейтинге команд:

Участник	Баллы по задачам						Сумма баллов	Медаль
	1	2	3	4	5	6		
Омельяненко Виктор	7	7	7	7	7	0	35	золотая
Ерохин Станислав	7	7	2	7	7	1	31	золотая
Матдинов Марсель	6	0	2	7	6	7	28	золотая
Мокин Василий	7	7	0	7	0	7	28	золотая
Савенков Кирилл	7	7	0	7	0	5	26	серебряная
Ивлев Федор	7	7	0	7	0	0	21	серебряная

Рейтинг	Страна	Сумма баллов	Количество медалей		
			золото	серебро	бронза
1	Китай	197	6	0	0
2	Россия	169	4	2	0
3	США	168	3	3	0
4	Корея	156	4	2	0
5	Казахстан	148	3	2	0
5	Таиланд	148	1	5	0
7	Япония	141	2	3	0
8	Турция	139	1	3	2
9	Германия	138	1	3	2
10	Сербия	135	1	3	2
11	Вьетнам	133	1	4	1
11	Италия	133	1	3	2
13	Венгрия	129	2	2	1
13	Канада	129	2	1	2
15	Австралия	128	1	3	1
16	Румыния	127	2	1	2
16	Иран	127	0	4	2
18	Перу	124	1	3	1
19	Тайвань	123	1	3	1
20	Гонконг	121	1	2	3
21	Болгария	118	1	2	3
22	Украина	117	1	2	3
22	Сингапур	117	0	4	1
24	Польша	116	2	1	1
25	Великобритания	114	1	1	2



Команда России на LI Международной математической олимпиаде. Слева направо: *Ф.Ивлев*, *В.Мокин*, *К.Савенков*, *М.Матдинов*, *В.Омельяненко*, *С.Ерохин*

Руководители команды благодарны *Дмитрию Юрьевичу Дойхену*, оказывающему постоянную поддержку участию команды России в международных математических соревнованиях.

ЗАДАЧИ ОЛИМПИАДЫ

1. Найдите все функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ такие, что

$$f([x]y) = f(x)[f(y)]$$

для всех $x, y \in \mathbb{R}$.

Франция

2. Точки I – центр окружности, вписанной в треугольник ABC , а Γ – окружность, описанная около этого треугольника. Прямая AI пересекает окружность Γ в точках A и D . Точка E выбрана на дуге BCD , а точка F – на стороне BC так, что

$$\angle BAF = \angle CAE < \frac{1}{2} \angle BAC.$$

Точка G – середина отрезка IF . Докажите, что прямые DG и EI пересекаются в точке, лежащей на окружности Γ .

Гонконг

3. Найдите все функции $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ такие, что число

$$(g(m) + n)(m + g(n))$$

является точным квадратом при любых $m, n \in \mathbb{N}$.

США

4. Пусть P – точка внутри треугольника ABC . Прямые AP , BP и CP вторично пересекают окружность Γ , описанную около треугольника ABC , в точках K , L и M соответственно. Касательная к окружности Γ , проведенная через точку C , пересекает прямую AB в точке S . Известно, что $SC = SP$. Докажите, что $MK = ML$.

Польша

5. В каждой из шести коробок $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$ изначально находится ровно по одной монете. Разрешается производить операции следующих двух типов:

Тип 1: выбрать любую непустую коробку B_j , где $1 \leq j \leq 5$, убрать из нее одну монету и добавить две монеты в коробку B_{j+1} .

Тип 2: выбрать любую непустую коробку B_k , где $1 \leq k \leq 4$, убрать из нее одну монету и поменять местами содержимое (возможно пустое) коробки B_{k+1} с содержимым (возможно пустым) коробки B_{k+2} .

Существует ли конечная последовательность таких операций, приводящая к ситуации, в которой коробки B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 пусты, а в коробке B_6 находится ровно 2010^{2010} монет?

Нидерланды

6. Даны последовательность $a_1, a_2, a_3, \dots$, состоящая из положительных действительных чисел, и натуральное число s . Известно, что при всех $n > s$ выполняется равенство

$$a_n = \max \{a_k + a_{n-k} \mid 1 \leq k \leq n-1\}.$$

Докажите, что существуют натуральные числа l и N такие, что $l \leq s$ и $a_n = a_l + a_{n-l}$ при всех $n \geq N$.

Иран

Публикацию подготовили руководители команды России на LI ММО Н.Агаханов, П.Кожевников, М.Пратусевич, Д.Терёшин

XLI Международная олимпиада школьников по физике

В этом году Международная физическая олимпиада (МФО) проходила в Загребе (Республика Хорватия) с 17 по 25 июля. На олимпиаду прибыли 376 школьников из 82 стран.

В сборную команду России вошли:

Карелина Любовь – Екатеринбург, гимназия 9, затем СУНЦ УрГУ, учитель-наставник Иванова Наталья Вадимовна (гимназия 9),

Алексеев Алексей – Бийский лицей-интернат Алтайского края, учителя-наставники Аполонский Александр Николаевич и Моргунов Михаил Николаевич,

Анашкин Виктор – Бийский лицей-интернат Алтайского края, учителя-наставники Аполонский Александр Николаевич и Моргунов Михаил Николаевич,

Горностаев Дмитрий – с.Шокша (Республика Мордовия), Шокшинская школа, учитель-наставник Подлесный Дмитрий Владимирович (Саровский физико-технический институт),

Стройнов Евгений – Рязань, лицей 52, затем СУНЦ МГУ, учитель-наставник Окс Сергей Николаевич (СУНЦ МГУ).

Нашу команду возглавили профессор Московского физико-технического института (МФТИ) Станислав Миронович Козел и доцент МФТИ Валерий Павлович Слободянин. В составе российской делегации в качестве наблюдателей были доценты МФТИ Дмитрий Анатольевич Александров и Михаил Николаевич Осин.

Подготовка команды уже многие годы проводится по стандартной схеме. За год до Международной олимпиады

на заключительном этапе Всероссийской олимпиады формируется группа кандидатов в количестве 22–24 человек. Они получают задание для подготовки к первым летним



Награды получены

сборам, которые проходят на базе Московского физико-технического института. На этих сборах в течение девяти дней ребята изучают технику физического эксперимента, выполняют разработанные специально для них экспериментальные задания. Шестнадцать участников, с наивысшим рейтингом, получают приглашение на зимние квалификационные сборы, где продолжается освоение техники физического эксперимента и изучение наиболее сложных вопросов теории. Затем «сборники» выполняют три теоретических и два экспериментальных задания, и в итоге достаточно четко определяется костяк сборной команды. Окончательный состав участников последних летних сборов утверждается по итогам заключительного этапа Всероссийской олимпиады.

Как и в прошлые годы, на последние сборы в 2010 году были приглашены восемь кандидатов в команду России. На сборах оттачивались навыки экспериментальной работы на сложном современном оборудовании и дополнительно изучались элементы специальной теории относительности, волновой оптики, ядерной физики и ряд других тем, входящих в программу МФО. Во время сборов с командой работали преподаватели кафедры общей физики МФТИ, СУНЦ МГУ, научные сотрудники институтов Российской академии наук, а также студенты Физтеха — победители Международных физических олимпиад прошлых лет.

На олимпиаде участникам были предложены три теоретические задачи (их условия приводятся ниже) и одно экспериментальное задание, состоящее из двух частей. В первой части экспериментального задания ребята должны были исследовать упругие свойства пластмассового кольца. (Здесь наша сборная потеряла всего 8% от общего числа баллов — замечательный результат!) Во второй части задания нужно было исследовать взаимодействие кольцевого и цилиндрического магнитов. При выполнении этой части задания от участников требовалось продемонстрировать как экспериментальное мастерство, так и понимание того, что такое устойчивость системы.

Сравнительные результаты выступления на олимпиаде стран, все участники которых получили медали, приведены в следующей таблице:

	Страна	Золото	Серебро	Бронза
1	Китай	5		
2	Таиланд	5		
3	Тайвань	5		
4	Индонезия	4	1	
5	Германия	3	1	1
6	Венгрия	3		2
7	Сингапур	1	4	
8	Россия	1	3	1
9	Индия	1	3	1
10	Вьетнам	1	3	1
11	США	1	2	2
12	Корея	1	2	2
13	Англия	1	1	3
14	Гонконг	1	1	3

Из этой таблицы видно, что, как и в прошлые годы, лидирует группа стран из Юго-Восточной Азии. Команды этих стран устойчиво добиваются высоких результатов в Международных олимпиадах не только по физике, но и по другим предметам.

Члены сборной команды России показали следующие результаты:

Участник	Теория (30 баллов)	Эксперимент (20 баллов)	Сумма баллов (50)	Медаль
Карелина Любовь	23,0	18,7	41,7	золото
Стройнов Евгений	16,5	17,8	34,3	серебро
Алексеев Алексей	16,0	16,7	32,7	серебро
Горностаев Дмитрий	18,3	13,0	31,3	серебро
Анашкин Виктор	13,1	13,0	26,1	бронза

Ниже приводятся условия задач теоретического тура олимпиады.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР

Задача 1. Заряд-изображение в проводнике

Введение. Метод изображений

На расстоянии d от центра металлической заземленной сферы радиусом R находится точечный заряд q . При этом на сфере появляется индуцированный заряд, распределенный по ее поверхности с некоторой поверхностной плотностью. Электрическое поле и потенциал, которые создают индуцированные заряды на поверхности сферы, совпадают с электрическим полем и потенциалом, создаваемыми одним точечным зарядом q' , который находится внутри сферы.

Задание 1. Заряд-изображение

- Чему равен потенциал сферы?
- Выразите q' и d' (расстояние от центра сферы до заряда-изображения q') через величины q , d и R .
- Получите выражение для силы, которая действует на заряд q . Отталкивающая ли эта сила?

Задание 2. Электрическое поле, экранированное сферой

Необходимо определить, как влияет заземленная металлическая сфера на электрическое поле в точке A с противоположной (относительно заряда q) стороны сферы (рис. 1). Точка A находится на прямой, соединяющей заряд q и центр сферы, расстояние от точки A до точечного заряда q равно r .

- Определите вектор напряженности электрического поля в точке A .

б) Запишите выражение для напряженности электрического поля на большом расстоянии от заряда ($r \gg d$). Используйте приближение: при $a \ll 1$ $(1+a)^{-2} \approx 1-2a$.

- Определите расстояние d , при котором заземленная металлическая сфера полностью экранирует поле заряда q (напряженность поля в точке A равна 0).

Задание 3. Малые колебания в поле заземленной металлической сферы

Точечный заряд q массой m подвешен на нити длиной L , закрепленной на стене вблизи заземленной металлической сферы (рис. 2). Точка, в которой нить крепится к стене, находится на расстоянии l от центра сферы. При решении не учитывайте электростатическое влияние стены, а также действие гравитационных сил. Точечный заряд рассматривайте как математический маятник.

- Определите силу,

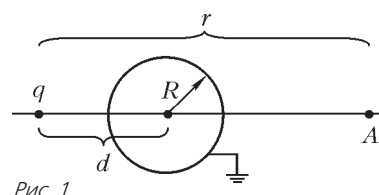


Рис. 1

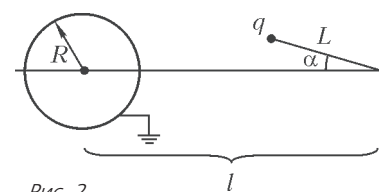


Рис. 2

которая действует на заряд q , при заданном угле α . Укажите направление силы.

б) Выразите проекцию этой силы на ось, перпендикулярную нити, через l , L , R , q и α .

в) Определите циклическую частоту малых колебаний маятника.

Задание 4. Электростатическая энергия системы

Считая известными заряд q , радиус сферы R и расстояние d , определите:

а) электростатическую энергию взаимодействия заряда q и индуцированных зарядов на поверхности сферы;

б) электростатическую энергию взаимодействия зарядов, индуцированных на поверхности сферы;

в) полную электростатическую энергию взаимодействия системы.

Указание. Вы можете воспользоваться интегралом:

$$\int_d^{\infty} \frac{xdx}{(x^2 - R^2)^2} = \frac{1}{2} \frac{1}{d^2 - R^2}.$$

Задача 2. Физика дымовой трубы

Введение

Газообразные продукты горения из топки выводятся в атмосферу, имеющую температуру $T_{\text{воз}}$, с помощью высокой дымовой трубы поперечным сечением S и высотой h (рис.3). В топке происходит сгорание твердого топлива при темпера-

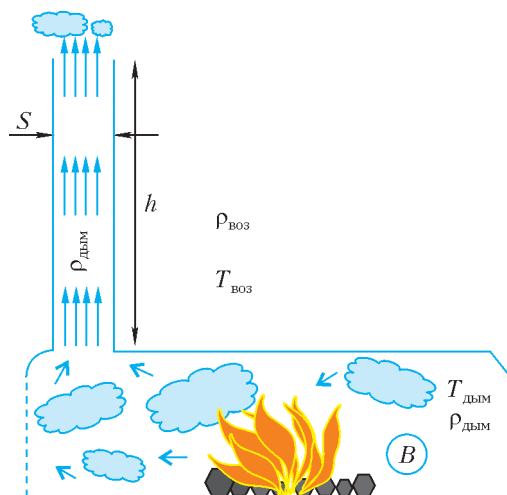


Рис. 3

туре $T_{\text{дым}}$. Объем газов, выходящих из трубы за единицу времени, равен B .

Предполагается, что:

скоростью газов на входе в топку можно пренебречь;

образовавшиеся газы имеют такую же плотность, как и воздух при тех же температуре и давлении, и пока газ находится в топке, его можно рассматривать как идеальный;

давление воздуха изменяется с высотой в соответствии с законами гидростатики, изменением плотности воздуха с высотой можно пренебречь;

течение газов удовлетворяют уравнению Бернулли, которое утверждает, что величина $\frac{1}{2}\rho v^2(z) + \rho qz + p(z) = \text{const}$ сохраняется в любой точке потока, здесь ρ – плотность газа, $v(z)$ – его скорость, $p(z)$ – его давление, z – высота; изменением плотности газов вдоль трубы можно пренебречь.

Задание 1

а) Какова должна быть минимальная высота трубы для обеспечения ее нормальной работы, т.е. чтобы она могла

отводить в атмосферу все образующиеся в топке газы? Выразите результат через B , S , $T_{\text{воз}}$, $g = 9,81 \text{ м/с}^2$, $\Delta T = T_{\text{дым}} - T_{\text{воз}}$.

Внимание! В каждом последующем задании предполагается, что высота трубы как раз равна найденной здесь минимальной высоте.

б) Предположим, что построены две дымовые трубы, предназначенные для одних и тех же целей. Они имеют одинаковые поперечные сечения, но должны работать в различных местностях: одна – в холодной местности, где средняя температура воздуха равна -30°C , а другая – в теплой местности, где средняя температура воздуха равна 30°C . Температура выделяющихся газов составляет 400°C . Если расчетная высота трубы в холодной местности равна 100 м, то какова должна быть высота трубы в теплой местности?

в) Как изменяется скорость течения газов вдоль трубы? Нарисуйте график этой зависимости, предполагая, что поперечное сечение трубы постоянно. Обозначьте на графике точку вхождения газов в трубу.

г) Как изменяется давление газов с высотой внутри трубы?

Солнечная электростанция

Движение газов через трубу можно использовать для создания солнечной электростанции. Идею такой электростанции иллюстрирует рисунок 4. Солнце нагревает воздух

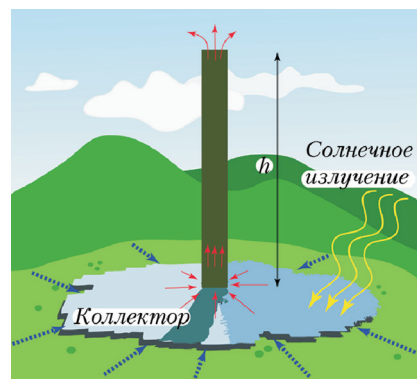


Рис. 4

под коллектором площадью S_k , который открыт по периметру, чтобы воздух мог свободно поступать внутрь. Теплый воздух поднимается вверх по дымоходу (тонкие красные стрелки), а холодный поступает в коллектор извне (толстые пунктирные синие стрелки), тем самым обеспечивается непрерывная циркуляция воздуха. Поток воздуха приводит в движение турбину – таким образом вырабатывается электрическая энергия. Энергию солнечного излучения, падающего на единицу площади поверхности коллектора за единицу времени, обозначим через G . Предположим, что вся эта энергия идет на нагревание воздуха в коллекторе (удельная теплоемкость воздуха равна c , ее зависимостью от температуры можно пренебречь). КПД солнечной электростанции на основе трубы определим как отношение кинетической энергии потока воздуха в трубе к энергии солнечного излучения, затрачиваемой на нагревание этой же массы воздуха перед поступлением в трубу.

Задание 2

а) Каков КПД этой солнечной электростанции?

б) Нарисуйте график, показывающий, как изменяется КПД электростанции в зависимости от высоты трубы h .

Опытная электростанция в Манзанаресе

Опытная солнечная электростанция на основе трубы, построенная в Манзанаресе (Испания), имеет трубу высотой 195 м и радиусом 5 м, диаметр коллектора 244 м. Удельная

теплоемкость воздуха $c = 1012 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$, плотность нагретого воздуха $\rho = 0,9 \text{ кг}/\text{м}^3$, средняя температура окружающего воздуха $T_{\text{атм}} = 295 \text{ К}$. В Манзанаресе в течение солнечного дня мощность солнечного излучения на единицу площади в среднем равна $G = 150 \text{ Вт}/\text{м}^2$.

Задание 3

а) Чему равен КПД опытной электростанции? Оцените его численно.

б) Какова максимальная мощность опытной электростанции?

в) Сколько энергии дает электростанция в течение одного типичного солнечного дня?

Задание 4

а) На сколько возрастет температура воздуха при входе в трубу (теплый воздух) относительно температуры окружающего воздуха (холодный воздух)? Запишите общую формулу и сделайте оценку для опытной электростанции.

б) Чему равен массовый поток воздуха через систему?

Задача 3. Упрощенная модель атомного ядра

Введение

Несмотря на то что атомное ядро – квантовый объект, некоторые закономерности, касающиеся его свойств (таких, как радиус и энергия связи), можно вывести из нескольких простых положений:

- 1) ядро состоит из нуклонов (протонов и нейтронов);
- 2) ядерные силы, связывающие нуклоны в ядре, являются короткодействующими (они действуют только между соседними нуклонами);
- 3) количество протонов Z в ядре приблизительно равно количеству нейтронов N , т.е. $Z \approx N \approx A/2$ где A – общее количество нуклонов ($A \gg 1$).

Задание 1. Атомное ядро как плотно упакованная система нуклонов

Согласно простейшей модели, ядро можно представить как шар, плотно заполненный нуклонами, которые представляют собой шарики радиусом $r_N = 0,85 \text{ фм}$ ($1 \text{ фм} = 10^{-15} \text{ м}$). Ядерные силы действуют только при непосредственном контакте двух нуклонов. Объем ядра V больше суммы объемов нуклонов AV_N , где $V_N = \frac{4}{3}\pi r_N^3$ – объем нуклона. Отношение $f = AV_N/V$ называется фактором упаковки и представляет собой относительную часть объема, заполненную ядерным веществом.

а) Определите фактор упаковки f , если нуклоны упакованы, как в простой кубической кристаллической решетке, где каждый нуклон занимает место в вершине куба.

Внимание! В каждом последующем задании считайте фактор упаковки атомных ядер равным фактору упаковки, полученному здесь. Если вы не смогли его вычислить, в дальнейшем используйте $f = 1/2$.

б) Оцените среднюю плотность массы ρ_m , плотность заряда ρ_q и радиус R ядра, имеющего A нуклонов. Средняя масса нуклона равна $1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$.

Задание 2. Энергия связи атомных ядер – объемные и поверхностные факторы

Энергия связи – это энергия, необходимая для разделения ядра на отдельные нуклоны. Если данный нуклон находится внутри ядра, то он вносит в полную энергию связи энергию $\epsilon_V = 15,8 \text{ МэВ}$ ($1 \text{ МэВ} = 1,602 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}$). Вклад одного нуклона, находящегося на поверхности ядра, в общую энергию связи приблизительно равен $\epsilon_V/2$.

Выразите энергию связи E ядра, содержащего A нуклонов, через величины A , ϵ_V и f . Сделайте поправку на то, что часть нуклонов находится на поверхности ядра.

Задание 3. Влияние электростатических (кулоновских) сил на энергию связи

Электростатическая энергия однородно по объему заряженного шара радиусом R с общим зарядом Q_0 равна

$$U = \frac{3Q_0^2}{20\pi\epsilon_0 R}, \text{ где } \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2 \cdot \text{Н}^{-1} \cdot \text{м}^{-2}.$$

а) Используя эту формулу, выразите электростатическую энергию ядра. В ядре между протонами действуют кулоновские силы, причем сам на себя протон кулоновскими силами не действует. Это обстоятельство можно учесть путем замены $Z^2 \rightarrow Z(Z-1)$. Используйте это в дальнейших расчетах.

б) Запишите полную формулу для энергии связи, включающую основной (объемный) фактор, а также поправки на поверхностную энергию и энергию электростатического взаимодействия протонов.

Задание 4. Деление тяжелых ядер

Деление ядер – это процесс расщепления ядра на части (на более легкие ядра). Предположим, что ядро с A нуклонами распадается на два одинаковых осколка.

а) Подсчитайте общую кинетическую энергию $E_{\text{кин}}$ в момент, когда центры этих осколков находятся на расстоянии $d \geq 2R(A/2)$, где $R(A/2)$ – радиус каждого осколка. Большое ядро в начальный момент времени находилось в состоянии покоя.

б) Предположим, что $d = 2R(A/2)$. Подсчитайте $E_{\text{кин}}$ по формуле, полученной в части а), для ядер с $A = 100, 150, 200, 250$ (результат запишите в МэВ). Оцените, для каких значений A возможно деление ядра в рамках данной модели.

Задание 5. Реакции передачи

а) В современной физике энергетические свойства ядер и ядерные реакции описываются в единицах массы. Например, если ядро (имеющее нулевую скорость) находится в возбужденном состоянии с энергией выше основного состояния на величину $E_{\text{воз}}$, то его масса $m = m_0 + E_{\text{воз}}/c^2$, где m_0 – масса покояющегося ядра в основном состоянии, c – скорость света.

Ядерная реакция $^{16}\text{O} + ^{54}\text{Fe} \rightarrow ^{12}\text{C} + ^{58}\text{Ni}$ – это пример так называемой реакции передачи, в которой некоторая часть одного ядра («кластер») переходит в другое ядро. В нашем примере передаваемая другому ядру часть – это ^4He (α -частица). Реакции передачи проходят с максимальной вероятностью, если скорость продукта реакции (в нашем случае ^{12}C) равна по модулю и направлению скорости налетающей частицы (в нашем случае ^{16}O). Мишень ^{54}Fe первоначально находится в состоянии покоя. Ядро ^{58}Ni оказывается в одном из возбужденных состояний. Найдите энергию возбужденного состояния (и выразите ее в МэВ), если кинетическая энергия налетающего ядра ^{16}O равна 50 МэВ. Массы покоя частиц в основном состоянии равны: $M(^{16}\text{O}) = 15,99491 \text{ а.е.м.}$, $M(^{54}\text{Fe}) = 53,93962 \text{ а.е.м.}$, $M(^{12}\text{C}) = 12,00000 \text{ а.е.м.}$, $M(^{58}\text{Ni}) = 57,93535 \text{ а.е.м.}$, где $1 \text{ а.е.м.} = 1,6605 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$.

б) Образовавшееся ядро ^{58}Ni (из части а)), находящееся в возбужденном состоянии, переходит в основное состояние, испуская при этом гамма-квант в направлении движения. Рассмотрите реакцию в системе отсчета, в которой ядро ^{58}Ni покоится, и найдите энергию отдачи $E_{\text{отд}}$, т.е. кинетическую энергию ^{58}Ni после испускания гамма-кванта. Какова энергия гамма-кванта E_γ в этой системе отсчета? Какова энергия гамма-кванта $E_{\text{дет}}$ в лабораторной системе отсчета, т.е. какой будет энергия гамма-кванта, измеренная детектором, который покоится в лабораторной системе отсчета и расположен в направлении движения ядра ^{58}Ni ?

Публикацию подготовили

С.Козел, В.Слободянин, Д.Александров, М.Осин

Очередной набор в ОЛ ВЗМШ

Открытый лицей «Всероссийская заочная многопредметная школа» (ОЛ ВЗМШ) Российской академии образования, работающий при Московском государственном университете им. М.В.Ломоносова, в сорок седьмой раз проводит набор учащихся.

ОЛ ВЗМШ – государственное учреждение дополнительного образования, причем не только для школьников. «ОТКРЫТЫЙ» – значит доступный для всех желающих пополнить свои знания в одной или нескольких из следующих областей науки: математика, биология, филология, физика, экономика, химия, правоведение, история, информатика (перечисление – в хронологическом порядке открытия отделений).

Сейчас ОЛ ВЗМШ совместно с другими научно-педагогическими учреждениями ведет исследовательские работы по разработке новых интерактивных технологий в образовании и переводу части своих учебно-методических комплексов на язык современных телекоммуникаций, в частности – по организации Интернет-отделения ОЛ ВЗМШ.

За время существования ВЗМШ удостоверения о ее окончании получили несколько сотен тысяч школьников и тысячи кружков – групп «Коллективный ученик ВЗМШ».

Обучение в школе ЗАОЧНОЕ, т.е. начиная с сентября–октября 2011 года все поступившие будут систематически получать специально разработанные для заочного обучения материалы, содержащие изложение теоретических вопросов, методов рассуждений, разнообразные задачи для самостоятельной работы, образцы решений задач, деловые игры, контрольные и практические задания.

Контрольные работы учащихся будут тщательно проверяться и рецензироваться преподавателями ВЗМШ – студентами, аспирантами, преподавателями и научными сотрудниками МГУ, а также других вузов и учреждений, где имеются филиалы школы. Многие из преподавателей в свое время сами закончили ВЗМШ и поэтому особенно хорошо понимают, как важно указать, помимо конкретных недочетов, пути ликвидации имеющихся пробелов в знаниях, порекомендовать дополнительную литературу, поругать за невнимательность и похвалить за заметный (а иногда – и за самый маленький) прогресс и трудолюбие.

Поступившие в ОЛ ВЗМШ смогут узнать об увлекательных вещах, часто остающихся за страницами школьного учебника, познакомиться с интересными нестандартными задачами и попробовать свои силы в их решении. Для многих станет откровением, что задачи бывают не только в математике, физике и химии, но и в биологии, филологии, экономике и других науках. Решение задач поможет прояснить и сделать интересными многие разделы, казавшиеся непонятными и скучными.

Одна из особенностей учебных программ и пособий ВЗМШ – в том, что они созданы действующими на переднем крае науки талантливыми учеными и опытными незаурядными педагогами. Недаром на X Всемирном конгрессе по математическому образованию, который прошел летом 2004 года в Дании, рассказ о 40-летней работе математического отделения ОЛ ВЗМШ вызвал неподдельный интерес и одобрение участников.

Чтобы успешно заниматься в заочной школе, вам придется научиться самостоятельно и продуктивно работать с книгой, грамотно, четко, коротко и ясно излагать свои мысли, а это, как известно, умеют далеко не все. Возможно, наша заочная школа поможет вам выбрать профессию, найти свое место в окружающем мире.

Все выполнившие программу ОЛ ВЗМШ получают дипломы. Хотя формальных преимуществ они не дают, приемные комиссии многих вузов учитывают, что обладатели этих удостоверений в течение продолжительного времени самоотверженно трудились над приобретением знаний, научились самостоятельно творчески работать, а это значит, что из них получатся хорошие студенты и, в дальнейшем, грамотные, вдумчивые, широко образованные специалисты.

Если у вас имеется такая возможность, вы будете частично общаться с нашей школой с помощью Интернета – чем дальше, тем больше.

Для поступления в ОЛ ВЗМШ надо успешно выполнить вступительную контрольную работу. Приемную комиссию интересует, в первую очередь, ваше умение рассуждать, попытки (пусть поначалу не совсем удачные) самостоятельно мыслить и делать выводы. Преимуществом при поступлении пользуются проживающие в сельской местности, поселках и небольших городах, где нет крупных научных центров и учебных заведений и где получить дополнительное образование можно лишь заочно.

Решения задач вступительной работы надо написать на русском языке в обычной ученической тетради в клетку (на некоторые отделения – на открытке или на двойном тетрадном листе; см. ниже). Желающие поступить сразу на несколько отделений каждую работу присылают *в отдельной тетради*. На обложке тетради укажите: *фамилию, имя, отчество, год рождения, базовое образование* (сколько классов средней школы будет закончено к сентябрю 2011 года), *полный почтовый адрес* (с индексом), *откуда узнали об ОЛ ВЗМШ* (из «Кванта», от друзей, из афиш заочной школы и т.п.), *на какое отделение хотите поступить*.

Вступительные работы обратно не высылаются.

Без вступительной работы, только по заявлению, принимаются на индивидуальное обучение победители областных (краевых, республиканских) туров всероссийских олимпиад по соответствующим предметам, а также участники финальных туров этих олимпиад.

Учащиеся ОЛ ВЗМШ частично возмещают расходы на свое обучение. По просьбе тех, кто не в состоянии внести эту плату, ОЛ ВЗМШ готов обратиться в школу, в орган народного образования, к другому спонсору с ходатайством об оплате этим благотворителем соответствующих расходов.

Помимо индивидуального обучения, на всех отделениях ВЗМШ, кроме экономического и биологического, имеется форма обучения «Коллективный ученик». Это группа учащихся, работающая под руководством преподавателя (школьного учителя, преподавателя вуза, студента или другого энтузиаста), как правило, по тем же пособиям и программам, что и индивидуально. *Прием в эти группы проводится до 15 октября 2011 года.* Для зачисления группы требуется заявление ее руководителя (с указанием его профессии и должности, со списком учащихся и сообщением о том, в каком классе они будут учиться с сентября 2011 года); заявление должно быть подписано руководителем группы, заверено и подписано руководителем учреждения, при котором будет работать группа. Работа с группами «Коллективный ученик» может оплачиваться школами как факультативные занятия.

Обо всех наших отделениях вы можете узнать на обще-школьном сайте ОЛ ВЗМШ:

www.vzms.ru

На ваши вопросы мы ответим по электронной почте:

vzms@yandex.ru

На Северо-Западе России работает Заочная школа Ленинградского областного Министерства образования, созданная

при Санкт-Петербургском государственном университете и имеющая отделения математики, биологии и химии.

Желающие поступить на отделение математики, проживающие на Северо-Западе России (в Архангельской, Калининградской, Ленинградской, Мурманской, Новгородской, Псковской областях, Карельской и Коми республиках), высылают вступительные работы по адресу: 197755 Санкт-Петербург, Лисий Нос, Ново-Центральная ул., д.21/7, Северо-Западная ЗМШ (на прием).

Проживающие в остальных регионах России, дальнем и ближнем зарубежье высылают свои работы по математике в адрес ОЛ ВЗМШ или соответствующего филиала.

Адрес ОЛ ВЗМШ: 119234 Москва, Воробьевы горы, МГУ, ОЛ ВЗМШ, на прием (укажите отделение)

Телефон: (495) 939-39-30

Адреса филиалов математического отделения ОЛ ВЗМШ: 241035 г.Брянск, ул. Мало-Орловская, д. 8, тел.: (4832) 56-18-08, e-mail: brotek@mail.ru;

610002 г. Киров, а/я 2039, ЦДООШ, тел.: (8332) 35-15-03, 35-15-04, e-mail: sms@extedu.kirov.ru, сайт: <http://cdoosh.kirov.ru>;

150000 г. Ярославль, ул. Советская, д.14, тел.: (0852) 11-82-03, e-mail: olimp@olimp.edu.yar.ru

Ниже вы найдете краткие сведения о каждом отделении ОЛ ВЗМШ и условия вступительных контрольных заданий.

Отделение математики

Из этого отделения, открывшегося в 1964 году, выросла вся заочная школа (вначале она так и называлась – математическая).

За время обучения вы более глубоко, чем в обычной школе, сможете осознать основные идеи, на которых базируется курс элементарной математики, познакомиться (по желанию) с некоторыми дополнительными, не входящими сейчас в школьную программу разделами, а также поучиться решать олимпиадные задачи. На последнем курсе большое внимание уделяется подготовке к сдаче школьных выпускных экзаменов и вступительных экзаменов в вузы.

На отделении созданы учебно-методические комплексы, приспособленные для заочного обучения. Часть из них издана массовым тиражом. Осуществляется перевод уже апробированных и вновь создаваемых материалов на электронный язык в интерактивном режиме, отделение готовится к работе в Интернете. Практически каждый год издаются и «проходят обкатку» новые пособия, расширяющие и дополняющие программу обучения.

Окончившие отделение математики получают, в зависимости от желания и способностей, либо подготовку, необходимую для выбора математики как профессии, либо математическую базу для успешного усвоения вузовского курса математики, лежащего в основе профессиональной подготовки по другим специальностям: ведь сейчас математика служит мощным инструментом исследований во многих отраслях человеческой деятельности. Поступившие в этом году на первый курс смогут выбрать новые пособия, разработанные для будущих физиков и биологов, химиков и историков...

Обучение длится 5 лет. Можно поступить на любой курс. Для этого к сентябрю 2011 года надо иметь следующую базу: на 1-й курс – 6 классов средней школы, на 2-й курс – 7 классов, на 3-й – 8, на 4-й – 9, на 5-й – 10 классов. При этом поступившим на 2-й, 3-й и 4-й курсы будет предложена часть заданий за предыдущие курсы. Для поступивших на 5-й курс обучение проводится по специальной интенсивной программе.

Для поступления надо решить хотя бы часть задач помещенной ниже вступительной работы (около номера каждой

задачи в скобках указано, учащимся каких классов она предназначена; впрочем, можно, конечно, решать и задачи для более старших классов). На обложке тетради напишите, на какой курс вы хотите поступить и в каком классе будете учиться с 1 сентября 2011 года.

Срок отправки вступительной работы – до 15 апреля 2011 года.

Группы «Коллективный ученик» (на все курсы по любой программе) принимаются без вступительной работы.

Работы можно отправлять по электронному адресу: priem@vzms.org

Сайт математического отделения:

<http://math.vzms.org>

Задачи

1 (6–10). Лариса хочет получить в результате сложения двух двенадцатизначных чисел, все цифры которых четны, число, у которого имеется двенадцать нечетных цифр. Удастся ли ей это сделать?

2 (8–10). Известно, что $\frac{mn}{n^2 + 12m^2} = \frac{1}{7}$. Найдите $\frac{3mn}{2n^2 - 5m^2}$.

3 (6–10). Может ли сумма кубов двух последовательных натуральных чисел равняться кубу следующего за ними натурального числа?

4 (7–10). Угол A треугольника ABC равен 48° . Точка E лежит на стороне BC так, что прямая AE делит данный треугольник на два равнобедренных треугольника. Найдите наибольший угол треугольника ABC .

5 (9–10). Могут ли все члены арифметической прогрессии из натуральных чисел быть простыми?

6 (6–10). На обычную шахматную доску (размером 8×8 клеток) кладут длинную линейку. Какое наибольшее число клеток может пересечь ее длинный край?

7 (8–10). Может ли уравнение $x^2 + ax + b = 0$ иметь целый корень, если a и b – нечетные числа?

8 (8–10). Пусть M – точка пересечения диагоналей AC и BD трапеции $ABCD$. Найдите значение DM , если $AM = 1$, $BM = 2$, $CM = 4$.

9 (8–10). Пусть $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. В каких пределах может изменяться значение выражения $ab + bc + ca$?

10 (7–10). Несколько землекопов, копая по очереди, вырыли яму. При этом каждый работал столько времени, сколько нужно всем остальным, чтобы они (остальные) вместе выкопали такую же яму целиком. Во сколько раз быстрее они выкопали бы эту яму, работая все вместе, если всего землекопов: а) пятеро; б) n человек? (Каждый землекоп работает с постоянной скоростью, но у разных землекопов производительность может быть разной.)

11 (7–10). Пусть H – точка пересечения высот AA_1 и BB_1 остроугольного треугольника ABC , причем $AH = BC$. Найдите угол A этого треугольника.

12 (7–10). Пусть a , b и c – натуральные числа, расположенные в порядке возрастания, причем сумма обратных им чисел, $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$ и $\frac{1}{c}$, равна целому числу. Найдите все тройки $(a; b; c)$ таких чисел.

Отделение биологии

Прием ведется на два потока – трехгодичное обучение на базе 8 классов и двухгодичное на базе 9 классов. Зачисление на отделение осуществляется на конкурсной основе по результатам вступительной работы.

Учащимся восьмых классов необходимо решить задачи 1–5 помещенной ниже вступительной работы, девятиклассникам – задачи 2–6. В ответах можно использовать и факты,