Заочная школа СУНЦ НГУ

При Новосибирском государственном университете в составе Специализированного учебно-научного центра физико-математического и химико-биологического профиля (СУНЦ НГУ) уже много лет работает созданная по инициативе академика М.А.Лаврентьева Заочная школа для учащихся 5–11 классов общеобразовательных школ. Организованная в 1963 году как физико-математическая, в настоящее время Заочная школа (ЗШ) насчитывает 9 отделений: математическое, физическое, химическое, биологическое, русского языка, психологии, английского, немецкого и французского языков. Основные задачи ЗШ: оказание помощи в формировании и развитии у школьников интереса к естественным и точным наукам; предоставление возможности учащимся общеобразовательных школ, расположенных в удаленных от научных центров пунктах и территориях, углубленно заниматься математикой, физикой, химией, биологией, иностранными языками; повышение уровня преподавания естественно-научных предметов в школе; методическая помощь учителям в преподавании узловых пунктов школьной программы и факультативных курсов.

Ежегодно Олимпиадный комитет СО РАН приглашает лучших учеников ЗШ в Летнюю школу, которая проводится в Новосибирском Академгородке с 3 по 23 августа, для участия в конкурсе в СУНЦ НГУ.

Учащиеся ЗШ, успешно выполнившие все задания, по окончании одиннадцатого класса получают удостоверение выпускников Заочной школы СУНЦ НГУ.

Преподаватели обычных и гимназических классов в школах России и стран СНГ могут вести факультативные занятия по программам Заочной школы СУНЦ НГУ. Занятия по математике проводятся начиная с 6 класса, по физике и химии – начиная с 9 класса, по биологии – с 10 класса. Факультативные группы могут быть созданы в любом общеобразовательном учреждении, если преподаватель общеобразовательного учреждения сообщит в ЗШ СУНЦ НГУ о своем желании организовать факультативную группу и предоставит поименный алфавитный список обучающихся (Ф.И.О. полностью, с указанием класса текущего учебного года), телефон, факс и e-mail. Работа руководителей факультативов может оплачиваться общеобразовательным учреждением как факультативные занятия по предоставлению ЗШ соответствующих сведений. Факультативные группы по химии, биологии и физике обучаются бесплатно.

В ЗШ СУНЦ НГУ принимаются все желающие, независимо от возраста. Прием в школу ведется круглогодично. Бесплатное обучение сохраняется для детей-сирот, обучающихся в школах-интернатах, детей-инвалидов. Для учеников сельских школ и детей из малообеспеченных многодетных семей устанавливается более низкий уровень оплаты.

Чтобы стать учеником ЗШ, необходимо прислать заявление, указав класс и отделения, на которых вы хотите учиться, свою фамилию, имя и отчество (печатными буквами), свой подробный адрес с индексом и выполненное первое задание. Задание оформляется в обычной ученической тетради и высылается простой бандеролью. Можно присылать работы и по электронной почте. Подробную информацию и первые задания всех отделений ЗШ СУНЦ НГУ можно найти на сайте: http://zfmsh.nsu.ru

Наш почтовый адрес: 630090 Новосибирск, ул. Пирогова, 11, Заочная школа СУНЦ НГУ

Телефон/факс: (383) 363-4066, 339-4066

E-mail: distant@sesc.nsu.ru

Ниже приводится первое задание для учащихся 9-11 классов математического и физического отделений Заочной школы СУНЦ НГУ.

Первое задание

Математическое отделение

9 класс

1. Докажите, что натуральное число, следующее за произведением четырех последовательных натуральных чисел, является квадратом целого числа.

2. Докажите, что если m и n – два натуральных числа, то одно из чисел $\sqrt[n]{m}$ и $\sqrt[m]{n}$ не больше чем $\sqrt[3]{3}$.

3. Пусть окружности O_1 и O_2 пересекаются в точках A и B, точка X лежит на дуге окружности O_1 вне окружности O_2, M и N – точки пересечения прямых XA и XB с окружностью O_2. Докажите, что длина хорды MN не зависит от положения точки X.

4. Три окружности, проходящие через точку M, пересекаются попарно в точках A, B и C. Через точку A проведена прямая, которая пересекает проходящие через A окружности в точках D и E. Докажите, что прямые BD и CE пересекаются в точке, лежащей на третьей окружности.

5. Можно ли в ряду чисел 1, 2, 3, …, 100 так расставить знаки «+» и «–» между числами, что в результате сложений и вычитаний получится число 2009?

6. Докажите, что

$$\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\ldots+\frac{1}{2010^2}<1.$$

10 класс

1. Решите систему уравнений

$$x=\frac{1}{2}\left(y+\frac{1}{y}\right),\quad y=\frac{1}{2}\left(z+\frac{1}{z}\right),\quad z=\frac{1}{2}\left(x+\frac{1}{x}\right).$$

2. Найдите сумму

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{2009}+\sqrt{2010}}.$$

3. Высота, биссектриса и медиана, проведенные из одной вершины треугольника, делят его угол на четыре равные части. Найдите все углы треугольника.

4. Докажите, что если для углов треугольника ABC выполнено соотношение

$$1+\cos\angle 2A+\cos\angle 2B+\cos\angle 2C=0,$$

то треугольник прямоугольный.

5. Пусть a, b, c, d – длины последовательных сторон четырехугольника $ABCD$, m и n – длины его диагоналей. Докажите, что выполняется соотношение

$$m^2n^2=a^2c^2+b^2d^2-2abcd\cos(\angle A+\angle C).$$

6. Прямая произвольным образом раскрашена в два цвета. Докажите, что на ней обязательно найдется отрезок, у которого оба конца и середина окрашены в один цвет.

11 класс

1. В трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD площадь треугольника OAB равна S_1 и площадь треугольника OCD равна S_2, где O – точка пересечения диагоналей. Найдите площадь трапеции.

2. Докажите, что $\sqrt[6]{9+4\sqrt{5}}-\sqrt[6]{9-4\sqrt{5}}=1$.

3. Какую наибольшую площадь поверхности может иметь прямоугольный параллелепипед с длиной диагонали d?

4. Докажите неравенство $\sin^6 x + \cos^6 x \geq \frac{1}{4}$.

5. Пусть M – точка пересечения медиан треугольника ABC. Докажите, что тогда для любой точки O плоскости выполняется равенство

$$OA^2 + OB^2 + OC^2 = 3\,OM^2 + \frac{1}{3}\left(AB^2 + BC^2 + CA^2\right).$$

6. На плоскости даны 100 точек. Известно, что из любых четырех точек какие-то три лежат на одной прямой. Докажите, что все точки, кроме, быть может, одной, лежат на одной прямой.

Физическое отделение

9 класс

1. Шумахер прошел финишный отрезок гоночной трассы со скоростью 70 м/с. Виталий Петров появился на этом отрезке с задержкой на 1 с относительно Шумахера, но через 10 с после своего появления догнал его и пришел первым. С какой скоростью двигался россиянин?

2. Две одинаковые банки заполнили одну водой, а другую песком. Из первой банки воду начали выливать во вторую – она просачивалась в песок. Когда вода показалась над песком и стала капать за край банки, лить воду перестали. При этом в первой банке осталось 2/3 первоначального объема воды. Какой объем песка нужно насыпать в эту банку, чтобы она снова оказалась полной?

3. Из стоящей на электрической плитке кастрюли с водой за час кипения испарилась половина воды. Недостаток воды восполнили куском льда и оставили плитку включенной. Через какое время вода в кастрюле снова закипит? Температура льда $0\,^\circ\mathrm{C}$, удельная теплоемкость воды $4{,}2$ Дж/(г·град), удельная теплота плавления льда 330 Дж/г, удельная теплота парообразования воды 2250 Дж/г.

4. Из проволоки изготовили правильный треугольник. Сопротивление между серединами двух его сторон равно R. Чему будет равно сопротивление между этими точками, если середины всех сторон треугольника соединить отрезками этой же проволоки?

10 класс

1. Два зайца состязаются в беге. Вначале стартовал первый заяц и бежал с постоянным ускорением. Второй заяц замешкался на старте на время τ, но бежал с бо́льшим ускорением и догнал первого, причем в этот момент его скорость была в 2 раза больше, чем у первого зайца. Через какое время после выстрела стартового пистолета это произошло?

2. Два мяча бросили одновременно со скоростью v – один сверху вниз с высоты h, другой вверх с нулевого уровня. На какой высоте мячи столкнутся? Сопротивления воздуха нет.

3. В трубку в виде перевернутой буквы П налили воду. Затем в левое колено аккуратно налили масло (рис.1, слева), так что высота его столба оказалась h, а уровень жидкости в левом колене стал на h_1 выше, чем в правом. Потом трубку качнули, и некоторое количество масла попало в правое колено. При этом разница уровней жидкостей в левом и правом коленах стала h_2 (рис.1, справа). Определите высоту x столбика масла в правом колене.

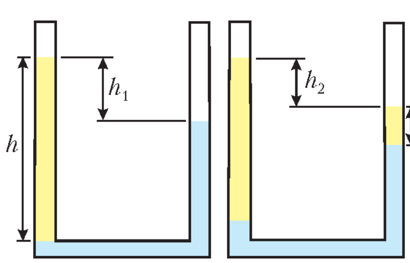

Рис. 1

4. По поверхности клина массой M с углом при основании α скользит брусок массой m. Коэффициент трения между бруском и клином μ, причем $\mu < \operatorname{tg}\alpha$. Какое минимальное значение должен иметь коэффициент трения μ_1 между горизонтальной плоскостью и клином, чтобы клин по ней не проскальзывал?

5. Чаша массой M стоит на гладком горизонтальном основании рядом с вертикальной стенкой (рис.2). В чашу

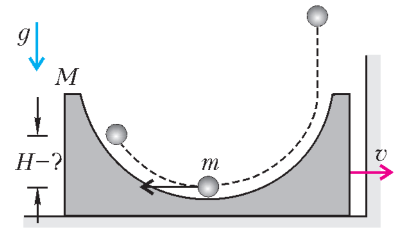

Рис. 2

падает тело массой m и скользит по ее поверхности. В момент времени, когда тело оказывается на дне, чаша со скоростью v упруго ударяется о стенку. На какую высоту H после этого поднимется тело? Трения нет.

11 класс

1. Решите задачу 1 для 10 класса.

2. Решите задачу 4 для 10 класса.

3. Расстояние между дном и поршнем, перекрывающим пробирку, равно 1/5 ее высоты. Если пробирку медленно перевернуть, это расстояние увеличится в 3 раза. Во сколько раз нужно понизить давление воздуха, чтобы в перевернутом положении пробирки поршень выпал из нее? Температура не меняется.

4. Лампочка и два одинаковых сопротивления, величиной R каждое, подсоединили к источнику напряжения двумя

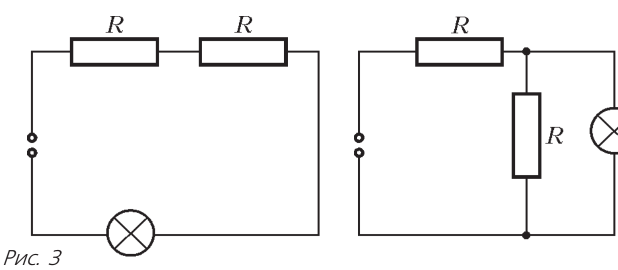

Рис. 3

способами, как показано на рисунке 3. В обоих случаях накал лампочки один и тот же. Чему равно сопротивление включенной лампочки?

5. Две бусинки, массой m и зарядом q каждая, нанизаны на тонкое гладкое кольцо массой $2m$ и диаметром D. Кольцо вместе с бусинками движется со скоростью v и упруго ударяется о плоскость (рис.4). На какое минимальное расстояние сойдутся бусинки после удара, если перед ударом они находились на диаметре кольца, параллельном плоскости?

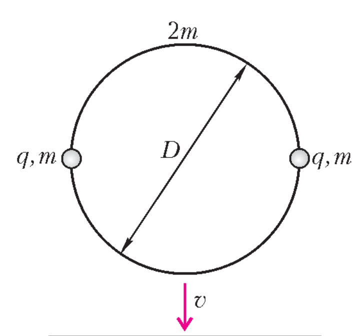

Рис. 4

XVIII Международная олимпиада «Интеллектуальный марафон»

Международный интеллект-клуб (МИК) «Глюон» в рамках международной программы «Дети. Интеллект. Творчество» при участии мэрии города Неа Муданья в Северной Греции, МГУ им. М.В.Ломоносова, Фонда некоммерческих программ «Династия» и при поддержке компаний «Кирилл и Мефодий», «Физикон» и «1С», Издательского дома «Первое сентября» и журнала «Квант» провел очередную тест-рейтинговую олимпиаду «Интеллектуальный марафон».

Олимпиада проходила в Греции с 4 по 11 октября 2009 года. На олимпиаду приехали участники из разных регионов России, Казахстана и Норвегии. Одаренные школьники, проявившие интерес к фундаментальным наукам, соревновались в командных и индивидуальных турах по математике, физике и истории научных идей и открытий. В олимпиаде также участвовали школьники, интересующиеся экологией и биологией.

Абсолютным победителем олимпиады «Интеллектуальный марафон-2009» по фундаментальным наукам в командном зачете стала команда лицея 2 города Альметьевска. Ей был вручен главный приз соревнований – Суперкубок. Команда была также лучшей в турах по истории научных идей и открытий, физике и математике. Второе место в общем зачете заняла команда Классического лицея 1 города Ростова-на-Дону. Она заняла также второе место в туре по математике и третье место в туре по истории научных идей и открытий. На третье место вышла команда из города Павлодара (Казахстан), которая стала также второй в туре по истории научных идей и открытий.

В индивидуальных соревнованиях абсолютным победителем олимпиады стал Александр Бескровный, ученик 11 класса лицея 2 города Альметьевска. Ему были вручены большая золотая медаль, малая золотая медаль за первое место по физике и малая бронзовая медаль за третье место по математике. Вторым призером в общем зачете стала Жадра Шайкенова, ученица 11 класса из Павлодара, ей были вручены большая серебряная медаль и малая серебряная медаль за второе место по физике. Большую бронзовую медаль в общем зачете завоевал Ринат Садыков, ученик 11 класса лицея 2 из Альметьевска. В индивидуальном зачете по математике лучшим стал Тимур Хусаенов, ему была вручена малая золотая медаль, вторым – Юрий Пастухов, он получил малую серебряную медаль (оба – ученики 11 класса лицея 2 из Альметьевска). Алексей Казаков, ученик 10 класса лицея 2 города Бугульмы, был награжден за третье место по физике малой бронзовой медалью.

Все победители и призеры получили подарки и призы от организаторов и спонсоров олимпиады.

Международный интеллект-клуб «Глюон» приглашает региональные центры, школы, лицеи и гимназии, работающие с одаренными детьми, принять участие в XIX Международной олимпиаде «Интеллектуальный марафон», которая пройдет в октябре 2010 года в Греции.

Заявки на участие присылайте по адресу: 115522 Москва, Пролетарский проспект, д.15/6, корп.2, МИК «Глюон»

Телефон: (495)517-8014, факс: (495)396-8227

E-mail: gluon@yandex.ru

ПИСЬМЕННЫЙ ИНДИВИДУАЛЬНЫЙ ТУР

Математика

1. Несколько школьников ходили за грибами. Набравший наибольшее количество грибов собрал $1/5$ часть от общего количества собранных грибов, а набравший наименьшее количество – $1/7$ часть. Сколько было школьников?

2. Высота AH треугольника ABC равна его медиане BM. На продолжении стороны AB за точку B отложили отрезок BD, равный стороне AB. Найдите угол BCD.

3. Решите следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} x^3 - y = 6, \\ y^3 - z = 6, \\ z^3 - x = 6. \end{cases}$$

4. Действительные числа x, y и z таковы, что

$$\frac{x}{y+z} + \frac{y}{z+x} + \frac{z}{x+y} = 1.$$

Найдите $\dfrac{x^2}{y+z} + \dfrac{y^2}{z+x} + \dfrac{z^2}{x+y}$.

5. В однокруговом[1] волейбольном турнире участвуют 8 команд. а) Можно ли утверждать: найдутся такие команды A, B, C и D, что A выиграла у B, C и D, B выиграла у C и D, а C выиграла у D? б) Верно ли утверждение пункта а) для турнира 7 команд? (В волейболе нет ничьих.)

6. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ точки E и F – середины сторон BC и CD соответственно. Найдите наибольшее возможное значение площади треугольника ABD, если площади треугольников ABE, CEF, AEF и AFD в некотором порядке образуют четверку последовательных натуральных чисел.

7. Двое играют в такую игру. Перед ними – лист клетчатой бумаги размером $m \times n$ клеток ($m \neq n$). Каждый своим ходом выбирает некоторый квадрат, образованный линиями сетки, и закрашивает его (разумеется, закрашиваемый квадрат должен состоять из еще не окрашенных клеток). Кто выиграет при правильной игре, начинающий или его партнер, если: а) числа m и n имеют одинаковую четность (т.е. либо оба четны, либо оба нечетны); б) n четно, m нечетно, причем $n+1 \geq m$?

Физика

Задача 1. Аргонавты. Аргонавты плывут за Золотым руном. Они приближаются к Колхиде. Их корабль «Арго» длиной L = 40 м плывет перпендикулярно линии берега со скоростью v_0 = 10 м/с. Эллинам нужно как можно скорее вступить в бой с драконом, охраняющим Золотое руно, поэтому им хочется выпрыгнуть из корабля прямо на берег, а не в море. Как далеко проскользит «Арго» по берегу, если коэффициент трения его днища о поверхность земли μ = 0,5, а трением о воду можно пренебречь? Сколько времени ему

[1] *Каждая команда сыграла одну игру с каждой из остальных.*

на это понадобится? Глубина у берега достаточна для того, чтобы корабль не касался дна.

Задача 2. Заряд и плоскость. Точечный заряд q находится на расстоянии h от проводящего полупространства. Какую минимальную работу необходимо совершить, чтобы удалить заряд на очень большое расстояние?

Задача 3. Тепловой насос. Для отопления помещений используют в основном два способа. Первый способ заключается в том, что в помещении располагается нагревательный прибор – назовем его «печь», – в котором сжигается топливо или используется электронагреватель. Будем считать такую отопительную систему идеальной в том смысле, что все количество теплоты без потерь поступает от печи в отапливаемое помещение. Во втором способе используются связанные друг с другом печь, тепловой двигатель и холодильная машина. Одна часть количества теплоты от печи поступает непосредственно в отапливаемое помещение, а другая затрачивается на работу, совершаемую двигателем. Вся эта работа используется для приведения в действие холодильной машины, которая отбирает тепло у окружающей среды вне помещения и передает ее помещению. Покажите, что во втором способе общее количество теплоты, полученное помещением, не меньше, чем в первом.

Указание. Воспользуйтесь теоремой Карно для циклического процесса в термодинамической системе с n нагревателями и холодильниками: $\sum_{i=1}^{n}\frac{Q_i}{T_i}=0$, где Q_i – количество теплоты, полученное от нагревателя (или отданное холодильнику), T_i – температура нагревателя (холодильника).

Задача 4. Перегородка с отверстием. Цилиндрический сосуд с идеальным газом разделен теплонепроницаемыми перегородками на три отсека (рис.1). В каждой перегородке есть отверстие, размер которого мал по сравнению с длиной свободного пробега молекул газа. Температуры и давления газа в отсеках поддерживаются постоянными. Температуры равны T_1, T_2, T_3, давление в первом отсеке p_1 известно. Найдите давления p_2 и p_3 во втором и третьем отсеках.

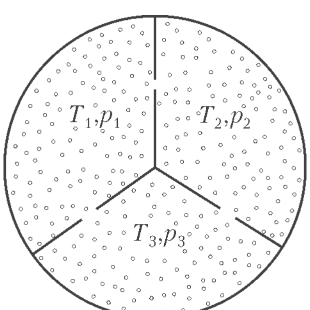

Рис. 1

Задача 5. Муха в пробирке. В закрытой с двух сторон вертикальной цилиндрической прозрачной трубке массой M = 20 г и длиной L = 2 м на дне сидит муха массой m = = 1 г. В некоторый момент времени муха взлетает вверх со скоростью v_0 = 10 м/с, и одновременно трубка начинает падать. Неподвижный наблюдатель замечает время, за которое муха долетит до «потолка» трубки. При этом трубка опустится на какое-то расстояние. На сколько отличается расстояние, пройденное трубкой за то же время, при условии, что муха остается сидеть на «полу» трубки?

Задача 6. Три шарика. Три одинаковых шарика, расположенных в вершинах равностороннего треугольника со стороной a, соединены друг с другом нитями. Заряд и масса каждого шарика равны q и m соответственно. Одну из нитей пережгли. Найдите максимальную скорость «среднего» шарика. Влиянием силы тяжести пренебречь (например, шарики лежат на гладкой поверхности).

Задача 7. Спутник. Определите период обращения спутника Земли по эллиптической орбите, апогей которой (максимальное удаление от центра Земли) равен утроенному радиусу Земли, а перигей (минимальное удаление от центра Земли) равен радиусу Земли. Найдите также отношение скоростей в апогее и перигее.

УСТНЫЙ КОМАНДНЫЙ ТУР

Математика

1. Какую наибольшую сумму цифр может иметь восьмизначное число, делящееся на 8?

2. В остроугольном треугольнике ABC биссектриса AN, высота BH и серединный перпендикуляр к стороне AB пересекаются в одной точке. Найдите угол A треугольника (угол BAC).

3. Существуют ли три натуральных числа, сумма которых равна 407, а произведение оканчивается на 6 нулей?

4. Мимо наблюдателя по шоссе проехали через равные промежутки времени с постоянными скоростями: сначала автобус, затем грузовик и, наконец, легковой автомобиль. Мимо другого наблюдателя они проехали через те же промежутки времени, но в другом порядке: сначала автобус, затем легковой автомобиль и потом грузовик. Найдите скорость автобуса, если скорость легкового автомобиля 60 км/ч, а грузовика 30 км/ч.

5. Верно ли, что из двенадцати различных двузначных чисел всегда можно выбрать два таких, что их разность записывается двумя одинаковыми цифрами?

6. Найдите сумму 50 различных натуральных чисел, ровно двадцать пять из которых не превосходят числа 50, а остальные – не больше 100, причем никакие два числа не отличаются ровно на 50.

7. Может ли дискриминант квадратного трехчлена с целыми коэффициентами быть равным: а) 2010; б) 2011; в) 2012?

8. В четырехугольнике $ABCD$ точка M – середина стороны AB. Что больше: $AD + BC$ или CD, если угол DMC – прямой?

9. Как известно, существуют 1000 последовательных натуральных чисел, среди которых нет ни одного простого числа (например, 1001! + 2, 1001! + 3, ..., 1001! + 1001). А существуют ли 1000 последовательных натуральных чисел, среди которых имеется ровно 5 простых чисел?

10. Верно ли, что если для положительных чисел a и b выполнено неравенство $a + b < ab$, то $a + b > 4$?

11. Дан правильный 45-угольник. Можно ли в его вершинах расставить цифры 0, 1, 2, ..., 9 так, чтобы для любой пары цифр нашлась сторона, занумерованная этими цифрами?

12. Верно ли, что если $c(a+b+c)<0$, то $b^2-4ac>0$?

Физика

Задача 1. Магнит и гвозди. К горизонтально расположенному широкому плоскому торцу постоянного магнита хотят подвесить на небольшом расстоянии друг от друга два стальных гвоздя (рис.2). Как расположатся гвозди? Ответ поясните.

Задача 2. Дома. Вертикальны ли вертикальные стены домов? Землю считайте шарообразной. При постройке вертикальность стены проверяют отвесом (нитью с привязанным к ней грузом).

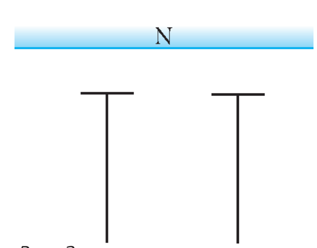

Рис. 2

Задача 3. Тающая вода. В сосуд с водой бросают кусочки тающего льда при непрерывном помешивании. Вначале кусочки льда тают, но в некоторый момент лед перестает таять. Первоначальная масса воды в сосуде $m = 660$ г. На сколько увеличилась масса воды к моменту прекращения таяния льда, если первоначальная температура воды $t = 12{,}5$ °C ? Потерями тепла пренебречь.

Задача 4. Неупругий удар. Найдите угол отскока шарика при угле падения $\alpha = 30°$ на идеально гладкую поверхность, если при ударе шарик теряет половину кинетической энергии. Угол падения – это угол между нормалью к поверхности и траекторией шарика.

Задача 5. Волейбольный мяч. Волейболист снизу бьет по мячу так, что мяч летит вертикально вверх. Изменяется ли ускорение мяча в процессе полета? Если да, то укажите точки, где ускорение максимально и где минимально.

Задача 6. Цилиндры на горке. На наклонной плоскости находятся два соприкасающихся друг с другом цилиндра. Нижний цилиндр начинают медленно спускать без вращения. При этом в случае малого наклона плоскости к горизонту верхний цилиндр вращается, а в случае большого наклона скользит без вращения. Объясните явление.

Задача 7. Заряженные шарики. Металлический шарик радиусом $r_1 = 1$ см, заряженный до потенциала $\varphi_1 = 270$ В, вносится внутрь полого металлического шара радиусом $r_2 = 10$ см, заряженного до потенциала $\varphi_2 = 450$ В. Определите заряды и потенциалы шаров после их соприкосновения.

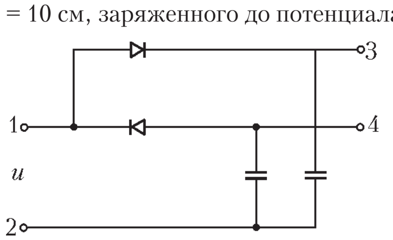

Рис. 3

Задача 8. Диодная цепь. В цепи, схема которой показана на рисунке 3, между точками 1 и 2 от внешнего источника создано переменное синусоидальное напряжение $u = U_0 \sin \omega t$. Какое напряжение установится между точками 3 и 4? Диоды считайте идеальными.

Задача 9. Резисторы. Найдите силу тока, текущего через сопротивление r (рис.4), если все остальные сопротивления равны R, а напряжение равно U.

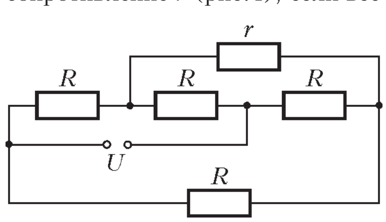

Рис. 4

Задача 10. Бусинка на стержне. На невесомый жесткий стержень, шарнирно закрепленный одним концом, надели массивную бусинку, которая может скользить по нему без трения. Вначале стержень удерживали в горизонтальном положении, а бусинка находилась на расстоянии L от закрепленного конца. Затем стержень отпустили. Найдите зависимость угла, который составляет стержень с горизонталью, от времени.

ИСТОРИЯ НАУЧНЫХ ИДЕЙ И ОТКРЫТИЙ

Математика

1. Математика Древнего Вавилона (VI–V вв. до н.э.) известна из расшифрованных клинописных текстов глиняных табличек. Некоторые таблички (можно предполагать, что это были учебные пособия) содержат геометрические задачи. Решите вместе с древними учениками такую задачу.

Пусть основания трапеции равны a и b ($a > b$). Найдите длины отрезков, параллельных основаниям и делящих площадь трапеции на 3 равные части.

2. Древнекитайский трактат «Математика в девяти книгах» содержит решения многих (очень часто прикладных) задач. Решите задачу из этого трактата.

Имеется дерево в 2 чжана длиной, обхват его 3 чи (1 чжан = 10 чи). У его подножия растет лиана, которая поднимается семью витками вокруг дерева до его вершины. Спрашивается, какова длина лианы? (Считайте, что дерево – это прямой круговой цилиндр.)

3. Диофант – последний великий математик античности – жил, по-видимому, в III веке н.э. Из его сочинений до нас (не полностью) дошли два: «Арифметика» и «О многоугольных числах». В «Арифметике» он среди прочего рассматривает неопределенные уравнения и разрабатывает методы их решения в рациональных числах (сейчас такие уравнения называют диофантовыми). В частности, он наверняка сумел бы ответить на такой вопрос.

Конечно или бесконечно количество решений в рациональных числах уравнения

$$x^2 - 3xy + 5y^2 = 3?$$

А как ответите на этот вопрос вы?

4. Последний выдающийся математик Александрийской школы Папп Александрийский жил в конце III – начале IV века н.э. Он, в частности, доказал следующую теорему.

Пусть на сторонах AB и AC треугольника ABC построены во внешнюю сторону параллелограммы ABDE и ACFG. Пусть H – точка пересечения прямых DE и FG. Тогда сумма площадей параллелограммов ABDE и ACFG равна площади параллелограмма, стороны которого равны и параллельны отрезкам BC и AH. а) Докажите это. б) Обобщением какой знаменитой теоремы является эта теорема Паппа (объясните, почему)?

5. Создатель теории чисел Пьер Ферма (1601–1665) изучал целые числа, представимые некоторой квадратичной формой. В частности, ему пришлось иметь дело с предлагаемой вам задачей.

Пусть натуральные числа m и n таковы, что $m = x_1^2 + 2y_1^2$, $n = x_2^2 + 2y_2^2$, где x_1, x_2, y_1, y_2 – целые числа. Существуют ли целые x_3, y_3 такие, что $n = x_3^2 + 2y_3^2$?

Физика

1. В 1929 году Нобелевская премия по физике была вручена «за открытие волновой природы электронов». Но работа ученого, за которую была присуждена премия, открывала перед физиками гораздо более широкие горизонты. Была распространена идея А.Эйнштейна о корпускулярно-волновой природе света на всю материю.

а) Кто этот ученый? б) В какой стране он жил?

2. Вопрос устройства мира занимал людей с давних времен. Выдающиеся ученые античности, в частности Аристотель, сформулировали геоцентрическую гипотезу строения Вселенной. Эта гипотеза была господствующей почти две тысячи лет. Однако уже в Древней Греции были мыслители, которые отводили Земле более скромное место. По одной из гипотез все небесные тела вращались вокруг Великого центрального огня, другая гипотеза была гелиоцентрической – в центр Вселенной ставила Солнце.

Назовите древнегреческих ученых – авторов этих гипотез.

3. 2009 год объявлен ООН годом астрономии. В этом году отмечается 400 лет со времени изготовления первого астрономического прибора, давшего возможность подробно изучать звездное небо, находя на нем новые, прежде невидимые объекты. Автором этого прибора был великий физик, разработавший фундаментальные основы современной механики.

а) О каком приборе идет речь? б) Кто создатель этого прибора? в) В какой стране он жил? г) Чем этот прибор отличается от аналогичного прибора, созданного современником этого ученого, выдающимся астрономом И.Кеплером?

4. Современные научно-технические разработки основаны на нанотехнологиях. Для их осуществления требуется информация о расположении отдельных атомов и молекул вещества. В 1986 году был построен первый прибор, позволяющий получить такую информацию. В основе этого прибора лежит использование сил Ван-дер-Ваальса, действующих между атомами зонда и отдельными частицами вещества, а регистрирует это взаимодействие измеритель наноперемещений. Этот прибор может использоваться для определения микрорельефа поверхности любых веществ, как проводящих, так и непроводящих, с его помощью можно наблюдать всевозможные несовершенства структуры, локализованные на изучаемых поверхностях, например дислокации или заряженные дефекты, а также всяческие примеси.

а) Что это за прибор? б) Какие другие приборы для рассмотрения микроструктур вы знаете?

5. 130 лет назад скончался великий английский физик. Он работал в различных областях физики, и в каждой из этих областей обязательно найдется результат, названный его именем. Все его достижения значительны, но одно из них связало в единое целое три раздела физики, которые до этого считались обособленными. Ряд предсказаний его теории довольно быстро подтвердились экспериментально, а некоторые стали широко использоваться в технике. Эта теория стала фундаментом как для классических разделов физики, так и для ряда новых направлений. Особенностью его взглядов было отрицание необходимости использования векторов в физических соотношениях, поэтому для изложения нескольких дифференциальных уравнений, которые составляют сущность упомянутой теории, ему пришлось написать двухтомный труд.

а) Назовите этого ученого. б) О какой теории идет речь?

Публикацию подготовили В.Альминдеров, А.Егоров, А.Кравцов, В.Крыштоп, Ж.Раббот

ОТВЕТЫ, УКАЗАНИЯ, РЕШЕНИЯ

КМШ

ЗАДАЧИ

(см. «Квант» №2)

1. Всего есть пять чисел, у которых трехзначные кубы: $5^3 = 125$, $6^3 = 216$, $7^3 = 343$, $8^3 = 512$, $9^3 = 729$. Ни число КУБ, ни число ШАР не равны 343, так как в каждом из них все цифры разные. Но во всех оставшихся кубах есть общая цифра 2, а в числах КУБ и ШАР общих цифр нет.

2. Воспользуемся палеткой. Так называют прозрачную клетчатую пленку с ячейками 1×1, которую используют для нахождения приближенного значения площадей фигур. Наложим палетку на фигуру так, как показано на рисунке 1, *а*. Теперь ясно из рисунка 1,*б*, что фигура содержит 24 целые клетки и еще 16 четвертинок круга. Учитывая, что площадь единичного круга равна π, получим, что площадь данной фигуры равна $24 + 4\pi$.

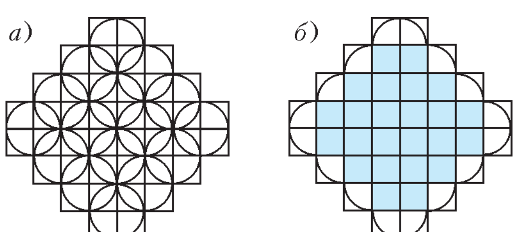

Рис. 1

3. Первые примеры показывают, что и Сашу, и Артема, и Машу учили составлять буквы из отрезков.

Пока толщина отрезка остается малой (по сравнению с его длиной), мы легко узнаем буквы. Но когда толщина отрезка становится очень большой, отрезки превращаются в прямоугольники, и буквы становятся совершенно неузнаваемыми.

Для расшифровки Машиной записи нам надо выяснить, чему равна толщина плакатного пера (рис. 2). Этот размер имеет одна из сторон каждого прямоугольника-отрезка. Сравним прямоугольники, находящиеся на первом плане, – это вертикальные прямоугольники в первой и шестой фигурах. У них одинаковые стороны имеют длину 4 клетки. Это и есть ширина плакатного пера.

Рис. 2

Теперь приступаем к разгадке Машиной записи. Нам надо каждый прямоугольник сжать в отрезок вдоль его стороны, равной 4 клеткам, т.е. провести среднюю линию прямоугольника. То, что у нас получилось, показано на рисунке 3.

Итак, ответ – ГЕОМЕТРИЯ.

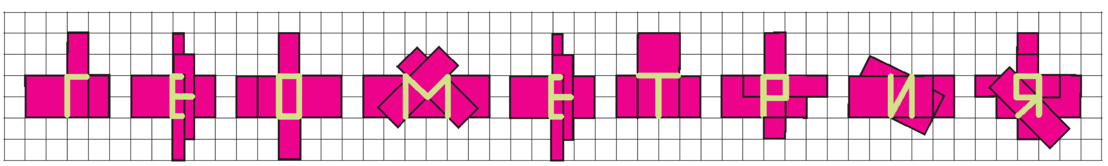

Рис. 3

4. Нет, у дворников другая цель.

Температура плавления смеси снега с солью ниже, чем у чистого снега. Когда дворник посыпает дорожку солью, снег взаимодействует с солью и образуется раствор соли в воде. Температура замерзания этого раствора ниже температуры воздуха, раствор стекает с дорожки, и снег исчезает. Вот почему у дворников, знающих эту тайну рассолов, дорожки чистые от снега, даже когда на улице мороз.

5. Выиграет лама.

Заметим, что один из учеников берет всегда нечетное число спичек, а другой – четное (возможно, 0, если он вынужден пропустить ход). Поэтому, независимо от ходов учеников, перед каждым ходом мудрого ламы на столе будет находиться нечетное число спичек, а после любого хода ламы – четное. Значит, у ламы всегда будет ход, и поскольку после каждого его хода число спичек на столе уменьшается, лама выиграет.