



Как управлять светом с помощью магнитного поля

В. БЕЛОТЕЛОВ

В ПОСЛЕДНЕЕ ВРЕМЯ ИДЕЯ СОЗДАНИЯ ОПТИЧЕСКИХ компьютеров приобретает все большую популярность. Она подкрепляется, с одной стороны, неиссякающим стремлением к все большему скоростям вычислений, а с другой стороны – удивительными возможностями современных технологий. Для того чтобы обрабатывать и передавать информацию с помощью света, т.е. с помощью фотонов, надо научиться эффективно управлять ими. Хотя электрического заряда у фотонов нет, но наличие поляризации – ориентации их электромагнитного поля – дает определенную надежду на успех.

Прежде всего перенесемся в конец XIX века, в лабораторию великого английского физика Майкла Фарадея – ведь именно оттуда берет исток наша история.

«Намагнитить луч света и осветить магнитную силовую линию»

Разнообразные физические явления, связанные с магнитными и оптическими свойствами среды, в течение многих столетий изучались независимо. Свет сопровождает человечество с момента его зарождения, а магнетизм известен с древних времен. Однако только в 1845 году М.Фарадей впервые провел эксперименты, доказавшие связь между этими явлениями. Отчасти это связано с тем, что в обычных условиях магнитооптические эффекты весьма малы и для их открытия требовалась физическая интуиция гения. Удивительно, что это произошло в то время, когда не было ясного понимания ни природы магнитных свойств, ни природы оптических явлений и когда еще не были сформулированы уравнения Максвелла.

«Я уже давно придерживался мнения, что различные формы и силы материи настолько близки и родственны, что могут превращаться друг в друга. Это твердое убеждение побудило меня произвести много изысканий с целью открыть связь между светом и электричеством. Однако результаты оказались отрицательными...» – так сам Фарадей комментирует свои опыты.

«Эти безуспешные изыскания не могли поколебать моего твердого убеждения, основанного на научных соображениях. Поэтому я недавно возобновил исследование на очень тонких и строгих началах, и в конце концов мне удалось намагнитить и наэлектризовать луч света и осветить магнитную силовую линию.»

В словах «*намагнитить луч света*» подразумевается вызываемое магнитным полем вращение плоскости поляризации света – магнитооптический эффект Фарадея. Кроме того, обращают на себя внимание и слова «*осветить магнитную силовую линию*», намекающие на возможное обратное влияние света на магнетизм. В опытах Фарадея такого явления обнаружено не было, но эти слова указывают на то, что великий физик фактически предсказал и его. Влияние света на магнитные свойства вещества было теоретически доказано гораздо позже. В 1960 году советский физик Л.П.Питаевский показал, что свет, обладающий круговой поляризацией, способен намагнитить среду, которую он освещает. Эффект получил название обратного эффекта Фарадея.

Хотя обратный эффект Фарадея тоже имеет большую практическую значимость, в этой статье речь пойдет только о прямом магнитооптическом эффекте, ведь наша цель – управлять светом, используя магнитное поле.

Спин и поляризация фотонов

Напомним, что можно говорить о естественном, т.е. неполяризованном, свете, а также можно выделить три основных состояния поляризации: плоская, круговая и эллиптическая поляризации. В общем случае поляризованный свет обладает эллиптической поляризацией, т.е. траектория проекции конца вектора напряженности электрического поля волны на плоскость, перпендикулярную направлению ее распространения, является эллипсом. Наибольший практический интерес представляют два крайних случая эллиптической поляризации: линейная поляризация, когда эллипс вырождается в отрезок, и круговая поляризация, при которой эллипс превращается в окружность.

С квантово-механической точки зрения, понятие поляризации света связано с наличием у фотона спина. Фотоны, как частицы с нулевой массой покоя, могут находиться в двух состояниях со значениями момента импульса $\pm\hbar$ ($\hbar$ – постоянная Планка), направленного вдоль импульса фотона. Такие фотоны обладают круговой поляризацией: левой, когда квантовое число $m = +1$, или правой, когда $m = -1$. Эллиптически поляризованные фотоны находятся в состоянии, которое складывается из состояний с $m = \pm 1$; при линейной поляризации суперпозиция этих состояний такова, что средняя проекция момента на направление импульса равна нулю.

Эффект Фарадея

У свободного фотона состояния с $m = +1$ и $m = -1$ имеют одинаковые энергии (частоты). В квантовой механике такую ситуацию называют вырождением. Снять вырождение можно при помощи внешнего магнитного поля, направленного вдоль волнового вектора (предполагается, что фотон распространяется в среде с показателем преломления n). В магнитном поле компоненты с $m = \pm 1$ будут распространяться с разными фазовыми скоростями:

$$v_{\pm} = \frac{c}{n}(1 \pm Q).$$

Здесь c – скорость света, n – показатель преломления среды, а Q – специальный магнитооптический параметр. В немагнитных средах параметр Q пропорционален магнитному полю и в не очень больших полях (магнитная индукция не превышает 200–300 мТл) имеет типичное значение порядка $10^{-6} - 10^{-4}$. В ферромагнитных материалах этот параметр отличен от нуля даже в отсутствие поля и достигает величин $10^{-3} - 10^{-1}$. Он определяется внутренним магнитным полем, которое создается атомами и ионами кристаллической решетки магнетика.

Но с фазовой скоростью непосредственно связан показатель преломления среды:

$$n = \frac{c}{v_{\phi}}.$$

В результате получается, что в магнитной среде волны, поляризованные по часовой стрелке и против нее, преломляются по-разному – возникает явление циркулярного двойного лучепреломления, или гиротропии среды. Явление гиротропии связано с эффектом Зеемана, т.е. с расщеплением линий поглощения света в магнитном поле. Под действием силы Лоренца резонансные частоты вращения электронов по левому и правому кругу смещаются в различные стороны относительно первоначального значения собственной частоты. Это, в свою очередь, и приводит к различию показателей преломления для волн, поляризованных по правому и по левому кругу. Экспериментально при этом наблюдается эффект Фарадея, проявляющийся в том, что плоско поляризованный свет, распространяясь вдоль направления намагниченности, испытывает поворот плоскости поляризации на некоторый угол.

Чтобы объяснить это явление, представим плоско поляризованную волну как сумму левой и правой циркулярно поляризованных волн. Если обе волны имеют одинаковые фазовые скорости, то, распространяясь вместе, они складываются и дают волну, которая плоско поляризована вдоль фиксированного направления. Но если их фазовые скорости различаются, то при распространении одна волна будет обгонять другую и плоскость поляризации суммарной волны будет постепенно поворачиваться – наблюдается эффект Фарадея (рис.1). Угол поворота плоскости поляризации излучения на выходе из ферромагнетика пропорционален магнитооптическому параметру Q и длине пути волны в намагниченной среде.

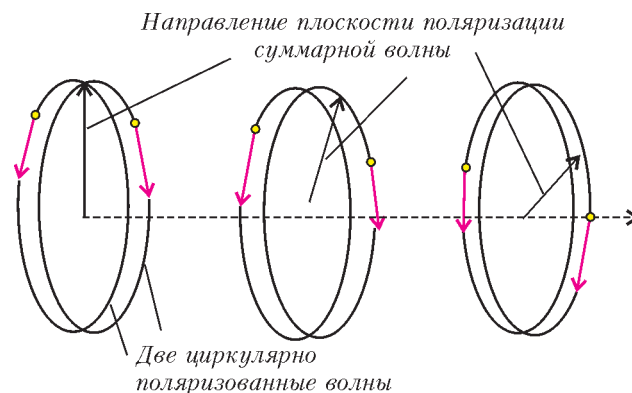


Рис.1. Схематическая иллюстрация эффекта Фарадея

Эффект Фарадея широко используют для наблюдения магнитной структуры в прозрачных пленках, в которых намагниченность перпендикулярна или почти перпендикулярна поверхности пленки. Этот эффект – один из наиболее действенных механизмов управления поляризацией света. Он широко применяется в лазерной технике, информатике и других областях. Можно сказать, что эффект Фарадея является основой магнитооптики – раздела оптики, в котором изучают влияние магнитного поля на оптические свойства вещества.

Наряду с эффектом Фарадея существует множество других магнитооптических явлений, среди которых стоит еще упомянуть эффект Керра. Он состоит в изменении характеристик световой волны при отражении от магнитной среды. При этом, в зависимости от геометрии падения света, будет меняться либо его поляризация, либо интенсивность, либо и то и другое вместе.

Два пути к совершенству

Магнетизм воздействует на свет, но это действие обычно весьма мало. А как же тогда магнитное поле сможет управлять светом? Ответ вроде бы очевиден: магнитооптические эффекты необходимо каким-то образом увеличить.

В 70-е – 80-е годы прошлого века, когда экспериментальная магнитооптика переживала бурное развитие, ученые шли по пути подбора оптимального химического состава. Одним из наиболее распространенных магнитооптических материалов является ферромагнитный диэлектрик редкоземельный феррит-гранат с ионами висмута. Его химическая формула $R_x\text{Bi}_{3-x}\text{Fe}_5\text{O}_{12}$. В ней R обозначает один или несколько редкоземельных ионов, а x задает относительную концентрацию редкоземельных ионов и висмута. На основании многочисленных экспериментов были выявлены составы ферритов-гранатов, обеспечивающие в видимом и ближнем инфракрасном свете большие магнитооптические эффекты и малое оптическое поглощение. К примеру, намагниченная пленка феррита-граната состава $\text{Dy}_{0.5}\text{Bi}_{2.5}\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ толщиной 10 мкм способна повернуть плоскость поляризации красного света на угол около 20° , что вполне подходит для возможных применений. Однако в поиске подходящего состава вещества в конце концов наступило насыщение, и прогресс затормозился.

К счастью, существует и другой альтернативный подход, связанный с так называемыми оптическими наноструктурированными материалами – средами, оптические свойства которых (например, показатель преломления) изменяются в пространстве на масштабе менее нескольких сотен нанометров. Ярким примером таких материалов являются фотонные кристаллы.

Фотонные кристаллы – это периодические диэлектрические или металло-диэлектрические материалы, которые воздействуют на распространяющиеся по ним световые волны таким же образом, как и периодический потенциал в кристаллах влияет на движение электронов, приводя к образованию разрешенных и запрещенных энергетических зон. Поскольку в основе идеи фотонного кристалла лежат явления дифракции и интерференции, то период структуры фотонного кристалла должен быть порядка длины волны электромагнитного излучения в веществе, т.е. около 300 нм для работы в диапазоне видимого света. Примером одномерных фотонных кристаллов служит многослойная структура из чередующихся слоев прозрачных веществ с двумя различными показателями преломления (рис.2,а). Система параллельных отверстий в диэлектрическом слое формирует двумерный фотонный кристалл (рис.2,б), а плотно упакованные наносферы

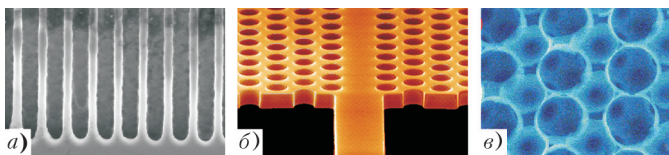


Рис.2. Одномерные (а), двумерные (б) и трехмерные (в) фотонные кристаллы

кварца представляют собой трехмерный фотонный кристалл (рис.2,в).

Чем же замечательны наноструктурированные материалы и, в частности, фотонные кристаллы? Тем, что их оптические свойства – направление, интенсивность и поляризация отраженного и прошедшего света – определяются не только и даже не столько показателями преломления веществ, из которых они сделаны, а их структурой. Специально подобранная структура вещества приводит к явлениям интерференции и дифракции, существенно меняющим условия прохождения света через материал. Так, в фотонных кристаллах возникают запрещенные зоны – области частот света, при которых свет не может проникнуть внутрь фотонного кристалла и полностью отражается от него. Появление наноструктурированных материалов фактически открывает новое направление в создании оптических сред. Необходимые оптические свойства материала достигают теперь не путем подбора оптимального химического состава (как это было в старом подходе), а путем создания геометрической или фазовой структуры с характерным размером, не превышающим нескольких сотен нанометров. Поскольку наноструктурированные материалы создают искусственно, их часто называют метаматериалами.

Намагниченные фотонные кристаллы

Если наноструктурированный материал содержит магнитные вещества, то можно ожидать, что в нем будут наблюдаться магнитооптические эффекты, аналогичные тем, что возникают в обычных однородных средах, но, возможно, несколько измененные. Идея использовать для управления света в фотонном кристалле магнитные вещества впервые была предложена в конце 90-х годов минувшего столетия японскими учеными. Они рассмотрели эффект Фарадея в одномерных фотонных кристаллах, представляющих собой многослойные пленки из хаотично чередующихся слоев висмут-замещенного иттриевого феррита-граната и кварца. Для определенных частот излучения при оптимально подобранных параметрах структуры было обнаружено увеличение эффекта Фарадея более чем в 300 раз по сравнению с аналогичной однородной средой.

На примере одномерного случая можно выделить несколько разновидностей магнитных фотонных кристаллов. Прежде всего, это стандартные системы, состоящие из чередующихся четвертьволновых (толщина равна одной четвертой длины волны света в веществе) магнитных (например, церий-замещенный иттриевый феррит-гранат) и немагнитных (например, гадолиний-галлиевый гранат) слоев. Такие фотонные кристаллы обладают запрещенной зоной с центром на проектировочной длине волны, т.е. не пропускают свет с длиной волны в некоторой области вокруг данной. Под проектировочной длиной волны подразумевают длину волны света вне кристалла, при которой в каждом из его слоев укладывается одна четвертая длины волны. На рисунке 3,а и б показаны зависимости коэффициента пропускания и угла Фарадея для одномерного фотонного кристалла, настроенного на ближний инфракрасный диапазон (проектировочная длина волны 1,55 мкм). Кристалл состоит из 30 пар магнитного и немагнитного слоев. Усиление эффекта Фарадея возникает на границе запрещенной зоны, т.е. в районе длин волн 1,49 мкм и 1,61 мкм. Оказывается, именно на этих длинах волн резко возрастает групповая скорость света. Это приводит к тому, что возрастает эффективное время взаимодействия волны с намагниченностью материала, а значит, и увеличивается эффект Фарадея.

Важной особенностью резонансов на граничных частотах является то, что максимумы прохождения и фарадеевского вращения практически совпадают. Это позволяет использовать фотонные кристаллы в качестве миниатюрных элементов, вращающих плоскость поляризации на большие углы. Оптимальный подбор магнитных материалов, их геометрических размеров и расположения позволит создать новое поколение оптических устройств, управляемых магнитными полями. При этом нужно иметь в виду не только инфракрасный, но и видимый диапазон света.

В одномерных магнитных фотонных кристаллах можно создать структурные дефекты – несколько раз инвертировать порядок следования слоев и тем самым получить один или несколько слоев с удвоенной толщиной. Наличие таких дефектов приводит к появлению в

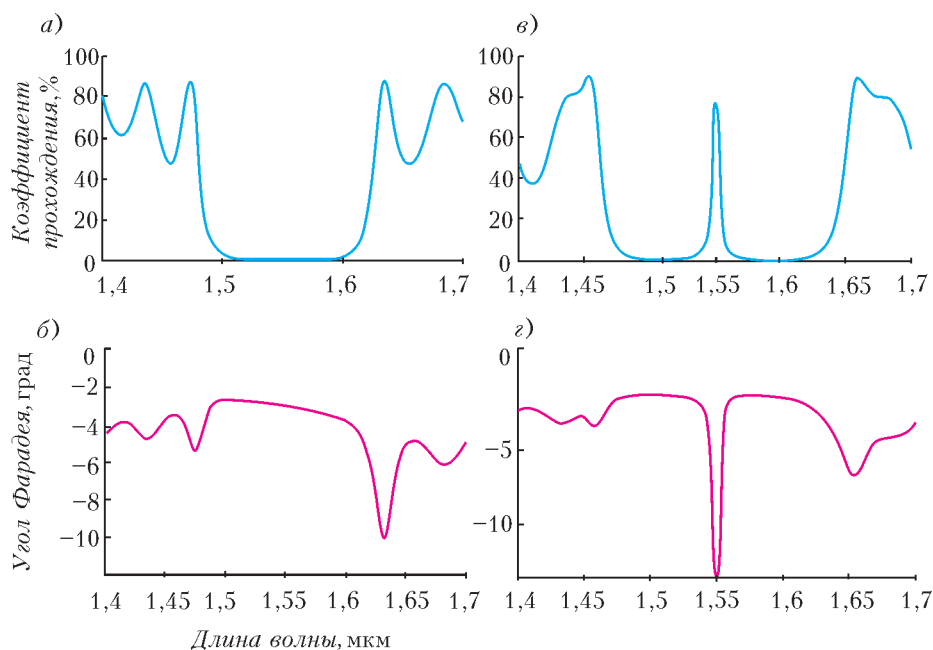


Рис.3. Оптические свойства в ближнем инфракрасном диапазоне одномерного магнитного фотонного кристалла, состоящего из 30 пар магнитного и немагнитного слоев с идеальной периодичностью (а,б) и со структурным дефектом (в,г)

фотонной запрещенной зоне узких резонансных уровней, на частотах которых прохождение света близко к стопроцентному (рис.3,в). Вместе с тем, групповая скорость излучения на этих резонансах вновь оказывается очень малой, и эффект Фарадея при этом резко возрастает (рис.3,г). В результате удастся получить пик пропускания нужной ширины и большой угол Фарадея. К примеру, на длинах волн ближнего инфракрасного диапазона с помощью таких фотонных материалов удастся получить угол поворота поляризации света на 45° на расстоянии всего 1,5 мкм, в то время как для той же однородной среды указанный угол поворота достигается на расстоянии, в 150 раз большем.

Однако усиление эффекта Фарадея в фотонных кристаллах впервые было экспериментально продемонстрировано японскими учеными на структуре другого типа. Она представляет собой магнитный микрорезонатор – внутрь немагнитного резонатора помещают слой магнитного материала. Хотя изготовить такую систему проще, чем предыдущие разновидности магнитных фотонных кристаллов, она демонстрирует все же менее впечатляющие результаты.

В последние несколько лет начали исследовать и многомерные магнитные фотонные кристаллы. Работа с такими системами существенно расширяет круг наблюдаемых эффектов, а также приводит к новым интересным применениям. Экспериментальные и теоретические исследования двумерных и трехмерных магнитных фотонных кристаллов активно ведутся в нашей стране (в МГУ им. М.В.Ломоносова, в Физико-техническом институте им. А.Ф.Иоффе), а также в Японии, Австралии, Швеции и ряде других стран. В большинстве случаев

экспериментальной реализации эти структуры представляют собой коллоидные растворы упорядоченных частиц сферической или цилиндрической формы. Например, созданы двумерные коллоидные фотонные кристаллы, состоящие из стеклянных волокон, покрытых никелем. Резкое увеличение эффекта Фарадея было зафиксировано в трехмерных коллоидных кристаллах из кварцевых сфер, промежутки между которыми заполнены магнитной жидкостью насыщенного раствора нитрата диспрозия в глицерине.

До сих пор мы говорили только про усиление в фотонных кристаллах эффекта Фарадея. Однако необходимо отметить, что и другие магнитооптические эффекты могут быть существенно усилены благодаря специально подобранной оптической структуре среды. Следовательно, имея в руках образец такого фотонного кристалла толщиной всего несколько микрометров, можно дей-

ствительно эффективно управлять светом, в первую очередь меняя его поляризацию.

Магнитооптика на службе

Настало время поговорить о том, где может использоваться магнитооптика. Начнем с передачи информации. Поскольку в оптических компьютерах биты информации передаются световыми волнами, то для их реализации нужно научиться менять или, говоря иначе, модулировать с высокой частотой интенсивность света. Вот здесь и должен пригодиться усиленный эффект Фарадея.

Действительно, магнитооптический модулятор можно организовать так: расположить магнитный фотонный кристалл с большим магнитооптическим параметром между двумя поляризаторами, скрещенными под углом 45° , и менять его намагниченность внешним магнитным полем в таких пределах, чтобы угол поворота плоскости поляризации также составил 45° . Тогда при максимальной намагниченности, например, вдоль оси ОХ поляризация света на выходе из слоя окажется параллельной направлению пропускания анализатора, и почти вся световая энергия пройдет через модулятор. В то же время при максимальной намагниченности слоя против оси ОХ плоскость поляризации света повернется в противоположную сторону и будет перпендикулярна оси анализатора – свет полностью поглотится. При промежуточных значениях намагниченности угол Фарадея будет меньше 45° , и только часть излучения выйдет наружу. Получается, что, изменяя магнитное поле, удастся влиять на интенсивность прошедшего света. Очень важным фактором при этом является скорость переключения. Магнитные материалы позволяют достигать частот переключения вплоть до десятков гигагерц, что соответствует времени переключения порядка долей наносекунды. (Для

сравнения стоит сказать, что переключение в жидкокристаллических веществах происходит за микросекунды.)

Эффективно и быстро изменять интенсивность светового потока крайне важно не только в фотонных чипах оптических компьютеров будущего, но и в других оптических устройствах. Например, на базе магнитного фотонного кристалла можно создать миниатюрные ячейки, пропускающие свет заданного цвета – красного, синего или зеленого. Такие ячейки можно объединить в единую систему и из получившихся пикселей создать монитор или видеопроектор (рис.4). Адресно прикладывая внешнее магнитное поле к цветным пикселям, можно управлять яркостью того или иного цвета и придавать пикселю требуемый оттенок, формируя яркое, насыщенное цветное изображение.

Сейчас все большую популярность приобретает так называемая электронная бумага – гибкий монитор, позволяющий читать электронные книги и газеты. В настоящее время уже появились такие устройства, обеспечивающие черно-белое изображение. Оказывается, магнитное поле здесь тоже может оказаться полезным. Как следует из совсем свежей работы корейских ученых, магнитные фотонные кристаллы, состоящие из магнитных наночастиц в полимерных микросферах, могут позволить сделать следующий

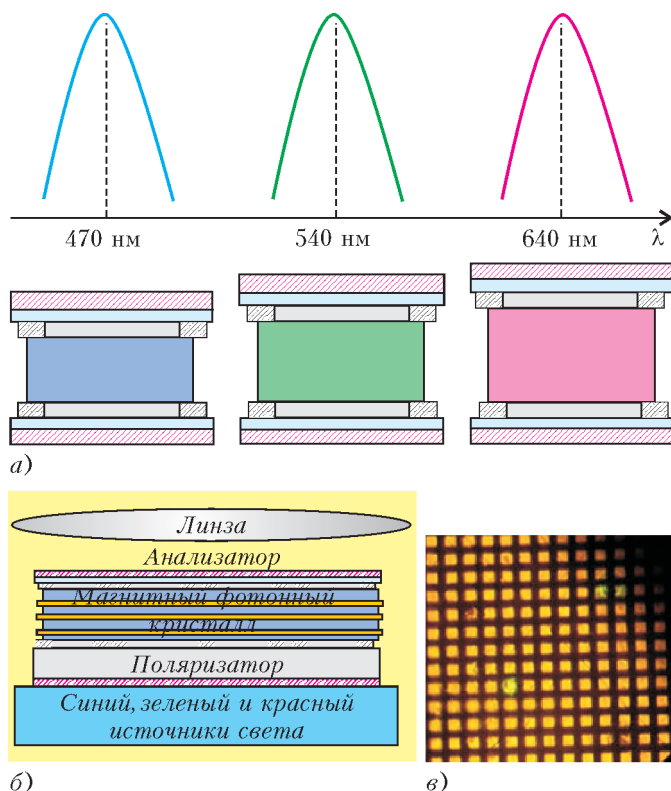


Рис.4. Принцип действия магнитооптического видеопроектора. Три магнитных фотонных кристалла, настроенных на синюю (470 нм), зеленую (540 нм) и красную (640 нм) длины волн, и спектры их пропускания (а); схема магнитооптической ячейки (б); пиксельная структура магнитооптического дисплея (в)

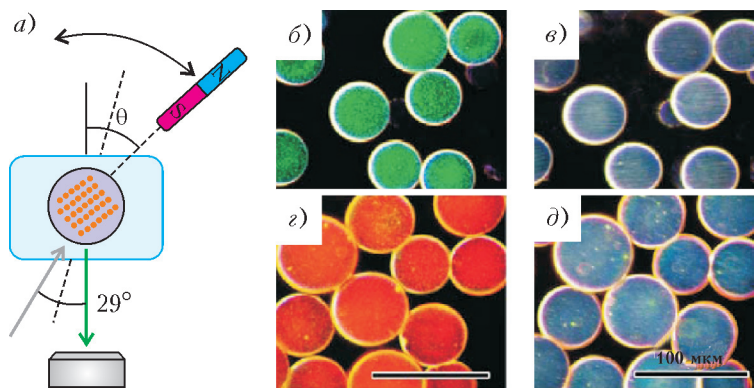


Рис.5. Полимерная микросфера с фотонным кристаллом внутри изменяет цвет отраженного излучения при повороте под действием магнитного поля (а). Микросферы двух различных размеров: во «включенном» состоянии, т.е. ориентация цепочек магнитных наночастиц в фотонном кристалле параллельна лучу зрения (б, в), и в «выключенном» состоянии, т.е. ориентация перпендикулярна лучу зрения (г, д)

шаг – создать цветную электронную бумагу. Принцип действия элемента такого фотонного кристалла схематически изображен на рисунке 5. Микросфера с магнитным фотонным кристаллом внутри может свободно вращаться, будучи взвешена в машинном масле. Если излучение падает в направлении магнитной цепочки (или под острым углом меньше 15°), то цвет отраженного излучения определяется в основном расстоянием между наночастицами. Если же под действием магнитного поля частица повернется так, что цепочки магнитных частиц ориентируются перпендикулярно лучу света, то микросфера станет бесцветной. Таким образом, в данном случае магнитное поле помогает управлять цветом не непосредственно через магнитооптические эффекты, а опосредованно – ориентируя фотонный кристалл нужным образом. В то же время и про эффект Фарадея тоже не стоит забывать. Не исключено, что и в такой структуре он окажется полезным для дополнительного воздействия на поляризацию света.

Усиленное влияние магнитного поля на свет можно использовать не только ради изменения характеристик света, но и для мониторинга самого магнитного поля – в сверхчувствительных сенсорах. Оказывается, что в магнитных фотонных кристаллах и ряде других наноструктурированных магнитных материалах (например, в перфорированных металло-диэлектрических пленках) величина и положение резонансного пика прохождения очень чувствительны к внешнему магнитному полю. Следовательно, помещая магнитную наноструктуру во внешнее магнитное поле, можно, измеряя интенсивность прошедшего света, судить о величине и направлении поля.

Магнитофотоника

Мы обсудили лишь некоторые применения магнитооптических эффектов, которые далеко не исчерпывают все возможности и преимущества управления светом с помощью магнитного поля. В настоящее время постоянно появляются новые идеи и разрабатываются новые магнитооптические устройства. Недавно даже было

введено специальное название для этого направления исследований — магнитофотоника, что дополнительно свидетельствует о его актуальности. Знаменитый французский математик А.Пуанкаре отметил, что иногда достаточно изобрести новое слово и это слово впоследствии становится творцом. Так получилось и с фотонными кристаллами: в 1987 году появилось название, а уже через несколько лет возник настоящий шквал исследований, приведший к новым научным и техническим открытиям. Что принесет термин «магнитофотоника», какие новые открытия нас ждут, чем еще полезным окажется открытая Фарадеем взаимосвязь между оптикой и магнетизмом — покажет время. Может быть, именно благодаря магнитофотонике станут явью фантазии научных художников на тему оптических наносхем (одна из таких фантазий изображена на рисунке 6).

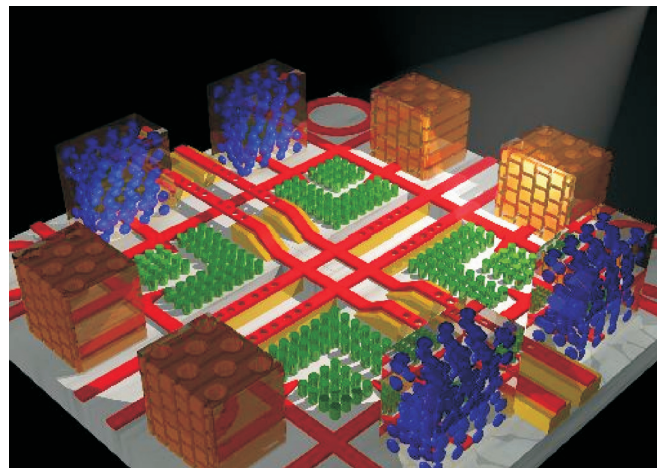


Рис.6. Фантазия художника — фотонный микрополис

НОВОСТИ НАУКИ

НОБЕЛЕВСКАЯ ПРЕМИЯ ЗА «ШКОЛЬНУЮ» ФИЗИКУ

Лауреатами Нобелевской премии по физике в 2009 году стали трое ученых. Половину премии получил британский исследователь китайского происхождения Чарльз Као «за выдающиеся достижения, касающиеся передачи световых сигналов в волокнах и развития оптических систем передачи данных». Вторую половину премии разделили американские ученые Уиллард Бойл и Джордж Смит «за разработку оптических полупроводниковых сенсоров — ПЗС-матриц».

Обе награжденные работы были выполнены около 40 лет назад (сегодня младшему из трех лауреатов 76 лет, а



Чарльз Као



Уиллард Бойл



Джордж Смит

старшему — 85). Обе работы не являются теоретическими или экспериментальными в области фундаментальной науки, а относятся к прикладной физике. И по образованию, и по опыту работы их авторы прежде всего инженеры. Что же общего между работой Као и работой Смита и Бойла? В обеих работах важно, что они послужили толчком к разработке устройств, получивших в конце концов широчайшее распространение в науке, технике и, что особенно важно, в жизни людей. Без этих «толковых» работ осуществление многокилометровых линий телекоммуникаций, основанных на оптоволоконной технике, и внедрение в жизнь современной цифровой видео- и фотоаппаратуры

задержалось бы на неопределенные сроки. Научные основы этих работ несложны — они рассматриваются еще в школьном курсе физики.

В основе оптоволоконной телетранспортировки лежит известное со средневековых времен явление полного внутреннего отражения. Оптическое волокно представляет собой тоненькую (меньше 0,1 мм) «проволочку» из стекла или пластмассы, по которой, в результате многократного полного внутреннего отражения, и распространяется световой сигнал. Эта тонкость обеспечивает гибкость волокна, дающая возможность скручивания нескольких волокон в жгут и передачи световой энергии по самым сложным извилистым путям.

Когда в начале XX века появилась идея использования тонких стеклянных нитей для передачи света, было ясно, что необходимо специальное стекло с очень малым поглощением. В 60-е годы стали использовать кварцевое стекло, но удалось достичь незначительного успеха — оптоволоконно применялось только для передачи световой энергии. Передавать же информацию (модулированные сигналы) удавалось лишь на небольшие расстояния (не более 10 см) — при больших длинах волокна информация сильно искажалась.

Достижение Ч.Као заключалось в том, что он рассчитал влияние примесей на поглощение и рассеяние света и добился получения такого чистого стекла, что его прозрачность увеличилась в миллион (!) раз. Это был революционный прорыв в деле передачи информации подобным способом.

Может возникнуть вопрос: в чем преимущества оптического способа перед другими способами — использованием проводов или радиоволн? Прежде всего, в гораздо большей временной плотности передачи информации — ведь частота света в 100000 раз больше частоты ультракоротких радиоволн или сверхвысокочастотных токов. Немаловажным является также отсутствие влияния на передаваемую информацию со стороны посторонних электромагнитных полей. И, наконец, оказалось, что оптическая передача является самым дешевым способом передачи информации на большие расстояния.

Теоретическая база работы, получившей вторую половину

Нобелевской премии, – это физика твердого тела (полупроводников) и явление внутреннего фотоэффекта. В формулировке премии есть термин «ПЗС-матрица». Это прибор с зарядовой связью, предназначенный для перемещения небольшого избыточного отрицательного заряда по цепочке одинаковых устройств, образующих линейку или сумму линеек – матрицу.

Вначале Бойл и Смит разрабатывали ПЗС как оригинальное устройство компьютерной памяти. Работает оно следующим образом. Маленькая пластинка полупроводни-

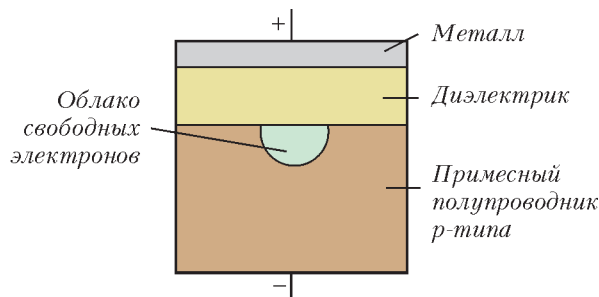


Рис. 1

ка *p*-типа (монокристалл кремния, легированный акцепторной примесью бора) покрывается более тонким слоем диэлектрика и металлической пластиной (рис.1). Между этой пластиной и подложкой полупроводника прикладывается разность потенциалов. Таким образом образуется своеобразный двухслойный конденсатор. Толщина полупроводника порядка 10 мкм, диэлектрика – 1 мкм, а металлического слоя – еще меньше. В примесном полупроводнике *p*-типа концентрация основных носителей – дырок – составляет величину порядка 10^{22} м^{-3} , тогда как концентрация собственных носителей заряда – электронов и дырок – много меньше и при комнатной температуре равна примерно 10^{16} м^{-3} . В электрическом поле дырки (основные носители тока) перемещаются по направлению поля, поэтому концентрация дырок вблизи границы полупроводника с диэлектриком становится меньше. Зато в этой области увеличивается концентрация собственных (неосновных) носителей – появляется электронное облако. Если рядом будет находиться такое же устройство, то электронное облако почувствует «чужое» электрическое поле и передвинется к соседнему элементу, в котором тоже возникнет несимметрично расположенное облако электронов (рис.2,а). Если теперь выключить поле в элементе 1, то облако в элементе 2 станет симметричным (рис.2,б). Если же рядом с элементом 2 окажется элемент 3, на который подано электрическое поле, то электронные облака в этих элементах сдвинутся (рис.2,в). И если теперь выключить поле в элементе 2, то появившееся в элементе 3 облако станет снова симметричным (рис.2,г). Из таких элементов можно составить линейные цепочки и, усложнив конструкцию, создать двумерную матрицу, в которой информация о наличии заряда и о его величине будет перемещаться от места появления заряда к выходному элементу, где она может быть выражена числом в двоичной системе. Пара элементов, в которых заряд как бы переходит от одного элемента к другому, получила название *пиксель*.

Однако выяснилось, что малая концентрация собственных электронов в полупроводнике не обеспечивает надежности передачи информации. Эту концентрацию следовало увеличить. И появилась идея – увеличить ее за счет фотоэффекта. При поглощении фотона может разорваться валентная связь электрона в кристаллической решетке, и электрон станет свободным (внутри кристалла). Такой фотоэффект называ-

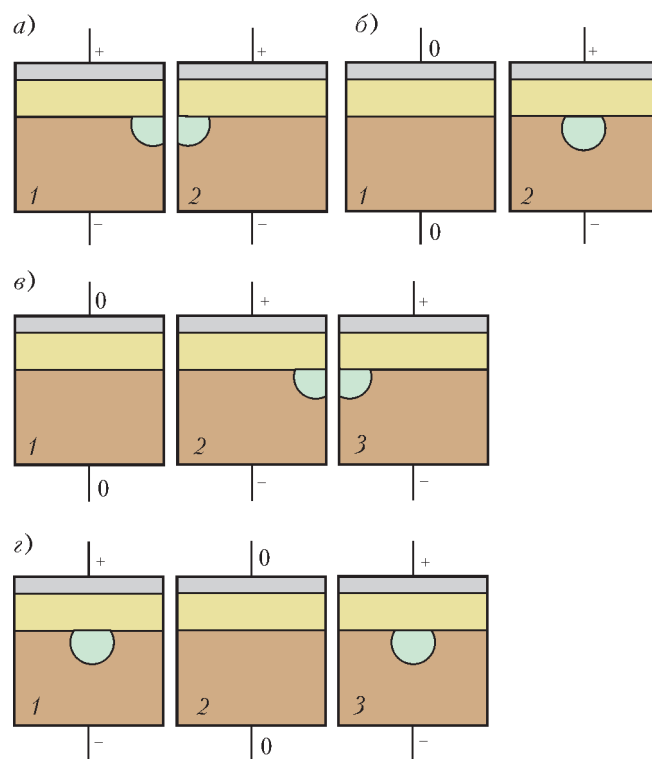


Рис. 2

ется внутренним, а сам полупроводник – фотодиодом. Образующиеся дырки будут перемещаться по направлению поля (на рисунке 2 – вниз), а электроны – к границе с диэлектриком, увеличивая концентрацию электронного облака. Причем концентрация будет пропорциональна числу поглощенных фотонов, т.е. освещенности. Квантовый выход (КПД) такого фотоэффекта оказывается очень высоким – до 80%. Информация от каждого пикселя побежит по строчкам матрицы к прибору, переводящему ее в «цифру». При этом включения и выключения напряжения на отдельных элементах нужно производить с такой частотой, чтобы образующиеся фотоэлектроны не успевали «найти» дырки, с которыми они могли бы рекомбинировать. На пластинке – чипе – размером $8 \times 15 \text{ мм}$ можно разместить матрицу, состоящую из пяти миллионов пикселей, т.е. получать информацию об освещенности в нескольких миллионах точек изображения.

Потом в конструкцию элементов были внесены изменения. В качестве диэлектрика теперь используется пластинка из кварцевого стекла, а металлической обкладкой конденсатора является очень тонкий (не более 0,1 мкм) слой алюминия, наносимый напылением, – такой слой достаточно прозрачен. Чтобы иметь информацию о цвете, нужно поочередно подавать к пикселям свет, прошедший через различные светофильтры.

Подытоживая, можно сказать, что такой чип представляет собой интегральную микросхему, состоящую из светочувствительных фотодиодов и использующую технологию приборов с зарядовой связью. Этот чип – «сердце» цифровых видео- и фотокамер, которые практически вытеснили обычные (аналоговые) приборы.

Л.Белопухов

ИНТЕРВЬЮ С Н.Н. КОНСТАНТИНОВЫМ

Николай Николаевич Константинов — выдающийся организатор математического образования, один из создателей системы математических классов в Москве. Бессменный руководитель единственного в своем роде международного математического соревнования — Турнира городов, в котором принимают участие школьники со всего мира. Действительный член Московского общества испытателей природы, Московского математического общества. Представляет в Европе Всемирную федерацию национальных математических соревнований. Преподает в московской 179 школе. Награжден международной математической медалью имени Пола Эрдеша. Недавно получил премию Правительства РФ в области образования за создание Турнира Ломоносова.

Мы попросили его рассказать о себе, о своей работе и о взглядах на математическое образование. Николай Николаевич охотно откликнулся на нашу просьбу.

— *В школе вы увлекались скорее биологией...*

— Увлечение биологией у меня было еще до школы. Семи лет от роду я впервые посадил землянику и пытался сделать из нее клубнику. Мне это не удалось. Я себя убедил, что ягоды стали чуть крупнее, когда я их много поливал. Я попросил в библиотеке, уже в эвакуации, т.е. в 1941 году, — я был в третьем классе, — книжку о путешествиях, и мне дали Дарвина, «Путешествие натуралиста вокруг света на корабле «Бигль». В предисловии профессора С.Л.Соболя было написано, что приобретенные признаки не передаются по наследству. Я и сейчас говорю: одно дело что-то выучить по книжке, и совсем другое — пережить эмоционально. Я-то это пережил в очень восприимчивом возрасте. Мне просто смешно, когда люди начинают обсуждать то, где они ничего не прочувствовали, и приходят к заранее намеченным выводам.

Потом я занимался в станции юных натуралистов в Сокольниках, в Ботаническом саду МГУ. Там был ботаник доцент Потапов, который мной руководил. А в девятом классе я ходил в самый хороший кружок, самый сильный, нас водили по кафедрам биофака. Но это был 1947/48 учебный год, а летом 1948 года разразилась катастрофа с биологией, появился Лысенко и так далее. После этого на биофак было бесполезно идти. Не давали книги: запрещено было выдавать учебники. К тому же я увлекся математикой, и для меня это уже не было потерей. Так что увлечение математикой у меня как бы вторичное, и я вижу в этом некоторый плюс. Я все время ощущаю, что потеря математики для меня не есть потеря всего.

— *А что есть потеря всего?*

— Ну если бы еще и биология, и физика, и все остальное умерло для меня, вот тогда это была бы потеря всего.

— *Т.е. математика — одна из нескольких важных вещей.*

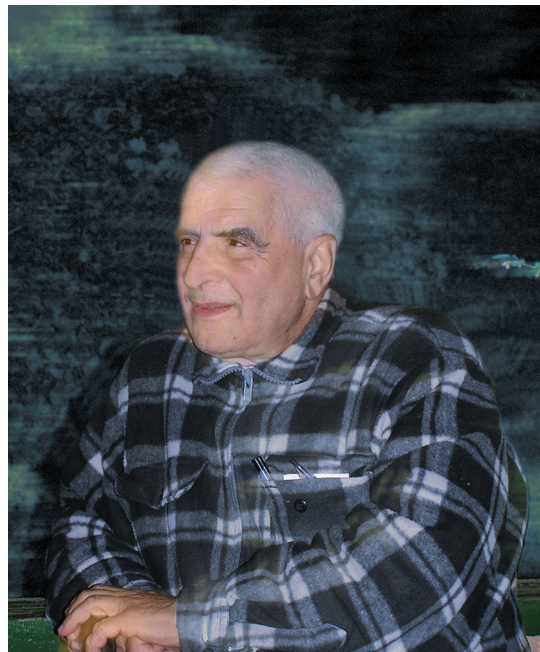
— Да, одна из. Допустим, в математике ничего не получается. Ну что делать, это не повод для самоубийства.

— *А почему вы поступили на физфак МГУ?*

— Конечно, я увлекся физикой — именно в 10, выпускном классе. Наверное, потому, что математика казалась мне тогда несерьезной наукой. На кружках там какие-нибудь зайчики прыгают, красные, зеленые и белые, да еще доказать надо, что красных четное число. Все эти задачи мне казались чем-то игрушечным. Странно этим заниматься. Потом-то я понял, что это, конечно, упражнения. Но думаю, что люди, которые злоупотребляют такими детскими сюжетами, не вполне понимают психологию. Детям нравится, когда их занятия выглядят взрослыми.

— *А в олимпиадах приходилось участвовать?*

— В седьмом классе учитель математики — очень популярный у нас был учитель, когда его сменили, весь класс бастовал, — он порекомендовал мне пойти на олимпиаду, но рекомендация так выглядела, что я не пошел. Он сказал, что проводится такая контрольная работа, лучшие ученики соби-



раются и соревнуются, кто лучше напишет эту контрольную работу. Я подумал: «Вот идиоты, мало им контрольных работ...» А пошел я туда через год потому, что мой сосед по парте сходил на лекцию в университет. Это была воскресная лекция на тему о четырехмерном пространстве. Он вернулся с нее совершенно сумасшедшим, глаза у него были где-то далеко, и он все время рассказывал мне что-то, чего я понять не мог. На следующую лекцию мы пошли вместе. Это была лекция Исаака Моисеевича Яглома об индукции в геометрии. Она произвела на меня потрясающее впечатление, потому что там было много неожиданного. Яглом разговаривает с теми школьниками, которые сидят непосредственно перед ним, и спрашивает: а вот есть такая-то теорема? — надо же, думаю, профессор университета — и не знает, какие есть теоремы. Куда я попал?... Школьники, которые перед ним сидели, не дали ему вразумительного ответа. — «Ну ладно, — говорит Яглом, — какая разница. Докажем ее». Это меня совершенно потрясло. Он не знает, какие есть теоремы, и ему этого и не надо знать. Совершенно неожиданная вещь для школьника, который привык: выполнил задание — получил пятерку, и при этом ничего не узнал.

— *И после физфака хватило наглости преподавать у математиков?*

— Не только после физфака — на пятом курсе физфака я на мехмате объявил семинар по теории функций действительно переменного. Наглости у меня хватало всегда, и сейчас хватает.

Занятия в университете тогда начинались в 10 часов. Естественно: не было метро. Добираться до Ленинских гор было труднее. Автобусы, длинные очереди... А так как нужно было еще аудиторию найти, мы назначили занятия на 8 утра. Занимались человек 15 студентов первого курса, которые всегда приходили к восьми. Некоторые из них стали впоследствии очень сильными математиками. Среди них были Коля Розов; Женя Голод, самый сильный; Саша Вентцель; Ира Виноградова; Леня Бокуть. Были еще люди, которых я по фамилии забыл. Семинар был достаточно сильный, он длился один семестр и кончился тем, что я дошел до предела своих знаний. Дальше мне самому надо было что-то раскапывать.

Позже я собрался поступать в аспирантуру к Алексею Андреевичу Ляпунову, потому что он занимался кибернетикой, а я в это время был просто потрясен статьей Л.В.Кру-

шинского про экстраполяционные рефлексy. Я к тому времени уже пять лет проработал на физфаке преподавателем математики, но когда я прочитал Крушинского, я был просто ошеломлен. Настолько это было для меня фантастически интересно. Хотя я не понимал, чем я там могу быть полезен. Но я бросил преподавание на физфаке и пошел в аспирантуру. Я преподавал вроде бы успешно, но когда почувствовал, что двойки стал ставить равнодушно, понял, что с этой работы надо уходить. Думаю, многие люди не замечают этой грани.

– *Работы Крушинского потрясли вас тем, что он пытался понять, как устроен мозг?*

– Ну, что-то совершенно новое. Я понимал, что бывают, скажем, условные рефлексy, но это что-то совершенно другое. Дело в том, что условные рефлексy – ну, например, у осьминогов – они уже появляются, но в зачаточном состоянии, очень слабые. У многих рыб даже вообще не обнаруживается ничего подобного. А пространственная ориентация есть раньше. Т.е. это, может быть, более фундаментальная вещь.

– *А как возник мультфильм, в котором ходила как живая компьютерная кошечка?*

– Это было в 1968-м году. В это время появилось АЦПУ. До этого была только узкая-узкая ленточка с цифрами, даже букв не было. Она шла с бешеной скоростью, и потом было целое искусство все это читать. Появилось АЦПУ-128, а 128 потому, что 128 символов в строчке – длинная строчка. И сразу появилась мода делать картины: ну, например, портрет Ленина, выбитый буквами. Понятно, что здесь компьютер ни при чем. Но раз появилась возможность делать рисунки, значит, появилась возможность делать мультфильмы.

Толчком было вот что. Мой бывший студент, Валера Иванов, который кончил кафедру биофизики, делал такой кукольный фильм. Из пластмассовых шариков сделал модель молекулы ДНК и стал показывать, как она может деформироваться. Делал он это, как делают кукольные фильмы. В одном состоянии сфотографировал, потом чуть-чуть повернул, снова сфотографировал, и так далее, а потом показывает фильм. А я ему и говорю, что это нужно делать на компьютере, потому что когда ты поворачиваешь руками, у тебя точность потрясающе плохая, и даже если и можно сделать фильм для показа, для научной работы его использовать совершенно невозможно. Давай сделаем фильм компьютерный. А для этого надо было подумать, как информацию организовать. Первоначально в обсуждении участвовало несколько человек, потом реально работало трое. Кроме меня, еще Владимир Пономаренко и Виктор Минахин.

Удивительно, что сделано это в 1968 году, сорок лет тому назад, и на все это время все как бы забыли про эту вещь, потом вдруг вспомнили.¹

– *А почему у вас возникла идея заниматься со школьниками?*

– Сначала, когда я еще учился на физфаке, я со школьниками не работал. Но у меня были грамоты на олимпиаде, и со мной стали носиться немножко, включили в научно-студенческое общество, и так далее... Короче, на втором курсе я был зампредом городской физической олимпиады. Как-то было естественно, что я в этой области. Ну и мы с Игорем Иванчиком, это мой однокурсник, решили вести физический кружок в большой аудитории для всех желающих, каждый раз могут приходить новые люди, сто человек присутствуют... Нам предоставили возможность готовить демонстрационные эксперименты, весь кабинет физических

демонстраций был в нашем распоряжении. Мы могли делать любые эксперименты для себя, а потом выбирали, что мы показываем. И там были два великих человека, Сергей Иванович Усагин и второй – Валентин Семенович, забыл фамилию. Это были такие русские умельцы без всякого образования, у которых все всегда работает. Отец Сергея Ивановича был такой же, он изобрел трансформатор. Нечаянно. Это было для меня очень полезно, и, наверное, школьникам было интересно. В общем, мы довольно долго с Игорем вели такой кружок. Когда я уже окончил физфак и стал ассистентом на втором курсе, то моими студентами были мои бывшие школьники. Так оно само собой и получилось, что я стал вести кружки. Но это были физические кружки, а математические я не вел сначала, их вели мои друзья-мехматяне. Вот кто-то из них уезжает на каникулы и просит два занятия провести вместо него.

Так я понемножку втянулся в математические кружки, а к пятому курсу до того обнаглел, что для студентов первого курса мехмата организовал семинар. И я понял тогда удивительную вещь, абсолютно новую для меня. Уровень взаимопонимания между преподавателем и студентом становится совершенно иным, когда преподаватель принимает задачи. Эта систематическая работа, когда я пытаюсь понять твою мысль, а ты пытаешься понять мою мысль, – это совершенно иной уровень взаимопонимания, чем тот, что бывает, когда лектор читает лекцию. А особенно сейчас – дистанционно... человек, сидя дома, может слушать лекцию в университете... там не будет этого уровня. Неизбежно получается поверхностно. Он и вопрос не может задать. Я не против дистанционного обучения, только надо понимать, что оно не всегда может что-то дать. Если не требуется глубокое взаимопонимание, например – лекция на тему «Есть ли жизнь на Марсе», то вполне можно. Вот я пью кофе, одновременно слушаю лекцию «Есть ли жизнь на Марсе», это нормально, это не плохо. Однако в математике практически нет случаев, чтобы математик не имел руководителя. И руководитель должен быть достаточно толковым. Есть замечательное высказывание Леонардо да Винчи: «Плох тот ученик, который не превосходит своего учителя». Владимир Игоревич Арнольд тоже всегда подчеркивает это: что молодежь лучше решает задачи, чем мы, которые их учим. Иначе прогресса бы не было.

– *Толчком к тому, чтобы вести кружок, была именно вот эта мысль: что именно общение преподавателя с учеником, когда решаются задачи, обсуждаются – очень важно?*

– Да. Кружок или класс.

Я просто из любопытства приходил в кружок Андрея Лемана и Андрея Леонтовича. Очень сильный был кружок, но, правда, и с некоторым элементом халтуры. Ну, например: «Как, – говорит Леман, – вы не знаете аналитической геометрии? Ну я вам сейчас расскажу. Вот уравнение прямой, вот уравнение эллипса. Все понятно?» Т.е. годовой курс – или полугодовой – за несколько минут.

– *Это был знаменитый кружок «Альфа»?*

– Нет, это был кружок Лемана и Леонтовича.

В это время появилось много школьников это были люди, родившиеся после войны. И появилась мода читать для них лекции по современным разделам математики. А я подумал, что, собственно, начинающим не современная же математика нужна. Что они там поймут в современной математике, когда они не знают ничего. И вот когда ребята меня спросили, – ребята из кружка Лемана и Леонтовича, – советую ли я им пойти на какие-то лекции, то я сказал: давайте лучше я вам сам дам задачи, и вы попробуете. И я стал давать им задачи, и так возник первый вариант программы матшколы. Вот это и был кружок «Альфа». Там работало всего четыре-пять школьников.

Кружок «Бета» был задуман гораздо сильнее. Мы решили со Славой Цуцковым – это был такой очень сильный

¹ Подробно обо всем этом можно прочитать в статьях «Прибытие кошечки» и «Знает ли кошка, что она не настоящая» (журнал «Компьютерра», номер 7 за 2006 год). А сам мультфильм теперь можно найти в Интернете: <http://www.etudes.ru/ru/mov/kittie/index.php>

школьник, который учился в кружке у студента Арнольда, потом поступил на физфак.

– У Владимира Игоревича?

– Да. Слава потом погиб, это трагическая история. Он провел кружок для школьников по квантовой механике. Но он не мог никакого математического аппарата им рассказать, потому что ничего они не знают. И вот тогда мы решили сделать такой кружок, чтобы дать им тот математический аппарат, с помощью которого они смогут написать и понимать все уравнения электродинамики и квантовой механики. Это был кружок «Бета». А ребята из кружка «Альфа» были помощниками. Так как там была твердая цель, чтобы они нечто усвоили, нам пришлось ввести фашистский режим. Дисциплина была как в гестапо. Человек, который не выполнил хотя бы одно задание, исключается из кружка. Но может прийти, если задание выполнит. Семьдесят человек дошло до конца. Но по дороге погиб Цуцков. И я дальше не мог продолжать – у меня не было в голове таких знаний, чтобы провести кружок по квантовой механике. Но до электродинамики я их довел. Так вот, из всех учеников один человек продолжил ту работу, ради которой этот кружок начался. Это Александр Комеч. Кстати, из кружка «Альфа» вышел Григорий Маргулис – у него медаль Филдса.

– Это очень сильный математик.

– Да. Ну, он, конечно, в основном не у меня учился, а у своего отца. У меня тоже, но я не имею морального права считать его своим учеником.

– А как возникла идея матшколы?

– Эта идея возникла у А.С.Кронрода. Я понимал, что мне придется кружковскую деятельность свернуть.

– А он стал уговаривать – давай, мол, наберем маткласс?

– Да. Если, – говорит, – ты не согласишься, то я тогда свою договоренность сверну, прочту там какие-то лекции...

– И так возник первый класс.

– Да. Но еще раньше, чем первый класс, была просто группа. Никакого нового класса, а просто в старом классе группа, в которой велись специально какие-то дополнительные занятия.

– Тогда же появилась система листков, о которой все говорят: вот, Константинов придумал систему листков?

– Ну, систему листков я придумал, когда у меня был кружок «Альфа». Потому что надо было, чтобы все занятия сохранялись. Если человек пропустил, чтобы он ничего не потерял. Идея очень простая и понятная.

Листки – чисто практическая вещь. У меня к этому времени – я же пять лет работал на физфаке – был реальный опыт преподавания, и я уже понял, что система преподавания, которая существует в МГУ, – лекции и семинары, – находится на пределе своих возможностей. Из нее нельзя больше ничего извлечь. У одного человека 25 студентов. Если я задам какое-то домашнее задание, то максимум, что я могу – пройти по рядам и увидеть: у людей что-то написано. Или тщательно посмотреть, как один человек работал, например. Я даже коллоквиум устраивал, чтобы проверить, что они знают. Приглашал своих друзей. Но это не было предусмотрено программой.

А в кружке «Альфа» требовалось все задачи сдать – неправильно же, когда каждую десятую задачу проверил, а на остальное наплевать, – ну как на экзаменах: из 30 вопросов ты один знаешь – и слава богу, вот тебе пятерка. Смешно? А почему-то другим не смешно.

– Т.е. важная идея системы листков – что человек должен решить сам много задач, а не просто прочитать что-то в учебнике.

– Да, он должен прорешать, а я должен принять.

Понятно, что это не единственный способ преподавания.

Почему в анализе этот способ идет хорошо? Потому что в анализе очень мало теоретического материала и очень много упражнений. Фактически, если ты знаешь определение пре-

дела, то дальше море задач, и уже нечего читать, кроме как рассказывать решения этих задач. Далеко не все предметы так устроены. Бывает нужно построить архитектуру какую-то, только после этого задачи появляются. А в анализе почти нет этой архитектуры, фактически самая начальная часть анализа состоит из единственного определения. Все конструкции почти одинаковы. Нужно этим овладеть.

Когда я начал преподавать на физфаке, я был потрясен тем, что никто мне не объяснял, как надо преподавать. Полная свобода. Делай что хочешь. Да, я понимал, что им придется сдать зачеты, уже какая-то программа появлялась.

– Значит, одна из причин того, что был выбран анализ – то, что он подходит...

– Нет, не в том, что он подходит. Я смотрю – написано в программе: определение предела – 6 часов. Я думаю: что за бред. Чтобы сформулировать определение, 6 часов не надо. А чтобы им овладеть – этого мало.

Вот так листки и появились. Меня сейчас спрашивают некоторые иностранцы: вот вы начали в 1980 году Турнир городов. Но ведь тогда не было электронной почты! Как же вы работали? – Ну как – обычной почтой работали. Не было электронной, а обычная была. Надо было заранее задачи послать, вот и все. – А как же система листков, у вас же не было принтеров в 1961–1962 году? – Ну да, принтеров не было. Я 17 экземпляров папиросной бумаги закладывал в пишущую машинку.

– Давайте про Турнир городов поговорим. Это ведь особая олимпиада. Например, в турнире зачет происходит по трем задачам из пяти-семи. Это отличает его сразу от всех олимпиад. Мы не стремимся к тому, чтобы человек пытался все решить, мы хотим, чтобы он выбрал то, что ему нравится.

– Совершенно верно. Вот, например, недостаток Международной олимпиады в том, что там нужно быть универсалом обязательно, в то время как чтобы быть ученым, вовсе не обязательно быть универсалом. А международник должен быть всеяден. Но это скорее подготовка менеджеров фирм, чем математиков.

– Еще Турнир городов – олимпиада самого высокого уровня, но принимать участие может любой.

– Совершенно верно.

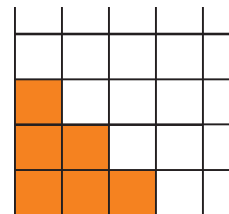
– Еще мы стараемся давать нестандартные задачи.

– Да, конечно, идея такая, что мы стараемся давать людям что-то новое, к чему они заведомо не могли специально готовиться. Вот Павел Кожевников подозревает, что американцы как раз целенаправленно готовятся к тем задачам, которые обычно бывают на международных олимпиадах. Он говорит, что если посмотреть, через какие олимпиады наши ребята пробиваются и через какие – американцы, то американцы попадают туда значительно проще.

– Давайте вспомним несколько примеров ярких задач из Турнира городов.

– Думаю, что яркой была задача Максима Концевича про размножение фишек, ее много раз обсуждали:

На бесконечной клетчатой бумаге отмечено шесть клеток (см. рисунок). На некоторых клетках стоят фишки. Положение фишек разрешается преобразовывать по следующему правилу: если клетки соседняя сверху и соседняя справа от данной фишки обе свободны, то в эти клетки ставится по фишке, а старая фишка убирается. Ставится цель за некоторое количество таких операций освободить все шесть отмеченных клеток. Можно ли достигнуть этой цели, если в исходной позиции а) имеются всего 6 фишек, и они стоят на отмеченных клетках; б) имеется всего одна фишка, и она стоит в левой нижней отмеченной клетке.



Было много ярких задач Агниса Анджанса.

– А задача Сережи Маркелова про параллелепипед:

Дана коробка (прямоугольный параллелепипед), по поверхности (но не внутри) которой ползает муравей. Изначально муравей сидит в углу. Верно ли, что среди всех точек поверхности на наибольшем расстоянии от муравья находится противоположный угол? (Расстоянием между точками, с точки зрения муравья, является длина кратчайшего пути между этими точками, проходящего по поверхности параллелепипеда.)

– Это здорово, да. У Маркелова несколько таких задач. Вот еще красивая его задача:

На берегу круглого озера растут 6 сосен. Известно, что если взять такие два треугольника, что вершины одного совпадают с тремя из сосен, а вершины другого — с тремя другими, то в середине отрезка, соединяющего точки пересечения высот этих треугольников, на дне озера находится клад. Неизвестно только, как нужно разбить данные шесть точек на две тройки. Сколько раз придется опуститься на дно озера, чтобы наверняка отыскать клад?

Она по форме своего изложения кажется задачей на комбинаторику, а на самом деле — задача по геометрии.

– Отличная задача была про карточные фокусы.

– Да, безусловно:

а) Двое показывают карточный фокус. Первый снимает пять карт из колоды, содержащей 52 карты (предварительно перетасованной кем-то из зрителей), смотрит в них и после этого выкладывает их в ряд слева направо, причем одну из карт кладет рубашкой вверх, а остальные — картинкой вверх. Второй участник фокуса отгадывает закрытую карту. Докажите, что они могут так договориться, что второй всегда будет угадывать карту.

б) Второй фокус отличается от первого тем, что первый участник выкладывает слева направо четыре карты картинкой вверх, а одну не выкладывает. Могут ли в этом случае участники фокуса так договориться, чтобы второй всегда угадывал невыложенную карту?

Эта задача замечательна тем, что она была в ослабленной форме (пункт а) опубликована у Мартина Гарднера, а Гриша Гальперин придумал усиление, очень естественное (пункт б).

Конечно, весь смысл в том, чтобы задачи были яркие.

– Красивые. Или чтобы они были неожиданные. Или вот как мы обсуждали — очень здорово при обучении давать школьникам задачи, в которых напрашивается очевидный ответ, но он неверный.

– Очевидный, но неверный, да. Вот задача про параллелепипед такая. Или задача про сумасшедшую старушку (это уже не из Турнира), сейчас мои кружковцы очень увлеклись:

Каждый из N пассажиров купил по билету на N -местный самолет. Первая зашла сумасшедшая старушка и села на случайное место. Далее, каждый вновь вошедший занимает свое место, если оно свободно; иначе занимает случайное. Какова вероятность того, что последний пассажир займет свое место?

– Да, там неожиданный ответ. Пусть наши читатели порешают эти задачи.

– Задача про альпинистов — ее уже один американец из тех, что к нам приезжали, в свою книжку поместил как задачу классическую, с неизвестным автором. Я сказал, что вроде я автор...

Среди ровной степи стоит гора. На вершину ведут две тропы (считаем их графиками непрерывных функций), не опускающиеся ниже уровня степи. Два альпиниста одновременно начали подъем (по разным тропам), соблюдая условие: в каждый момент времени быть на одинаковой высоте.

Смогут ли они альпинисты достичь вершины, двигаясь непрерывно, если

а) тропы состоят из конечного числа подъемов и спусков; б) в общем случае?

– А она возникла просто из анализа?

– Нет, она из моих занятий топологией возникла. Она во многом заменяет теорему Жордана. Я это понимал для многоугольника. С моими ребятами мы довели ее до теоремы про непрерывный образ окружности.

– Что он делит плоскость на две части?

– Ровно на две, не на три и не больше. Что делит — это как раз легче, а вот что ровно на две — это труднее. В общем, получилась теорема Жордана. Ну, я так и думал, что она должна получиться, потому что вроде бы альпинисты — это более сильная вещь.

– И эта знаменитая ваша задача о возах тоже возникла из анализа:

Из города A в город B ведут две не пересекающиеся дороги. Известно, что две машины, выезжающие по разным дорогам из A в B и связанные веревкой некоторой длины, меньшей $2l$, смогли проехать из A в B , не порвав веревки. Могут ли разминуться, не коснувшись, два круглых воза радиуса l , центры которых движутся по этим дорогам навстречу друг другу?

– Это задачи про одно и то же. Задачу о возах обычно новички не могут оценить, потому что они очень быстро придумывают неверное решение и успокаиваются. А Арнольду понравилось... Почему задача о возах стала всемирно известной? Благодаря книжке Арнольда.

– Да, она есть в его учебнике по дифференциальным уравнениям.

– Она не просто есть там, она там первая. С нее начинается. И с моей фамилией. Но он ее решает там с помощью теоремы Жордана. А у меня-то была мысль, что она как раз вместо теоремы Жордана хорошо работает. Она пробивает там, где теорема Жордана не тянет.

– Как к Турниру городов относятся за рубежом наши друзья, почему они в нем участвуют?

– В основном они ценят задачи.

– Еще отдельная тема — турнир Ломоносова, за который в этом году вы получили премию. Это же совершенно уникальное мероприятие. Одновременно проводятся соревнования по многим предметам, в разных аудиториях: там — математика, там — физика, там — литература.

– Оно отличается от Интеллектуального марафона тем, что участие во всех соревнованиях не обязательно. В марафоне есть такая идея по умолчанию, что нам нужны универсальные люди. А в турнире Ломоносова нет этой идеи. Почему, собственно, нам нужны универсальные люди? Нам нужны люди, которые в чем-то могут сделать что-то фантастически интересное. Мечта такая, что вот есть люди, мы их привлекаем, они чем-то заинтересовались, начали учиться. Идея в том, чтобы подтолкнуть людей к серьезному самообразованию — с помощью кружков или как-нибудь еще. А почему нам нужно, чтобы человек был универсальным, вовсе не обязательно, если он увлекся, скажем, физикой — ну и слава богу. Идея, что якобы нужно как-то отдельно выделять и награждать людей, которые как-то по многим предметам показали себя, — я не вижу в этом смысла.

– Человек, когда растет, развивается, и просто сильный и способный человек может разбираться во всем, пока он маленький, пока не слишком сложные задачи. Но человек должен как-то себя найти.

– То, что к нему прилипает, и есть его собственное, то, в чем он отличается от других. Вот что сказал Эйнштейн: специальную теорию относительности придумали бы и без меня, не один, так другой. А вот что касается общей теории относительности, — тут у меня есть подозрения, что бог специально меня послал на Землю, чтобы я придумал именно ее.

Может быть, никто другой бы не придумал. Это было его родное, то, что было ему свойственно.

Так что мне кажется, нужно одобрять, если человек интересуется и тем, и другим, и третьим, но культивировать это совершенно не обязательно.

– На турнире Ломоносова человек, который в школе не заинтересовался каким-либо предметом, может увидеть, что этот предмет может быть интересным.

– А для этого нужно, чтобы аудитории были рядом.

– Конкурсы небольшие, можно часок посидеть здесь, потом пойти туда...

– Поэтому очень важно, чтобы оргкомитет состоял из единомышленников, чтобы не было такого, что каждый тянет на себя.

– Как вы относитесь к ЕГЭ?

– Я думаю, что ЕГЭ – это очень вредная идея, уже видно, что люди не собираются ни о чем думать, а только знают, как готовиться к тому, чтобы ответить правильно на вопросы. В пользу ЕГЭ говорит какое-то высшее упрямство. Здесь у меня такой полуоптимизм. В 1943 году Сталин придумал разделить мальчиков и девочек в школах. Это длилось десять лет. В 1953 году, как только Сталин умер, это сразу отменили.

– Т.е. это не что-то естественное, это блажь каких-то людей, и возможно, она пройдет.

– Блажь. Может быть, она связана с деньгами – кто-то там что-то зарабатывает, но по крайней мере это блажь.

– Я хотел спросить про математику и физику. Иногда их противопоставляют, кто-то говорит – нет, математика – это часть физики, кто-то – что это только инструмент для физики. Как человек, который знает и математику, и физику, что вы могли бы сказать по этому поводу?

– Во-первых, физику я не знаю. Математику тоже не знаю. Ну, конечно, прикоснулся немножко к тому и другому.

Конечно, они разные. Например, есть принцип Гюйгенса – Френеля, – это как рассчитывать интерференционную картинку. То, что там два имени, и одно из них – Гюйгенс, говорит о том, что он появился в XVII веке. Он до сих пор не доказан, но это никого не волнует. Вот если собака определяет истину с помощью носа, человек – больше с помощью глаза, то математики и физики – они разными органами воспринимают. Математики считают, что все должно быть доказано. Физики считают, что нужно найти объяснение явления. У них явление, которое наблюдается, – это исходная позиция. Надо ему найти объяснение. Например, явление сверхтекучести гелия математически описал Ландау. Это считается его крупным достижением. Но это приближенное вычисление, и оценка ошибки не существует. Тем не менее физики считают, что они теперь понимают, почему это происходит.

– Но, с другой стороны, математики тоже хотят разобраться в каких-то явлениях, в каких-то теоремах, ситуациях. Они же не просто жонглируют формулами.

– Конечно. Но частично это есть. Ну, например, очень многие следствия аксиомы выбора – я знаю физиков, которые говорят, что это математические фантомы.

Это, конечно, логическое следствие аксиом, которые они приняли, но это не имеет отношения к реальной действительности. Математические фантомы, следствия неудачно придуманных аксиом. А сейчас у математиков развивается мысль, что нужно ограничиться счетной аксиомой выбора, и тогда многие фантомы пропадают. Например, неизмеримые множества исчезают.

Ну, кто его знает. Павел Сергеевич Александров говорил, что это – математическая реальность. Реально то, что из этих аксиом такие следствия получаются. Это математическая реальность, но не факт, что за ней есть какая-то физическая реальность.

Физика как работает? Она создает математическую модель. Еще бывает, что вербальная модель существует сначала, то есть некоторые словесные разговоры о том, как происходит явление. Но это еще не математическая модель. Потом уже создается математическая модель, в нее входят многие вещи из математики. Например, кинематика. Там же

предполагается, что каждая точка имеет координату. Расстояние всегда можно разделить пополам. А в реальной физике, чем меньше расстояние, тем его труднее разделить пополам, и это становится совершенно нереальным, когда у нас нет способа измерить такое маленькое расстояние. Но, конечно, с помощью моделей все-таки происходит понимание.

Это все загадка, тут никто не понимает, как на самом деле что происходит, а мне чисто эмоционально нравится высказывание Спинозы. Он говорит: «Свобода достигается знанием, а знание достигается духовным единением с природой». Но слово «природа» он отождествлял со словом «бог». В духовном единении с богом. Я думаю, что эта истина достаточно правильная и глубокая. Вот, например, Фарадей. Почему он знал, что существует переход из магнитного поля в электрическое? Никто же не наблюдал. А почему он знал, что существует? Я вот это понимаю как результат духовного единения с природой.

– Как бы слышать музыку ангелов?

– Ну что-то в этом роде. Он уже сделал несколько крупных открытий, у него была хорошо отработанная интуиция, и поэтому он мог, как бог, видеть истину прямо, не с помощью хитроумных рассуждений, а прямо.

– Мы как-то обсуждали, что прямое видение истины важнее умения доказывать теоремы.

– Ну да, конечно.

– Это, кстати, тоже интересный вопрос. Насколько важна, скажем, математическая строгость в школе, при обучении. Если все доказывать очень строго, это же можно...

– Думаю, здесь вот какой компромисс существует. Если я в каком-то месте сослался на очевидность, даже, может быть, не сослался, а умолчал, – умолчал, понимая, что ученики воспримут это как нечто естественное и не вызывающее возражений, – то это может быть честным, а может быть нечестным. Честное – в том случае, если я могу, не разрушая этой структуры, добавить точное рассмотрение, а нечестное – если нужно разрушить эту структуру, чтобы сделать ее точной.

Вот, например, я хочу доказать, что множество точек отрезка несчетно. Допустим, что оно счетное. Берем отрезок длиной единица, перенумеруем эти точки, и точки покрываем интервалами – первую точку интервалом длиной одна десятая, вторую – одна сотая и так далее. Получается, что мы все точки отрезка длины единица покрыли интервалами, сумма длин которых заведомо не больше одной девятой. Это очень понятное рассуждение. Для начинающих оно потрясающе убедительное, хотя оно и нестрогое. Надо доказать еще, что сумма длин этих интервалов, покрывающих отрезок, должна быть больше, чем длина самого отрезка. Но эта неточность честная, потому что это можно доказать. Можно отдельно, на одном занятии доказать эту теорему, и все получается нормально.

Нечестная игра – если ты ссылаешься на очевидность, но заменить это точным рассуждением не удастся.

Поэтому учебник Киселева удачный. Там, например, существование перпендикуляра доказывается перегибанием листа бумаги.

– Наглядно, понятно, всем очевидно.

– Да. И все равно там потом правильное доказательство есть.

– В этом смысле меня удивляет очень, например, в школьном учебнике Погорелова по геометрии – нет такой аксиомы, что сумма двух сторон треугольника больше третьей. Это доказывается из некоторых других аксиом, хотя для меня это более понятная и более простая аксиома – что отрезок – это самое короткое расстояние.

– И подход с аксиомой о кратчайшем расстоянии удачен педагогически, потому что все как бы заранее знают, что это так.

Вопросы задавал С.Дориченко