ОТВЕТЫ, УКАЗАНИЯ, РЕШЕНИЯ

КМШ

ЗАДАЧИ

(см. «Квант» №1)

1. 0%.
Указание: 76 + 83 − 100 = 59.

2. Заметим, что правильный треугольник можно разделить прямыми, параллельными его сторонам, на любое количество правильных треугольников, равное квадрату натурального числа.

а) Разделим исходный треугольник на 25 треугольников, которые назовем большими. Возьмем пять больших треугольников и каждый из них разделим на четыре маленьких. В итоге получится 20 маленьких треугольников и 20 больших.

б) Разделим исходный треугольник на 49 больших треугольников. Четыре из них разделим на девять маленьких каждый, а еще девять – на четыре средних каждый. В итоге треугольников каждого вида будет 36.

3. Присвоим волшебной палочке, которую нашла Алиса, номер 1. Попросим палочку №1 создать такую же точно волшебную палочку и присвоим ей номер 2. Создать еще одну волшебную палочку с помощью исходной уже нельзя по условию. Однако палочка №2 еще не создавала такую же точно волшебную палочку, и Алиса сможет с помощью палочки №2 создать волшебную палочку №3, с помощью палочки №3 – палочку №4, и так далее, пока наконец не изготовит 10 волшебных палочек. После этого надо попросить каждую из палочек сделать по требуемому башмачку – и задача решена.

4. Изогнем сначала проволоку так, чтобы она приняла вид пятиугольника $ABCDE$, в котором вершины A, B, C и D – это вершины квадрата, а вершины A, D и E – это вершины равностороннего треугольника (рис.1). Загнем теперь звенья AE и DE так, чтобы плоскость AED стала перпендикулярной плоскости $ABCD$.

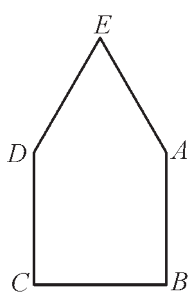

Рис. 1

5. 22 года.
Пусть в году x дней. Тогда $6 \cdot 10x = 60x$ выкуренных сигарет сократят жизнь Горыныча на столько, что ему останется прожить всего 10 лет. А $17 \cdot 5x = 65x$ выкуренных сигарет сократят жизнь Горыныча на столько, что ему останется прожить всего 5 лет. Значит, $65x - 60x = 5x$ сигарет сокращают жизнь на 10 − 5 = 5 лет. Тогда Горыныч, если бросит курить, проживет 10 лет да еще столько, сколько отнимают $60x$ сигарет, а это еще $60x : 5x = 12$ лет.

КОНКУРС «МАТЕМАТИКА 6 – 8»

(см. «Квант» №5 за 2009 г.)

6. 1000.
Всего было отправлено 2000 · 1000 приглашений, а всевозможных пар людей на сайте 2000 · 1999 / 2 = 1999000. Приглашений на 1000 больше, чем пар, поэтому найдутся хотя бы 1000 пар, в каждой из которых люди отправили приглашения друг другу. Ровно 1000 пар друзей может получиться так. Расставим всех 2000 человек по кругу, и пусть каждый пригласит 1000 следующих за ним по часовой стрелке. Тогда друзьями окажутся только те, кто расположен строго друг напротив друга.

7. Можно. См. рис. 2.

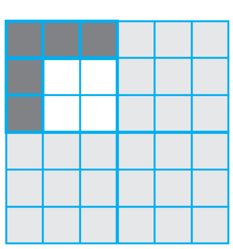
Рис. 2

8. Посмотрим, как располагаются гирьки на чашах весов вначале. Вместе с каждой гирькой массой a граммов, где $a < 51$, рассмотрим еще три гирьки с массами $a + 100$, $101 - a$ и $201 - a$ граммов (убедитесь, что все эти четыре гирьки разные). Если гирька a лежит на левой чаше, то гирьки $a + 100$ и $201 - a$ – на правой, а гирька $101 - a$ – на левой (по условию). При этом сумма масс этих гирек на левой чаше равна 101 г, а на правой – 301 г, т.е. эти четыре гирьки создают на одной из чаш «перевес» в 200 г. Все двести гирек делятся таким образом на 50 групп по четыре гири в каждой. Так как по условию весы в равновесии, то 25 групп дают перевес на левую чашу и столько же групп дают перевес на правую чашу. Заметим, что в каждой группе по паре гирь с четными и нечетными массами, причем гири с массами одной четности отличаются на 100 г. Кроме того, более тяжелые гири в каждой паре лежат на одной чаше. Поэтому когда убирают все гирьки с четными массами, то перевес, создаваемый каждой группой, становится равным 100 г, причем на ту же чашу, что и раньше, и весы снова оказываются в равновесии.

9. Найдутся.
Поскольку $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 1 + 8 + 27 + 64 = 100$, то подойдут, например, числа 100^{33}, $2 \cdot 100^{33}$, $3 \cdot 100^{33}$, $4 \cdot 100^{33}$.

10. Пусть E – середина BC, а F – середина CD (рис.3). Напомним, что медианы треугольника делятся их точкой пересечения в отношении 2:1 (считая от вершин). Заметим, что любой отрезок с началом в точке A и концом на отрезке EF делится отрезком BD также в отношении 2:1, считая от точки A (докажите это самостоятельно, используя теорему Фалеса). Поэтому задача будет решена, если мы покажем, что точка K пересечения отрезков EF и PQ является серединой PQ.

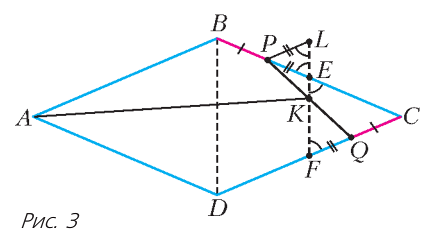

Рис. 3

Считаем, что точки P и E различны (иначе задача очевидна). Пусть P лежит на отрезке BE (случай, когда P лежит на CE, аналогичен). Точка Q лежит тогда на FC, причем $PE = FQ$ (так как $BP = CQ$ по условию, а BE и CQ равны как половины сторон ромба). На луче FE за точкой E отметим точку L, такую что $PL = PE = FQ$. Треугольник ELP равнобедренный, поэтому $\angle PLE = \angle PEL = \angle CEF = \angle CFE$. Значит, $PL \parallel FQ$, и эти отрезки равны, откуда следует, что $PLQF$ – параллелограмм, а K – точка пересечения его диагоналей. Поэтому K – середина PQ, что и требовалось.

ЗАДАЧИ МЕХАНИКИ В НЕИНЕРЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМАХ ОТСЧЕТА

1. $a = 2\ \text{м/с}^2$. **2.** $a = \dfrac{2g(H-h)}{l}$.

3. $a = 0{,}5\ \text{м/с}^2$. **4.** $F = \dfrac{\rho l^2 da}{2}$.

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП XXXVI ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

1. Предположим противное; тогда дискриминанты всех трехчленов неположительны, т.е. $a_k^2 \le b_k$ (k = 1, 2, 3). Левые (а значит, и правые) части этих неравенств неотрицательны, поэтому их можно перемножить, получив $(a_1a_2a_3)^2 \le b_1b_2b_3$, т.е. $N^2 \le N$, где $N = a_1a_2a_3$, что противоречит неравенству $N > 1$.

2. Заметим, что четность места каждого лыжника менялась при любом обгоне; значит, его место на финише – той же четности, что и на старте. Так как скорости постоянны, каждые два лыжника встречались не более одного раза. Будем обозначать лыжников их стартовыми номерами. Победителя никто не мог обогнать, значит, он сам обогнал двоих. Поэтому он – 3 и обогнал лыжников 1 и 2. Аналогично, финишировавший последним не мог никого обогнать, поэтому его обогнали двое, он – 5, и его обогнали 6 и 7. Далее, лыжник 1 не мог никого обогнать, т.е. он финишировал третьим (и его, кроме 3, обогнал лыжник, финишировавший вторым), а лыжника 7 никто не мог обогнать, и он финишировал пятым (обогнав 5 и лыжника, финишировавшего шестым).

Итак, осталось выяснить, какими финишировали лыжники с четными номерами. Вторым финишировать мог либо 2, либо 4. Если 2 пришел вторым, то он обогнал 1, и с группой лидеров (1, 2, 3) больше обгонов не происходило. Значит, лыжника 4 могли только обгонять, он на финише шестой, а лыжник 6 – четвертый. Если же вторым пришел 4, то 2 мог придти к финишу только четвертым (значит, 4 обогнал 2 и 1), а шестым пришел 6 (обогнав 5 и уступив 7).

Итого, возможны только два протокола: 3, 2, 1, 6, 7, 4, 5 и 3, 4, 1, 2, 7, 6, 5.

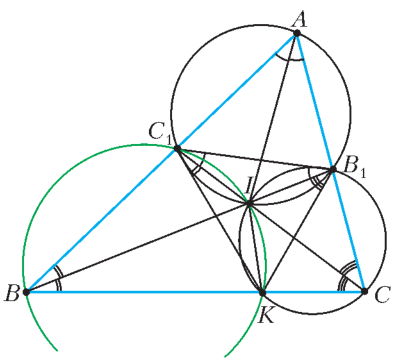

Рис. 4

4. Пусть I – точка пересечения биссектрис треугольника ABC (рис.4). Тогда

$$\angle B_1IC_1 = \angle BIC = 180° - \angle IBC - \angle ICB =$$

$$= 180° - (\angle ABC + \angle ACB)/2 = 180° - 60° = 120° = 180° - \angle B_1AC_1 .$$

Значит, четырехугольник AB_1IC_1 вписанный. Отсюда

$$\angle AC_1B_1 = \angle AIB_1 = \angle ABI + \angle BAI = (\angle A + \angle B)/2$$

(поскольку $\angle AIB_1$ – внешний в ΔABI) и, аналогично,

$$\angle AB_1C_1 = (\angle A + \angle C)/2 .$$

Пусть описанная окружность треугольника BC_1I пересекает прямую BC в точке K (легко понять, что эта точка не может попасть на продолжение стороны BC). Тогда

$$\angle IKC = 180° - \angle BKI = \angle BC_1I =$$

$$= 180° - \angle AC_1I = \angle AB_1I = 180° - \angle IB_1C ,$$

т.е. четырехугольник IB_1CK также вписан.

Наконец, поскольку четырехугольники AB_1IC_1, BC_1IK и $CKIB_1$ вписаны, мы имеем

$$\angle KC_1B_1 = \angle KC_1I + \angle IC_1B_1 =$$

$$= \angle KBI + \angle IAB_1 = (\angle B + \angle A)/2 = \angle AC_1B_1$$

и, аналогично,

$$\angle KB_1C_1 = \angle KB_1I + \angle IB_1C_1 = (\angle C + \angle A)/2 = \angle AB_1C_1 .$$

Значит, треугольники AB_1C_1 и KB_1C_1 равны по стороне B_1C_1 и двум прилежащим к ней углам. Тогда они симметричны относительно B_1C_1, поэтому точки A и K также симметричны. Поскольку точка K лежит на BC, решение закончено.

5. Запишем каждую из наших разностей со знаком плюс, если в соответствующей паре чисел большее стоит перед меньшим по часовой стрелке, и со знаком минус в противном случае. У нас получились 11 разностей между числом и следующим за ним по часовой стрелке; значит, сумма всех этих чисел равна нулю, т.е. четному числу. Это невозможно, поскольку среди них ровно семь нечетных чисел – четыре числа вида ±1 и три числа вида ±3.

6. Поскольку $\angle PC_1B = \angle PA_1B = 90°$, четырехугольник PA_1C_1B вписанный (рис.5). Значит, $\angle CC_1A_1 = 180° - \angle A_1C_1B = \angle A_1PB = 90° - \angle A_1BP$. С другой стороны, $\angle A_1BP = \angle ACB = \frac{1}{2}\overset{\cup}{AB}$. Поэтому $\angle CC_1A_1 = \angle A_1PB = 90° - \angle ACC_1$, т.е. прямые A_1C_1 и AC пересекаются под прямым углом.

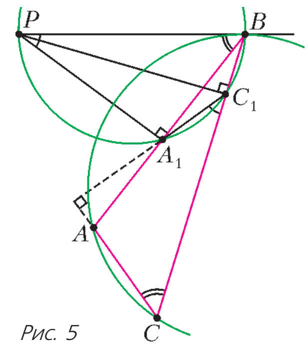

Рис. 5

7. Заметим, что у каждого в компании не менее трех знакомых. Действительно, если бы некто X был знаком менее чем с тремя, то, исключив из компании одного из его знакомых, мы получили бы шестерку людей, в которой у X не более одного знакомого, т.е. посадить их за круглый стол невозможно. Более того, если бы у каждого было ровно по три знакомых, то число пар знакомых людей было бы равно $7 \cdot \frac{3}{2} = \frac{21}{2}$, что невозможно. Значит, у какого-то человека X хотя бы 4 знакомых. Рассадим всех, кроме X, за круглый стол. Тогда из четырех его знакомых хотя бы двое сидят рядом. Если мы посадим X между ними, то получим требуемую рассадку.

8. Не могут.

Обозначим n-е простое число через p_n. Предположим, что нашлось $m > 1$, для которого $S_{m-1} = k^2$, $S_m = l^2$, где k и l – натуральные числа. Числа $S_2 = 5$, $S_3 = 10$ квадратами не являются, так что $m > 4$. Заметим, что $p_m = S_m - S_{m-1} = (l-k)(l+k)$; ввиду простоты p_m получаем $1 = l - k$, $p_m = l + k = 2l - 1 = 2\sqrt{S_m} - 1$. Таким образом, $S_m = \left(\frac{p_m+1}{2}\right)^2$. Заметим также, что p_m нечетно (так как $m \ge 2$), и

$$1 + 3 + 5 + \ldots + p_m = \left(1^2 - 0^2\right) + \left(2^2 - 1^2\right) + \ldots$$

$$\ldots + \left(\left(\frac{p_m+1}{2}\right)^2 - \left(\frac{p_m-1}{2}\right)^2\right) = \left(\frac{p_m+1}{2}\right)^2 .$$

С другой стороны, в сумму $S_m = 2 + p_2 + \ldots + p_m$, кроме двойки, входят лишь нечетные числа и при $m > 4$ не входят нечетное составное число 9 и число 1, поэтому

$$S_m \le (1 + 3 + 5 + \ldots + p_m) + 2 - 1 - 9 < \left(\frac{p_m+1}{2}\right)^2 .$$

Противоречие.

Замечание. В последовательности (S_n) встречаются квадраты натуральных чисел. Кроме $S_9 = 100$, известны еще несколько; минимальный из них $S_{2474} = 25633969 = 5063^2$.

10 класс

1. Не могло.

4. 1961. *Указание.* Докажите, что число b является удачным тогда и только тогда, когда каждое простое число входит в разложение b на простые множители с одним из следующих показателей: 0, 1, 2, 3, 4, 6, 8.

5. Так как для всех x верно неравенство $P(x) = ax^2 + (b - c)x + c > 0$, то дискриминант трехчлена $P(x)$ отрицателен:

$$D = (b-c)^2 - 4ac = b^2 + c^2 - 2bc - 4ac < 0 .$$

Кроме того, $c = P(0) > 0$. Значит, у трехчлена $Q(x) = cx^2 - (b+c)x + (a+b)$ положителен старший коэффициент, а его дискриминант

$$D' = (b+c)^2 - 4c(a+b) = b^2 + c^2 + 2bc - 4ac - 4bc = D$$

отрицателен. Это значит, что $Q(x) > 0$ при всех действительных x, что и требовалось доказать.

6. Треугольники PBA и PCB подобны, так как $\angle BPC$ – общий, а $\angle PBA = \angle PCB = \frac{1}{2}\overset{\smile}{AB}$ (рис.6). Значит, $\frac{BA}{BC} = \frac{PB}{PC}$.

Аналогично, из подобия треугольников PDA и PCD следует,

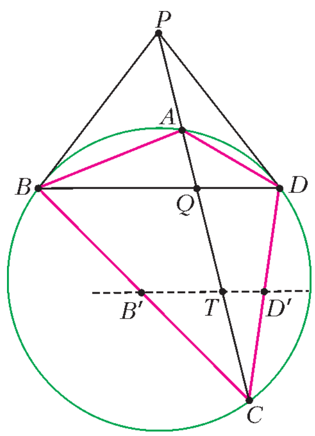

Рис. 6

что $\frac{DA}{DC} = \frac{PD}{PC}$. Так как $PB = PD$, то $\frac{BA}{BC} = \frac{DA}{DC}$, или $\frac{AB}{AD} = \frac{CB}{CD}$; заметим, что тогда и $\frac{AB+CB}{AD+CD} = \frac{AB}{AD} = \frac{CB}{CD}$.

Обозначим через Q точку пересечения отрезков AC и BD, а через T – произвольную точку на отрезке AC. Пусть для определенности T лежит на отрезке QC, а прямая, проходящая через T, параллельно BD, пересекает CB и CD в точках B' и D' соответственно. Тогда по теореме Фалеса $\frac{CB'}{CD'} = \frac{CB}{CD} = \frac{AB+CB}{AD+CD}$, или $\frac{CB'}{AB+CB} = \frac{CD'}{AD+CD}$, что и требовалось.

Если же точка T лежит на отрезке AQ, то аналогично рассматриваются отрезки, высекаемые на сторонах AB и AD.

7. Существуют.

Для натурального числа t тройка чисел $3t$, $-t$, $-2t$ удовлетворяет всем условиям, кроме, возможно, последнего. А чтобы сумма $(3t)^{13} + (-t)^{13} + (-2t)^{13} = t^{13}\left(3^{13} - 1 - 2^{13}\right)$ являлась точным квадратом, достаточно взять, например, $t = 3^{13} - 1 - 2^{13}$.

8. 2^{n-1}. *Указание.* Докажите, что число прямоугольников в любом разбиении равно n, их площади выражаются числами 1, 2, …, n и каждый из них содержит клетку верхнего слоя. Далее примените индукцию по n.

11 класс

1. Не могла.

2. Ясно, что массы всех гирь, стоящих на нечетных местах, имеют одинаковую четность, а массы всех остальных гирь – другую четность. Так как общая масса четна, то 1005 гирь на нечетных местах имеют четные массы.

Поставим первую гирьку на левую чашку весов (пусть ее масса равна $2a \le 1000$ г), остальные 2008 гирь разобьем на 1004 пары стоящих рядом гирек (тогда массы гирек в любой паре отличаются на 1 г). Теперь в некоторых $(502 - a)$ парах поставим более легкие гири каждой пары на правую чашку весов, а более тяжелые – на левую; в остальных же $(502 + a)$ парах поставим легкие гири на левую чашку, а тяжелые – на правую. Тогда разность суммарных масс гирь на левой и правой чашках будет равна $2a + (502 - a) - (502 + a) = 0$.

3. Обозначим через E точку пересечения диагоналей AC и BD и рассмотрим случай, когда точка K лежит на отрезке BE (рис.7). Заметим, что $\angle PAD = \angle CAD = \angle CBD = \angle PKD$, т.е. четырехугольник $AKPD$ вписан. Значит, $\angle AKD = \angle APD = 90°$. Тогда из равенства $\angle CPD = \angle CMD = 90°$ следует вписанность четырехугольника $CPMD$, откуда

$$\angle EPM = 180° - \angle CPM = \angle EDC = \angle BAC = \angle BAE .$$

Следовательно, $PM \parallel AB \perp BC \parallel KP$, что и требовалось.

Случай, когда K лежит на отрезке DE, аналогичен.

4. Если $b = 1$, то $a = c = 1$, и в качестве другой тройки можно выбрать (1, 25, 49). Если же $b \ne 1$, то из взаимной простоты разность прогрессии d не может оказаться нулевой. Тогда без ограничения общности $d = b - a = c - b > 0$.

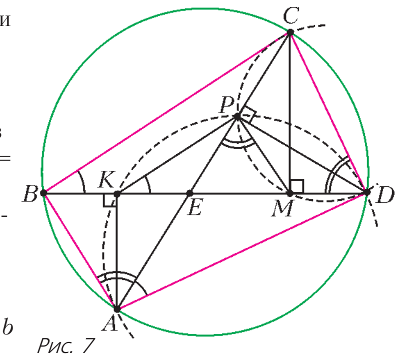

Рис. 7

Поскольку b взаимно просто как с a, так и с c, то оно взаимно просто с ac. Далее, произведение взаимно простых чисел ac и b является квадратом, поэтому и каждое из них – также квадрат, т.е. $b = f^2$, $ac = m^2 = (b-d)(b+d) = b^2 - d^2$ для некоторых натуральных f и m. При этом $m \ne d$, так как в противном случае $b^2 = m^2 + d^2 = 2m^2$, что невозможно.

Рассмотрим теперь тройку $(b - m,\ b,\ b + m)$. Ее члены образуют арифметическую прогрессию, являются натуральными числами (так как $b^2 - m^2 = d^2 > 0$), и их произведение $(b-m)b(b+m) = f^2\left(b^2 - m^2\right) = (df)^2$ является квадратом. Кроме того, $\text{НОД}\left(b, m^2\right) = \text{НОД}(b, ac) = 1$, откуда

$$1 = \text{НОД}(b, m) = \text{НОД}(b, b-m) = \text{НОД}(b, b+m).$$

Значит, эта тройка – квадратная, она имеет общий элемент b с исходной и отлична от нее (ибо $b - m \ne b - d$), что и требовалось.

5. Предположим противное; пусть для определенности $\gamma \ge 90°$. Тогда $\alpha + \beta \le 90°$, и углы α и β острые. Поэтому $0 < \beta \le 90° - \alpha < 90°$, откуда $\cos\beta \ge \cos(90° - \alpha) = \sin\alpha$, что противоречит условию.

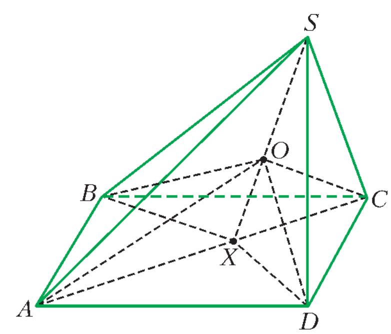

Рис. 8

6. Пусть X – точка пересечения луча SO с плоскостью $ABCD$ (рис.8). Так как точка O лежит внутри пирамиды, то точка X лежит внутри ее основания. При этом $S_{XAB} + S_{XCD} = S_{XBC} + S_{XDA}$ (одно из возможных доказательств этого факта усматривается из рисунка 9 – каждая из сумм равна половине площади параллелограмма $ABCD$). Следовательно,

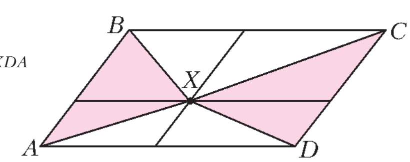

Рис. 9

$$V_{XSAB} + V_{XSCD} = V_{XSBC} + V_{XSDA}, \qquad (1)$$

так как высота этих пирамид, опущенная из вершины S, общая. Аналогично,

$$V_{XOAB} + V_{XOCD} = V_{XOBC} + V_{XODA}. \qquad (2)$$

Вычитая из равенства (1) равенство (2), получаем требуемое.

7. Не может.

Рассмотрим многочлен $P(x) = (b-c)x^2 + (c-a)x + (a-b)$ – его степень не больше 2. По условию, $P(1234) = 0$; кроме того, очевидно, $P(1) = 0$. Значит, если его степень равна 2, то по теореме Безу $P(x) = (b-c)(x-1)(x-1234)$. Если же степень меньше 2, то он может быть только нулевым (поскольку у него есть два корня); тогда $a = b = c$, и все равно верно равенство $P(x) = (b-c)(x-1)(x-1234)$. Приравнивая свободные члены в равенстве

$$P(x)=(b-c)x^2+(c-a)x+(a-b)=(b-c)(x-1)(x-1234),$$

получаем $a-b=1234(b-c)$, откуда $a=1235b-1234c$. Тогда значение первого трехчлена в точке 1 равно $a+b+c=$ $=1236b-1233c=3(412b-411c)$, т.е. делится на 3; значит, оно не может равняться 2009.

8. $50\sqrt{2}$.

Пронумеруем в квадрате строки (снизу вверх) и столбцы (слева направо) числами от 1 до 100; будем обозначать клетку парой номеров ее строки и столбца. Назовем *расстоянием* между клетками расстояние между их центрами. Клетки назовем *парными*, если числа в них различаются на 5000. Заметим, что расстояние от клетки (50, 50) до любой другой (в частности, до парной ей) не превосходит $\sqrt{50^2+50^2}=$ $=50\sqrt{2}$. Значит, и минимальное расстояние между парными клетками также не превосходит $50\sqrt{2}$. На рисунке 10 приведен пример расстановки чисел 1, …, 64 в квадрате 8×8, при которой минимальное расстояние между центрами парных клеток (в данном примере числа в парных клетках отличаются на 32) достигает своего наибольшего значения $4\sqrt{2}$.

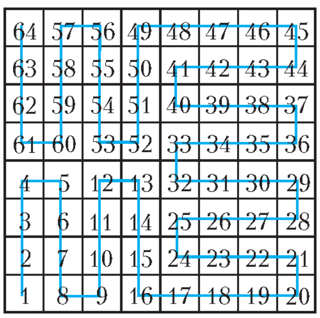

Рис. 10

Этот пример легко обобщить, чтобы расставить нужным образом числа в квадрате 100×100.

РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП XLIV ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ ПО ФИЗИКЕ

7 класс

1. $L=v_0t=2{,}5$ км/ч $\cdot$ 2 ч $=5$ км. **2.** $V=20$ мл.

3. $\Delta L=L_B-L_A=\dfrac{L}{2}\left(\dfrac{v_2-v_1}{v_2+v_1}\right)=0{,}18$ мили.

4. $d=0{,}5$ мм, $h=0{,}1$ мм.

8 класс

1. Безразлично, куда бежать вначале: вверх или вниз.

2. $\Delta t_3=1{,}25$ °C. **3.** $M=12{,}5$ г, $L=41{,}5$ мм.

4. $m=\dfrac{\rho_0abc^2}{c-b}=2$ кг.

9 класс

1. $t=20$ мин. **2.** $m_2=m_1\dfrac{c_1}{2c_2}\dfrac{\alpha\left(t_1^2-t_0^2\right)+2\left(t_1-t_0\right)}{t_0-t_2}\approx0{,}707$ кг.

3. Все три резистора соединены параллельно и подключены к полюсам батарейки; $U=$ $=3$ В; $I_2-I_1=2$ мА.

4. $N_1=\sqrt{50}N_0\approx$ ≈170 кадров/с.

5. В системе есть всего два изображения, полученные в зеркалах M_1 и M_2 (рис.11).

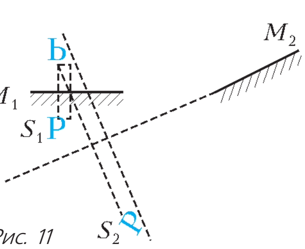

Рис. 11

10 класс

1. $v_{max}=\sqrt{\dfrac{\mu gL}{2}\left(1+\dfrac{m}{M}\right)}$. **2.** $F=0{,}65\ mg$.

3. При $T_1=\dfrac{1}{4}T_0$ и $T_2=\dfrac{3}{4}T_0$. **4.** $R_{AB}=\dfrac{5R}{48}=10$ Ом.

5. $V_0\approx(0{,}82\pm0{,}05)$ л.

11 класс

1. $K_2=2{,}25\Pi=2{,}25$ Дж.

2. $H=\dfrac{g\tau_1^2}{2}=5$ м; $\mu=\dfrac{M}{2\tau_2}=0{,}2$ кг/с. **3.** $Q=\dfrac{C\mathcal{E}^2}{8}\left(\dfrac{R}{R+r}\right)^2$.

4. $\operatorname{tg}\varphi_1\approx0{,}347$, $\varphi_1\approx19{,}1°$.

5. Тепло подводится на всех верхних горизонтальных и на всех левых вертикальных участках, $Q=9{,}18p_0V_0$.

ВСЕРОССИЙСКАЯ СТУДЕНЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКЕ

1. $s_1=\dfrac{2L}{\sqrt{5}}$, $s_2=\dfrac{L}{\sqrt{5}}$. **2.** $T=\dfrac{2\pi L}{\sqrt{12gR}}$.

3. $\omega_1=\dfrac{\Omega}{3}$, $\omega_2=\dfrac{2\Omega}{3}$, $v_1=v_2=\sqrt{\dfrac{v^2}{4}+\dfrac{\Omega^2R^2}{36}}$.

4. $\dfrac{1}{16}\dfrac{\left|\vec r_{12}\times\left(\vec v_2-\vec v_1\right)\right|^2}{R^2}<\dfrac{\left(\vec v_2-\vec v_1\right)^2}{4}+Gm\left(\dfrac{1}{2R}-\dfrac{1}{r}\right)$.

5. Если $\dfrac{H}{2}\le h_{max}$, то $D_{max}=2r+(n-1)\dfrac{r\rho gH^2}{4\sigma}$, если $\dfrac{H}{2}>h_{max}$, то $D_{max}=2r+4(n-1)\left(H-h_{max}\right)\dfrac{r}{d}$, где $h_{max}=\dfrac{4\sigma}{\rho gd}$ – максимальная высота столба жидкости в капилляре.

6. $T_2=\dfrac{5}{3}T$. **7.** $F=\dfrac{p_mB}{R}$. **8.** $W=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{q^2}{2\pi\varepsilon_0R}-q\varphi\right)$. **9.** $I=\dfrac{I_0}{4}$.

журнал Квант ©

НОМЕР ПОДГОТОВИЛИ

С.А.Дориченко, А.А.Егоров, Е.М.Епифанов, С.П.Коновалов, А.Ю.Котова, В.А.Тихомирова, А.И.Черноуцан

НОМЕР ОФОРМИЛИ

Ю.А.Ващенко, Д.Н.Гришукова, А.Е.Пацхверия, М.В.Сумнина

ХУДОЖЕСТВЕННЫЙ РЕДАКТОР

Е.В.Морозова

КОМПЬЮТЕРНАЯ ГРУППА

Е.А.Митченко, Л.В.Калиничева

Журнал «Квант» зарегистрирован в Комитете РФ по печати. Рег. св-во №0110473

Адрес редакции:

119296 Москва, Ленинский проспект, 64-А, «Квант»
Тел.: 930-56-48
E-mail: admin@kvant.info, math@kvant.info, phys@kvant.info
Сайт: kvant.info

Отпечатано в ОАО ордена Трудового Красного Знамени «Чеховский полиграфический комбинат»
142300 г.Чехов Московской области,
Сайт: www.chpk.ru E-mail: marketing@chpk.ru
Факс: 8(49672) 6-25-36, факс: 8(499) 270-73-00
Отдел продаж услуг многоканальный: 8(499) 270-73-59