L Международная математическая олимпиада

Юбилейная L Международная математическая олимпиада (ММО) прошла с 10 по 22 июля 2009 года в городе Бремене (Германия) и ознаменовалась важным событием: впервые в истории международных предметных олимпиад число стран-участниц превысило сотню (в Бремен приехали команды 104 стран мира). Также рекордным стало общее число участников — 565.

Олимпиада проходила на базе студенческого городка университета Якобса. Помимо основного занятия — решения задач, юные математики всего мира участвовали в различных конкурсах, спортивных состязаниях и общались между собой. Культурная программа олимпиады включала знакомство с историей и традициями городов северной Германии, входивших в Ганзейский союз. В программе олимпиады один из дней был целиком посвящен празднованию 50-летия Международных математических олимпиад, на которое были приглашены представители разных стран, внесшие большой вклад в международное олимпиадное движение. На празднование юбилея были также специально приглашены шестеро ведущих математиков мира — лауреатов многих престижных премий, становившихся неоднократными победителями ММО: *Бела Болобаш* (профессор Кембриджского университета, участвовал в первых трех международных олимпиадах, завоевал бронзовую и две золотые медали), *Тимоти Гауэрс* (профессор Кембриджского университета, завоевал в 1981 году золотую медаль с абсолютным результатом), *Ласло Ловас* (директор математического института в Будапеште, в 1963—1966 годах завоевал 3 золотых и одну серебряную медали), *Станислав Смирнов* (профессор университета Женевы, в 1986—1987 годах, выступая за команду СССР, завоевал 2 золотые медали — обе с абсолютным результатом), *Теренс Тао* (профессор Калифорнийского университета, в 1986—1988 годах завоевал бронзовую, серебряную и золотую медали, причем первую медаль получил в возрасте 10 лет) и *Жан-Кристоф Йоккоз* (профессор Парижского университета, в 1973—1974 годах завоевал серебряную и золотую медали ММО). Участники олимпиады слушали выступления этих звезд современной математики, а кроме того, имели возможность побеседовать с ними лично.

Фото команды России на L ММО с победителем ММО 1986 и 1987 годов, лауреатом премии Европейского математического общества Станиславом Смирновым (в центре). Слева направо: В.Омельяненко, В.Брагин, М.Матдинов, К.Тыщук, К.Савенков, Г.Ненашев

Команду России в этом году составили одиннадцатиклассники *Владимир Брагин* (Снежинск, гимназия 127) и *Глеб Ненашев* (Санкт-Петербург, ФМЛ 239), а также десятиклассники *Марсель Матдинов* (СУНЦ МГУ), *Виктор Омельяненко* (Белгород, лицей 38), *Кирилл Савенков* и *Константин Тыщук* (Санкт-Петербург, оба — ФМЛ 239). Отметим перспективность нынешней команды — впервые сразу четыре члена команды имеют возможность представлять Россию на ММО следующего года.

Приводим результаты выступления команды России (каждая задача оценивалась из 7 баллов), а также таблицу с результатами стран, занявших первые 30 мест в неофициальном командном зачете.

Участник	Баллы по задачам						Сумма баллов	Медаль
	1	2	3	4	5	6		
Омельяненко Виктор	7	7	7	7	7	4	39	золотая
Матдинов Марсель	7	7	7	7	7	0	35	золотая
Тыщук Константин	7	7	7	7	7	0	35	золотая
Брагин Владимир	7	4	7	7	7	0	32	золотая
Ненашев Глеб	7	7	1	7	7	3	32	золотая
Савенков Кирилл	7	7	2	7	7	0	30	серебряная

№	Страна	Сумма баллов	Количество медалей		
			золото	серебро	бронза
1	Китай	221	6	0	0
2	Япония	212	5	0	1
3	Россия	203	5	1	0

4	Южная Корея	188	3	3	0
5	КНДР	183	3	2	1
6	США	182	2	4	0
7	Таиланд	181	1	5	0
8	Турция	177	2	4	0
9	Германия	171	1	4	1
10	Белоруссия	167	1	4	1
11	Италия	165	2	2	2
12	Тайвань	165	1	5	0
13	Румыния	163	2	2	2
14	Украина	162	3	1	2
15	Вьетнам	161	2	2	2
15	Иран	161	1	4	1
17	Бразилия	160	1	3	2
18	Канада	158	1	3	2
19	Болгария	157	1	3	2
19	Великобритания	157	1	3	2
19	Венгрия	157	1	2	3
22	Сербия	153	1	3	1
23	Австралия	151	2	1	2
24	Перу	144	0	4	2
25	Грузия	140	0	3	2
25	Польша	140	0	2	4
27	Казахстан	136	0	3	3
28	Индия	130	0	3	2
29	Гонконг	122	1	2	2
30	Сингапур	116	0	2	3

Олимпиада подтвердила высокий уровень российской математической школы: помимо успешного выступления нашей команды (второе место в командном зачете по медалям), две из шести задач олимпиады были предложены нашими задачными композиторами. Задача 2 предложена С. Берловым из Санкт-Петербурга, а задача 6 возникла в результате обобщения задачи Д. Храмцова из Новосибирска (эта задача оказалась, вероятно, самой трудной в истории ММО и получила высокую оценку жюри за красоту и содержательность результата).

Отметим также успешное выступление команды Белоруссии, во второй раз в истории вошедшей в десятку сильнейших, и команды Украины, завоевавшей 3 золотых медали.

Последним этапом подготовки команды России к ММО стали летние учебно-тренировочные сборы, которые проходили с 20 июня по 10 июля в пансионате «Лисицкий бор» Тверской области. Благодарим тренеров и наставников, чьи занятия способствовали успешному выступлению команды. (Помимо руководителей команды занятия проводили педагог ФМЛ 239 из Санкт-Петербурга *С.Берлов*, студент МГУ *А.Гаврилюк*, аспирант Математического института им. В.А.Стеклова РАН *А.Гарбер*, профессор Ярославского государственного университета *В.Дольников*, научный сотрудник Петербургского отделения Математического института им. В.А.Стеклова РАН и преподаватель СПбГУ *Д.Карпов*, доцент МФТИ *О.Подлипский*, старший научный сотрудник Новосибирского математического института им. С.Л.Соболева *Д.Фон-дер-Флаасс*, программист из Москвы *Г.Челноков*).

Руководители команды выражают искреннюю благодарность *Дмитрию Юрьевичу Дойхену*, который уже не первый год оказывает большую поддержку участия команды России в международных математических соревнованиях.

ЗАДАЧИ ОЛИМПИАДЫ

1. Даны натуральное число n и попарно различные натуральные числа $a_1,\ldots,a_k$ $(k \geq 2)$ из множества $\{1, \ldots, n\}$ такие, что для каждого $i = 1, \ldots, k-1$ число $a_i(a_{i+1}-1)$ делится на n. Докажите, что число $a_k(a_1-1)$ не делится на n.

Австралия

2. См. задачу М2158 «Задачника «Кванта».

Россия

3. Дана строго возрастающая последовательность натуральных чисел $s_1, s_2, s_3, \ldots$ такая, что каждая из двух последовательностей

$$s_{s_1}, s_{s_2}, s_{s_3}, \ldots \text{ и } s_{s_1+1}, s_{s_2+1}, s_{s_3+1}, \ldots$$

является арифметической прогрессией. Докажите, что последовательность $s_1, s_2, s_3, \ldots$ также является арифметической прогрессией.

США

4. Треугольник ABC таков, что $AB = AC$. Биссектрисы углов CAB и ABC пересекают стороны BC и CA в точках D и E соответственно. Обозначим через K центр окружности, вписанной в треугольник ADC. Оказалось, что $\angle BEK = 45°$. Найдите все возможные значения угла CAB.

Бельгия

5. Найдите все функции $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ (т.е. функции, определенные на множестве всех натуральных чисел и принимающие натуральные значения) такие, что для любых натуральных a и b существует треугольник, длины сторон которого равны трем числам

$$a,\ f(b) \text{ и } f(b + f(a) - 1).$$

Франция

6. См. задачу М2160 «Задачника «Кванта».

Россия – Германия

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Приведем решения задач, предложенные на олимпиаде членами нашей команды.

1 (К.Савенков). Предположим противное: $a_i(a_{i+1}-1) = a_ia_{i+1} - a_i$ делится на n для любого $i = 1, 2, \ldots, k$ (мы полагаем $a_{k+1} = a_1$). Тогда для $i = 1, 2, \ldots, k$ получаем $a_i \equiv a_ia_{i+1}$ (здесь и далее запись $x \equiv y$ означает, что x и y имеют одинаковые остатки при делении на n). Тогда $a_1 \equiv a_1a_2 \equiv a_1a_2a_3 \equiv \ldots \equiv a_1a_2\ldots a_k$, и аналогично $a_2 \equiv a_2a_3 = a_2a_3a_4 \equiv \ldots \equiv a_2a_3\ldots a_ka_1$, т.е. $a_1 \equiv a_1a_2\ldots a_k = a_2$. Так как a_1 и a_2 – натуральные числа, не превосходящие n, и $a_1 \equiv a_2$, то $a_1 = a_2$, что противоречит условию задачи.

Замечание. Аналогично доказывается, что $a_i = a_{i+1}$ для $i = 2, \ldots, k$. Отсюда следует, что утверждение задачи остается в силе, если среди чисел $a_1, a_2, \ldots, a_k$ найдутся два различных.

3 (М.Матдинов). Будем писать $s(k)$ вместо s_k.

Положим $a(k) = s(k) - s(k-1)$, и пусть d – разность прогрессии $s(s(1)), s(s(2)), s(s(3)), \ldots$ Так как $s(s(i)) < s(s(i)+1) \leq s(s(i+1))$ (т.е. члены прогрессий $s(s(1)), s(s(2)), s(s(3)), \ldots$ и $s(s(1)+1), s(s(2)+1), s(s(3)+1), \ldots$ перемежаются), то разность второй прогрессии также равна d. Значит,

$$s(s(i)+1) - s(s(i)) = a(s(i)+1) \text{ не зависит от } i. \quad (1)$$

Ясно, что при $k \geq s(1)$ выполнено $s(k+1) - s(k) \leq d$, значит, последовательность $\{a(i)\}$ ограничена. Обозначим через a наибольшее из значений $a(i)$. Пусть $a = s(m+1) - s(m)$. Тогда

$$d = s(s(m+1)) - s(s(m)) = a(s(m)+1) + a(s(m)+2) + \ldots + a(s(m+1)). \quad (2)$$

Поэтому среди a чисел $a(s(m)+1), a(s(m)+2), \ldots, a(s(m+1))$ найдется число, не превосходящее $\frac{d}{a}$. Заметим, что если одно из чисел $a(i)$ равно $b < \frac{d}{a}$ (скажем, $s(t+1) - s(t) = b$), то, аналогично, в последовательности $\{a(i)\}$ найдется b подряд идущих чисел (это числа $a(s(t)+1), a(s(t)+2), \ldots, a(s(t+1))$), дающих в сумме d. Но их среднее арифметическое будет равно $\frac{d}{b} > a$, что невозможно. Таким образом, в сумме (2) каждое слагаемое не меньше $\frac{d}{a}$. Следовательно, каждое слагаемое равно $\frac{d}{a}$, в частности,

$$a(s(m)+1) = \frac{d}{a}. \quad (3)$$

Так как $\frac{d}{a} = s(s(m)+1) - s(s(m))$, то в выражении $a(s(s(m))+1) + a(s(s(m))+2) + \ldots + a(s(s(m)+1))$ участвуют $\frac{d}{a}$ слагаемых, дающих в сумме $s(s(s(m)+1)) - s(s(s(m))) = d$. Значит, каждое из этих слагаемых равно a, в частности,

$$a(s(s(m))+1) = a. \quad (4)$$

Теперь из (1), (3) и (4) получаем, что $a = \frac{d}{a}$, откуда $d = a^2$. Если среди чисел $a(i)$ найдется число c, меньшее a, то (аналогично предыдущему) в последовательности $\{a(i)\}$ встретится c подряд идущих чисел, в сумме дающих $d = a^2$, значит, одно из них будет больше a, что невозможно. Итак, для любого номера i имеем $a(i) = a$, поэтому $\{s(i)\}$ – арифметическая прогрессия.

4 (К.Тыщук). *Ответ*: 60°, 90°.

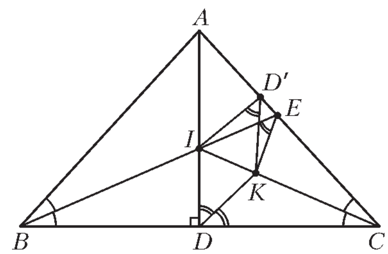
Пусть I – точка пересечения биссектрис треугольника ABC. Тогда K лежит на отрезке CI, и DK – биссектриса угла ADC.

Отразив точку D симметрично относительно биссектрисы CI, получим точку D', лежащую на луче CA. Из симметрии $\angle ID'K = \angle KD'C = \angle IDK = \angle KDC = 45°$, $\angle ID'C = 90°$.

Рассмотрим следующие два случая.

1. Пусть точка D' совпала с E. Тогда биссектриса BE является также и высотой, поэтому треугольник ABC – равносторонний, и $\angle CAB = 60°$. Наоборот, в правильном треугольнике ABC точки D и E симметричны относительно CI, поэтому $\angle BEK = \angle IDK = 45°$.

2. Пусть точка D' не совпала с E (см. рисунок). Тогда из равенства $\angle IEK = \angle ID'K$ следует, что точки I, K, E, D' лежат на одной окружности. Поэтому $\angle EIK = \angle KD'C = 45°$. Отсюда $\angle ABC = 2\angle IBC = \angle IBC + \angle ICB = \angle EIK = 45°$, и, следовательно, $\angle CAB = 90°$. Рассуждая в обратном порядке, получаем, что в равнобедренном прямоугольном треугольнике $\angle BEK = \angle ID'K = \angle IDK = 45°$.



5 (Г.Ненашев). *Ответ*: $f(a) = a$.

Положив $d = f(1) - 1 \geq 0$, имеем $1 + f(b) > f(b+d)$ и $f(b+d) + 1 > f(b)$, и поскольку f принимает натуральные значения, то $f(b) \geq f(b+d)$ и $f(b+d) \geq f(b)$, т.е. $f(b) = f(b+d)$. Аналогично получаем $f(b) = f(b+d) = f(b+2d) = \ldots = f(b+md)$ для всех натуральных m и b. Далее, $a + md < f(b) + f(b + f(a+md) - 1) = f(b) + f(b + f(a) - 1)$. Если предположить, что $d > 0$, то для данных a и b подберем m такое, что левая часть последнего неравенства станет больше правой, – противоречие. Таким образом, $d = 0$, т.е. $f(1) = 1$.

Поскольку числа a, $f(1) = 1$ и $f(1 + f(a) - 1) = f(f(a))$ являются сторонами треугольника, то $a + 1 > f(f(a))$ и $f(f(a)) + 1 > a$, откуда вытекает $f(f(a)) = a$ для всех натуральных a.

Пусть $f(2) = k$. Сразу отметим, что $k \neq 1$, иначе $f(2) = 1$ и $2 = f(f(2)) = f(1) = 1$ – противоречие.

Докажем индукцией по a, что $f(ak - (a-1)) = a + 1$. При $a = 1$ утверждение верно, так как $2 = f(f(2)) = f(k)$. Пусть утверждение верно для некоторого a, докажем его для $a + 1$. Поскольку числа $f(k) = 2$, $f(ak - (a-1)) = a + 1$ и $f(ak - (a-1) + f(f(k)) - 1) = f((a+1)k - a)$ являются сторонами треугольника, имеем $2 + a + 1 > f((a+1)k - a)$, откуда $f((a+1)k - a) \leq a + 2$. Предположим, что $f((a+1)k - a) = b < a + 2$. По предположению индукции $f(tk - (t-1)) = t + 1$ для $t = 0, 1, \ldots, a$. В частности, для $y = b - 1$ имеем $f(yk - (y-1)) = b$. Тогда $yk - (y-1) = f(f(yk - (y-1))) = f(b)$ и $(a+1)k - a = f(f((a+1)k - a)) = f(b)$, значит, $yk - (y-1) = (a+1)k - a$, или $(y - a - 1)(k - 1) = 0$. Но $y < b \leq a + 1$ и $k \neq 1$ – противоречие. Остается единственная возможность $f((a+1)k - a) = a + 2$, и переход индукции доказан.

Из равенства $f(ak - (a-1)) = a + 1$ вытекает $f(a+1) = ak - (a-1)$. Замена $a + 1$ на a дает $f(a) = (a-1)k - (a-2)$ при $a \geq 2$. Если $k > 2$, то при $a \geq 2$ выполнено $f(a) = (a-1)k - (a-2) = a + (a-1)(k-2) > a$. Но тогда $2 < f(2) < f(f(2))$ – противоречие. Окончательно, $k = 2$, и $f(a) = a$. Проверка показывает, что найденная функция удовлетворяет условию.

Публикацию подготовили руководители команды России на L ММО Н.Агаханов, И.Богданов, П.Кожевников, Д.Терёшин, М.Пратусевич

XL Международная олимпиада школьников по физике

В этом году Международная физическая олимпиада (МФО) школьников проходила в Мексике, в городе Мерида. Из-за тревожной эпидемиологической обстановки в этой стране часть команд отказалась от участия в олимпиаде. В Мериду прибыли только 316 школьников из 69 стран (для сравнения – в прошлом году во Вьетнаме было 376 участников из 76 государств).

В сборную команду России вошли:

Трегубов Дмитрий – Киров, ФМЛ, учителя-наставники Канин Павел Евгеньевич, Гырдымов Михаил Владимирович,

Землянов Владислав – Урай (Ханты-Мансийский автономный округ), гимназия, учитель-наставник Козловская Зоя Георгиевна,

Кудряшова Нина – Бийск, Бийский лицей Алтайского края, учитель-наставник Аполонский Александр Николаевич,

Дорошенко Андрей – Омск, лицей 92, учитель-наставник Афанасьева Юлика Александровна,

Старков Григорий – Ноябрьск (Ямало-Ненецкий автономный округ), школа 7, учитель-наставник Ткачук Игорь Викторович.

Команду России возглавили профессор Московского физико-технического института (МФТИ) Станислав Миронович Козел и доцент МФТИ Валерий Павлович Слободянин. В составе российской делегации в качестве наблюдателя работал доцент МФТИ Михаил Николаевич Осин.

Как и в прошлые годы, восемь кандидатов в команду России были приглашены на последние трехнедельные летние сборы, на которых отрабатывались навыки экспериментальной работы на сложном современном оборудовании и дополнительно изучались элементы специальной теории относительности, волновой оптики, ядерной физики и ряд других тем, входящих в программу МФО. Во время сборов с командой работали преподаватели кафедры общей физики МФТИ, СУНЦ МГУ, научные сотрудники институтов Российской академии наук, а также студенты Физтеха – победители Международных физических олимпиад прошлых лет.

Обсерватория майя (Мексика)

Команда России на XL МФО. Слева направо: Г.Старков, А.Дорошенко, Н.Кудряшова, С.М.Козел, Маша – гид нашей команды, В.Землянов, Д.Трегубов

На олимпиаде участникам были предложены три теоретические задачи и два экспериментальных задания. Каждая задача и каждое задание оценивались из 10 баллов. Таким образом, максимальное количество баллов, которое мог набрать каждый из участников олимпиады, равнялось 50.

Оба тура олимпиады – теоретический и экспериментальный – оказались крайне трудоемкими. Ниже приведен список из 11 лидирующих стран (согласно их рейтингу):

№	Страна	Количество медалей			Сумма баллов
		золото	серебро	бронза	
1	Китай	5			216
2	Корея	4	1		186
3	Индия	4	1		180
4	Тайвань	3	2		179
5	США	4	1		176
6	Россия	3	2		165
7	Румыния	3	2		161
8	Сингапур	2	3		154
9	Таиланд	1	4		152
10	Индонезия	1	3	1	148
11	Япония	2	1	2	144

Как видно из таблицы, лидерство на олимпиаде захватили страны из Юго-Восточной Азии. Команды этих стран устойчиво добиваются высоких результатов в Международных олимпиадах и по другим предметам.

Члены сборной России показали следующие результаты:

Участник	Теория	Эксперимент	Сумма баллов	Медаль
Старков Григорий	21,45	14,00	35,45	золото
Землянов Владислав	20,60	13,65	34,75	золото

Трегубов Дмитрий	18,80	15,80	34,60	золото
Дорошенко Андрей	18,75	11,90	30,65	серебро
Кудряшова Нина	15,20	14,40	29,60	серебро

Ниже приводится несколько сокращенная версия условий задач теоретического тура олимпиады.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР

Задача 1. Эволюция системы Земля–Луна

Ученые научились определять расстояние от Луны до Земли с большой точностью с помощью лазерного луча, отражающегося от специальных зеркал, установленных на поверхности Луны. В ходе таких измерений ученые непосредственно определили, что Луна медленно удаляется от Земли. Это происходит потому, что из-за образования приливных волн момент импульса Земли передается Луне.

1. Сохранение момента импульса

Пусть L_1 – полный момент импульса системы Земля–Луна в настоящее время. Сделаем следующие предположения: 1) L_1 определяется только вращением Земли вокруг собственной оси и вращением Луны вокруг Земли; 2) орбита Луны круговая, Луна считается материальной точкой; 3) ось вращения Земли и ось вращения Луны совпадают; 4) для упрощения расчетов будем считать, что эти оси проходят через центр Земли; во всех пунктах данной задачи моменты инерции, моменты сил и моменты импульса рассчитываются относительно этой общей оси; 5) влиянием Солнца на движение рассматриваемой системы можно пренебречь.

1.1. Запишите для настоящего времени выражение для полного момента импульса L_1. Выразите его через момент инерции Земли $I_З$, угловую скорость вращения Земли $\omega_{З_1}$, момент инерции Луны относительно земной оси $I_{Л_1}$ и угловую скорость орбитального движения Луны, $\omega_{Л_1}$. (0,2 балла)

Процесс передачи момента импульса от Земли к Луне прекратится, когда земные сутки и период обращения Луны будут иметь одну и ту же продолжительность. К этому времени приливные подъемы воды, которые Луна вызывает на Земле, будут ориентированы вдоль прямой, соединяющей центры Земли и Луны, и момент силы исчезнет.

1.2. Запишите выражение для конечного значения полного момента импульса системы Земля–Луна L_2. Используйте те же предположения, что и в предыдущем пункте. Выразите L_2 через момент инерции Земли $I_З$, конечные угловые скорости вращения Земли $\omega_{З_2}$ и обращения Луны $\omega_{Л_2}$ и конечный момент инерции Луны $I_{Л_2}$. (0,2 б.)

1.3. Пренебрегая вкладом вращения Земли в конечную величину полного момента импульса, напишите уравнение, выражающее закон сохранения момента импульса. (0,3 б.)

2. Конечные расстояние и угловая скорость движения системы Земля–Луна

Будем считать, что орбита движения Луны вокруг Земли все время остается круговой, и рассмотрим конечное состояние системы.

2.1. Запишите уравнение, определяющее закон движения Луны по круговой орбите вокруг Земли. Выразите данное уравнение через расстояние D_2 между центрами Земли и Луны в конечном состоянии, массу Земли $M_З$, угловую скорость ω_2 и гравитационную постоянную G. (0,2 б.)

2.2. Запишите выражение для расстояния между Землей и Луной D_2 как функцию полного момента импульса системы L_1, масс Земли и Луны $M_З$ и $M_Л$, соответственно, и гравитационной постоянной G. (0,5 б.)

2.3. Запишите выражение для угловой скорости ω_2 системы Земля–Луна через известные параметры L_1, $M_З$, $M_Л$ и G. (0,5 б.)

2.4. Запишите выражение для момента инерции Земли $I_З$, предполагая, что она является шаром с плотностью ρ_1 от центра до расстояния r_1 и шаровым слоем с плотностью ρ_0 от расстояния r_1 до расстояния r_0 до поверхности (рис.1). (0,5 б.)

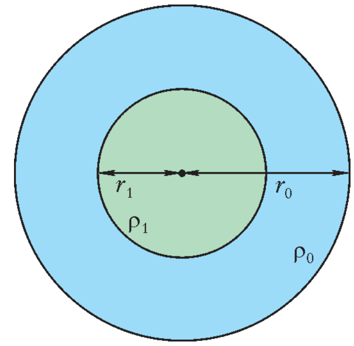


Рис. 1

2.5. Рассчитайте момент инерции Земли $I_З$, используя следующие численные значения: $\rho_1 = 1{,}3 \cdot 10^4$ кг · м$^{-3}$, $r_1 = 3{,}5 \cdot 10^6$ м, $\rho_0 = 4{,}0 \cdot 10^3$ кг · м$^{-3}$ и $r_0 = 6{,}4 \cdot 10^6$ м. (0,2 б.)

2.6. Оцените численное значение полного момента импульса рассматриваемой системы L_1. (0,2 б.)

Массы Земли и Луны равны $M_З = 6{,}0 \cdot 10^{24}$ кг и $M_Л = 7{,}3 \cdot 10^{22}$ кг соответственно. В настоящее время расстояние между Землей и Луной равно $D_1 = 3{,}8 \cdot 10^8$ м. Угловая скорость вращения Земли вокруг собственной оси составляет $\omega_{З_1} = 7{,}3 \cdot 10^{-5}$ с$^{-1}$. Угловая скорость обращения Луны вокруг Земли $\omega_{Л_1} = 2{,}7 \cdot 10^{-6}$ с$^{-1}$, гравитационная постоянная $G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}$ м^3 · кг$^{-1}$ · с$^{-2}$.

2.7. Найдите конечное расстояние D_2 в метрах и в единицах расстояния от Земли до Луны в настоящее время D_1. (0,3 б.)

2.8. Найдите конечную угловую скорость ω_2 в с$^{-1}$ и конечную продолжительность суток в единицах нынешних суток. (0,3 б.)

2.9. Найдите отношение конечного углового момента Земли к конечному угловому моменту Луны. (0,2 б.)

3. На сколько Луна удаляется за год?

Теперь найдите, на сколько Луна удаляется от Земли каждый год. Для этого определите момент силы, действующей на Луну в настоящее время. Предположите, что приливные волны можно заменить двумя материальными точками массами m, расположенными на поверхности Земли (рис.2).

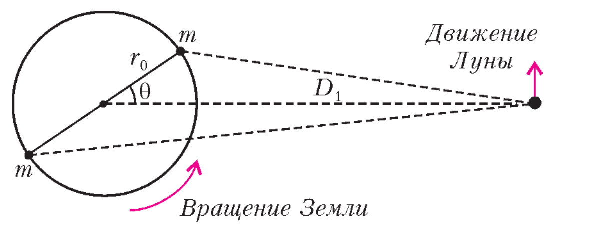


Рис. 2

Пусть θ – угол между линией, соединяющей места наибольшего подъема, и линией, соединяющей центры Земли и Луны.

3.1. Найдите модуль силы F_1, действующей на Луну со стороны ближайшей к ней точечной массы. (0,4 б.)

3.2. Найдите модуль силы F_2, действующей на Луну со стороны отдаленной от нее точечной массы. (0,4 б.)

3.3. Найдите модуль τ_1 момента силы, действующего на Луну со стороны ближайшей к ней точечной массы. (0,4 б.)

3.4. Найдите модуль τ_2 момента силы, действующего на Луну со стороны отдаленной от нее точечной массы. (0,4 б.)

3.5. Найдите полный момент силы τ от двух масс. Так как $r_0 \ll D_1$, выпишите выражение до первого значимого порядка по r_0/D_1. Считайте, что $(1+x)^a \approx 1 + ax$ при $x \ll 1$. (1 б.)

3.6. Вычислите численное значение полного момента силы τ, принимая во внимание, что $\theta = 3^\circ$ и $m = 3{,}6 \cdot 10^{16}$ кг (заметьте, что эта масса составляет примерно 10^{-8} от массы Земли). (0,5 б.)

3.7. Найдите численное значение увеличения расстояния между Землей и Луной за год в настоящее время. (1 б.)

3.8. Найдите численное значение уменьшения угловой скорости вращения Земли за год и увеличение продолжительности земных суток за год. (1 б.)

4. Куда уходит энергия?

В противоположность моменту импульса, который сохраняется, полная энергия системы не сохраняется.

4.1. Запишите выражение для полной (кинетической и гравитационной) энергии E системы Земля–Луна в настоящее время. Выразите E через $I_З$, $\omega_{З_1}$, $M_Л$, $M_З$, D_1 и G. (0,4 б.)

4.2. Запишите выражение для изменения этой энергии ΔE как функцию изменения параметров D_1 и $\omega_{З_1}$. Оцените численное значение величины ΔE за год, используя величины изменения D_1 и $\omega_{З_1}$, найденные ранее. (0,4 б.)

Проверьте, что эти потери энергии связаны с переходом механической энергии в тепловую в процессе подъема и опускания воды в каждой приливной волне. Считайте, что изменение потенциальной энергии при подъеме одного горба приливной волны эквивалентно подъему слоя воды толщиной $h = 0{,}5$ м, покрывающего всю поверхность Земли (для упрощения можно считать, что вся Земля покрыта водой) в среднем на высоту 0,5 м. Это случается дважды в день. Далее считайте, что 10% этой гравитационной энергии переходит в тепло благодаря наличию вязкости при опускании воды. Считайте плотность воды равной $\rho_в = 1{,}0 \cdot 10^3$ кг · м$^{-3}$, ускорение свободного падения на поверхности Земли $g = 9{,}8$ м · с$^{-2}$.

4.3. Чему равна масса этого поверхностного слоя воды? (0,2 б.)

4.4. Вычислите, на сколько уменьшается энергия за год. Сравните полученное значение с потерями энергии, рассчитанными ранее. (0,3 б.)

Задача 2. Лазерное охлаждение атомов и «оптическая патока»

Термины «лазерное охлаждение» и «оптическая патока» относятся к охлаждению (замедлению) пучка нейтральных атомов с помощью распространяющихся в противоположных направлениях лазерных пучков одной и той же частоты. Область захвата, называемая «оптической патокой», лежит на пересечении трех взаимно перпендикулярных пар противоположно направленных лазерных пучков. Оптическая диссипативная сила (трение) напоминает силу вязкости, действующую на тело, которое движется сквозь патоку.

Часть I. Основы лазерного охлаждения

Для простоты рассмотрим одномерную задачу, т.е. не будем принимать во внимание оси y и z. Пусть атом массой m движется в направлении $+x$ со скоростью v и обладает двумя внутренними энергетическими состояниями с разницей энергий $\hbar\omega_0$, где $\hbar = h/(2\pi)$ (рис.3). Первоначально он находится в нижнем энергетическом состоянии, и его энергию можно принять равной нулю. Свет от лазера с частотой $\omega_л$ распространяется в направлении $-x$ и взаимодействует с атомом. Лазерный пучок состоит из большого числа фотонов, каждый из которых обладает энергией $\hbar\omega_л$ и импульсом $-\hbar q$ (здесь $q = \omega/c$, где c – скорость света). Атом может поглотить фотон и после этого излучить другой фотон за счет спонтанного излучения. Вероятность спонтанного излучения в направлениях $+x$ и $-x$ одна и та же. Атом движется с нерелятивистской скоростью $v \ll c$. Также имейте в виду, что $\hbar q/(mv) \ll 1$, т.е. импульс атома значительно больше импульса одиночного фотона. При написании ответов приводите лишь результаты, линейные по отношению к указанным величинам (т.е. сохраняйте в ответах лишь величины первого порядка малости).

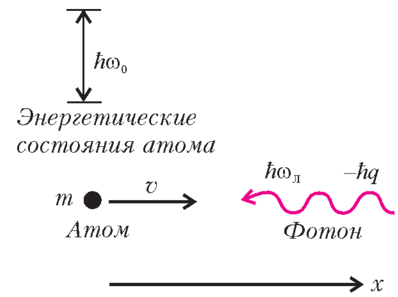


Рис. 3

Пусть частота лазера $\omega_л$ такова, что она находится в резонансе с частотой энергетического перехода движущегося атома. Ответьте на следующие вопросы.

1.Поглощение

1.1. Запишите условие резонансного поглощения фотона. (0,2 балла)

1.2. Запишите выражение для импульса атома $p_а$ после поглощения фотона в лабораторной системе отсчета. (0,2 б.)

1.3. Запишите выражение для полной энергии атома $\varepsilon_а$ после поглощения фотона в лабораторной системе отсчета. (0,2 б.)

2. Спонтанное излучение фотона в направлении $-x$

Через некоторое время после поглощения фотона атом может излучить другой фотон в направлении $-x$.

2.1. Запишите выражение для энергии фотона $\varepsilon_ф$, излученного в направлении $-x$ в лабораторной системе отсчета. (0,2 б.)

2.2. Запишите выражение для импульса фотона $p_ф$, излученного в направлении $-x$ в лабораторной системе отсчета. (0,2 б.)

2.3. Запишите выражение для импульса атома после процесса излучения фотона в направлении $-x$ в лабораторной системе отсчета. (0,2 б.)

2.4. Запишите выражение для полной энергии атома после процесса излучения фотона в направлении $-x$ в лабораторной системе отсчета. (0,2 б.)

3. Спонтанное излучение фотона в направлении $+x$

Через некоторое время после поглощения фотона атом может излучить другой фотон в направлении $+x$.

3.1. Запишите выражение для энергии фотона, излученного в направлении $+x$ в лабораторной системе отсчета. (0,2 б.)

3.2. Запишите выражение для импульса фотона, излученного в направлении $+x$ в лабораторной системе отсчета. (0,2 б.)

3.3. Запишите выражение для импульса атома после процесса излучения фотона в направлении $+x$ в лабораторной системе отсчета. (0,2 б.)

3.4. Запишите выражение для полной энергии атома после процесса излучения фотона в направлении $+x$ в лабораторной системе отсчета. (0,2 б.)

4. Усредненное излучение после поглощения

Имейте в виду, что спонтанное излучение фотона происходит с одинаковой вероятностью в направлениях $-x$ или $+x$.

4.1. Запишите выражение для средней энергии излученного фотона. (0,2 б.)

4.2. Запишите выражение для среднего значения импульса излученного фотона. (0,2 б.)

4.3. Запишите выражение для средней энергии атома после процесса излучения фотона. (0,2 б.)

4.4. Запишите выражение для среднего значения импульса атома после процесса излучения фотона. (0,2 б.)

5. Передача энергии и импульса

Если принять, что процесс поглощения и излучения одного фотона происходит так, как он описан выше, то в среднем существует передача энергии и импульса от лазерного излучения к атому.

5.1. Запишите выражение для среднего изменения энергии атома $\Delta\varepsilon_а$ в результате полного процесса поглощения и излучения фотона. (0,2 б.)

5.2. Запишите выражение для среднего изменения импульса атома $\Delta p_а$ в результате полного процесса поглощения и излучения фотона. (0,2 б.)

6. Передача энергии и импульса лазерным пучком, распространяющимся в направлении $+x$

Пусть лазерный луч с частотой $\omega'_л$ распространяется в направлении $+x$, в то время как атом движется в направлении $+x$ со скоростью v. Предполагая наличие резонансных условий между внутренним переходом атома и лазерным излучением, ответьте на следующие вопросы.

6.1. Запишите выражение для среднего изменения энергии атома в результате полного процесса поглощения и излучения фотона. (0,3 б.)

6.2. Запишите выражение для среднего изменения импульса атома в результате полного процесса поглощения и излучения фотона. (0,3 б.)

Часть II. Диссипация энергии и явление «оптической патоки»

Квантовые процессы в природе имеют внутренне присущую им неопределенность. Поэтому, из-за того что время между поглощением и излучением фотона *конечно*, резонансное условие не должно выполняться *точно*, как мы предполагали до сих пор. Иными словами, частоты лазерных пучков $\omega_л$ и $\omega'_л$ могут быть произвольными, но поглощение и излучение все равно будут происходить, правда с различными (квантовыми) вероятностями, и наибольшая вероятность будет соответствовать точному резонансу. Среднее время между поглощением и излучением одного фотона называется временем жизни возбужденного уровня и обозначается Γ^{-1}. Рассмотрим коллектив из N атомов, *покоящихся* в лабораторной системе отсчета, и луч лазера с частотой $\omega_л$, который с ними взаимодействует. Атомы поглощают и излучают непрерывно, так что в среднем имеется $N_в$ атомов в возбужденном состоянии (и $N - N_в$ – в основном). Квантово-механическое рассмотрение приводит к следующему результату:

$$N_в = N\frac{\Omega_R^2}{(\omega_0-\omega_л)^2+\dfrac{\Gamma^2}{4}+2\Omega_R^2},$$

где ω_0 – резонансная частота атомного перехода, Ω_R – так называемая частота Раби, Ω_R^2 пропорциональна *интенсивности* лазерного пучка. Как уже было сказано, величина $N_в$ отлична от нуля, даже если резонансная частота ω_0 отличается от частоты лазерного пучка $\omega_л$. Другими словами, количество процессов поглощения-излучения в единицу времени равно $N_в\Gamma$.

Обсудим физическую ситуацию, где два распространяющихся в противоположных направлениях лазерных пучка имеют *одинаковую*, но *произвольную* частоту $\omega_л$ и взаимодействуют с газом из N атомов, которые движутся в направлении $+x$ со скоростью v (рис.4).

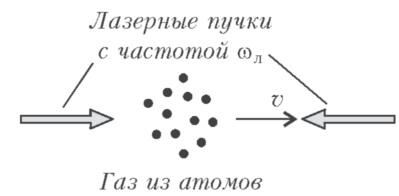


Рис. 4

7. Сила, действующая на атомный пучок со стороны лазеров

7.1. Используя предыдущую информацию, найдите силу, с которой лазерные пучки действуют на атомы. Считайте, что $mv \gg \hbar q$. (1,5 б.)

8. Предел малой скорости

Предполагая, что скорость атомов достаточно мала, можно получить выражение для силы в первом порядке малости по v.

8.1. Найдите выражение для силы, полученной в предыдущем пункте, для этого приближения. (1,5 б.)

Используя этот результат, вы можете получить условия для ускорения или замедления атомов излучением, или для отсутствия эффекта.

8.2. Запишите условие для получения положительной силы (ускорение атомов). (0,25 б.)

8.3. Запишите условие получения нулевой силы. (0,25 б.)

8.4. Запишите условие получения отрицательной силы (замедление атомов). (0,25 б.)

8.5. Теперь предположим, что атомы движутся со скоростью $-v$ (в направлении $-x$). Запишите условие получения отрицательной силы (замедления атомов). (0,25 б.)

9. «Оптическая патока»

В случае отрицательной силы возникает диссипация (трение). Предположим, что первоначально, при $t = 0$, газ из атомов имеет скорость v_0.

9.1. В пределе малых скоростей найдите скорость атомов через время τ после включения лазера. (1,5 б.)

9.2. Теперь предположите, что газ из атомов находится в тепловом равновесии при температуре T_0. Найдите температуру T после того, как лазерные пучки были выключены через время τ. (0,5 б.)

Примечание. Это приближение нельзя использовать для достижения произвольно низкой температуры.

Задача 3. Почему звезды такие большие

Большинство обычных звезд светит потому, что в их центральной части происходят реакции термоядерного синтеза, в результате которых водород превращается в гелий. В этой задаче вам предстоит показать, что звезды должны быть достаточно большими, чтобы в них могли протекать реакции синтеза на основе водорода, и получить минимально необходимые для этого массу и радиус звезды.

Предположим, что звезда состоит из ионизированного водорода (количество электронов равно количеству протонов), который ведет себя как идеальный газ. С классической точки зрения, для осуществления реакции синтеза два протона должны сблизиться на расстояние 10^{-15} м, чтобы сильное ядерное взаимодействие, обеспечивающее их притяжение, стало доминировать.

1. Оценка температуры в центре звезд на основе классической физики

Для того чтобы ядра сблизить, необходимо преодолеть кулоновское отталкивание. Примем, что два протона (точечные заряды) движутся навстречу друг другу со среднеквадратичной скоростью теплового движения v.

1.1. Какой должна быть температура газа T, чтобы расстояние максимального сближения d равнялась 10^{-15} м? (1,5 б.)

2. Почему предыдущая оценка температуры неверна

Выполним независимые оценки температуры в центре звезды. Звезды находятся в равновесии, так как сила тяжести уравновешивается направленной наружу силой давления. Для слоя газа на расстоянии r от центра звезды условие равновесия имеет вид

$$\frac{\Delta p}{\Delta r} = -\frac{GM_r\rho_r}{r^2},$$

где p – давление газа, G – постоянная всемирного тяготения, M_r – масса звездного вещества внутри сферы радиусом r, ρ_r – плотность газа в слое на расстоянии r от центра звезды (рис.5). Разность давлений на поверхности звезды и в ее центре $\Delta p = p_0 - p_ц$ можно оценить как $\Delta p \approx -p_ц$, поскольку $p_ц \gg p_0$. В том же приближении $\Delta r \approx R$, где R – полный радиус звезды, и $M_r \approx M_R = M$, где M – полная масса звезды. Плотность звездного вещества на расстоянии r от центра звезды можно оценить ее значением в центре: $\rho_r \approx \rho_ц$. Полагая, что давление можно определить как давление идеального газа, сделайте следующее.

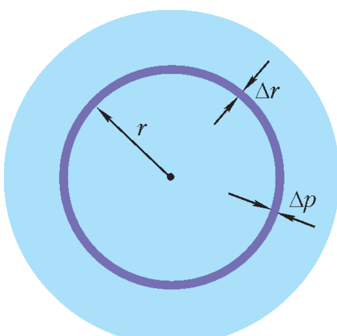


Рис. 5

2.1. Запишите выражение для температуры $T_ц$ в центре звезды через радиус звезды, ее массу и физические константы. (0,5 б.)

Теперь, проверим справедливость этой оценки.

2.2. Используя выражение из предыдущего пункта, запишите отношение M/R для звезды только через $T_ц$ и физические константы. (0,5 б.)

2.3. Используйте значение $T_ц$ из пункта 1.1 и найдите численное значение M/R для звезды. (0,5 б.)

2.4. Вычислите отношение $M_С/R_С$ для Солнца и убедитесь, что оно значительно меньше величины, полученной в пункте 2.3. (0,5 б.)

3. Оценка температуры в центре звезды на основе квантовой физики

Значительное несоответствие, обнаруженное в пункте 2.4, указывает, что классическая оценка для $T_ц$ неправильна. Это несоответствие удается устранить, если учесть квантовые эффекты. Они состоят в том, что протоны ведут себя как волны и отдельный протон локализуется на расстоянии порядка длины волны де Бройля для протонов λ_p. Поэтому, если расстояние максимального сближения протонов d оказывается близким к λ_p, протоны в квантовом смысле перекрываются и могут сливаться.

3.1. Полагая, что условие $d = \lambda_p/\sqrt{2}$ обеспечивает возможность синтеза, для протонов со скоростью v запишите выражение для $T_ц$, используя только физические постоянные. (1 б.)

3.2. Получите численное значение температуры $T_ц$, найденной в предыдущем пункте. (0,5 б.)

3.3. Используя значение $T_ц$, полученное в пункте 3.2, и формулу, полученную в пункте 2.2, определите численное значение отношения M/R для звезды. Убедитесь, что это значение достаточно близко к определенному отношению для Солнца. (0,5 б.)

Звезды главной последовательности удовлетворяют этому отношению в широком интервале масс. Следовательно, квантовая оценка температуры в центре Солнца правильна.

4. Отношение массы к радиусу для звезд

4.1. Покажите, что для любой звезды, в которой происходит синтез на основе водорода, отношение ее массы M к радиусу R есть постоянная величина, определяемая лишь физическими константами. Запишите выражение для M/R для звезд, в которых происходит синтез на основе водорода. (0,5 б.)

5. Масса и радиус самых маленьких звезд

Результат, полученный в пункте 4.1, предполагает, что если для звезд выполнено найденное соотношение, то они могут иметь любую массу. Это неверно. Газ внутри обычных звезд, в которых происходит синтез на основе водорода, ведет себя как идеальный. Это означает, что характерное расстояние *между электронами* d_e в среднем должно быть больше, чем длина волны де Бройля для электронов λ_e. Если электроны находятся ближе друг к другу, они оказываются в так называемом вырожденном состоянии, что приводит к иному поведению звезд. Заметьте, что электроны и протоны внутри звезды рассматриваются по-разному. Для протонов волны де Бройля должны перекрываться, чтобы начался синтез, а для электронов перекрытия не должно быть, чтобы их газ можно было считать идеальным.

Плотность звездного вещества возрастает с уменьшением расстояния до центра звезды. Тем не менее, для оценки по порядку величины можно считать, что его плотность постоянна. Можно также воспользоваться тем, что $m_p \gg m_e$.

5.1. Запишите уравнение для средней концентрации электронов в звезде n_e. (0,5 б.)

5.2. Запишите уравнение для характерного расстояния между электронами d_e внутри звезды. (0,5 б.)

5.3. Используя условие $d_e \geq \lambda_e/\sqrt{2}$, запишите выражение для наименьшего возможного радиуса обычной звезды. Считайте, что температура звезды равна температуре в ее центре. (1,5 б.)

5.4. Вычислите радиус наименьшей обычной звезды как выраженное в метрах, так и нормированное на радиус Солнца. (0,5 б.)

5.5. Вычислите массу наименьшей обычной звезды как в килограммах, так и в массах Солнца. (0,5 б.)

6. Синтез на основе ядер гелия в старых звездах

Когда звезды стареют, они сжигают почти весь водород, превращая его в гелий (He). Чтобы свечение продолжалось, в них должен осуществляться синтез более тяжелых элементов из гелия. В ядре гелия имеются два протона и два нейтрона, поэтому его заряд равен двум зарядам протона, а масса примерно в 4 раза больше, чем у протона.

6.1. Мы уже видели, что условие слияния двух протонов имеет вид $d = \lambda_p/\sqrt{2}$. Записав аналогичное условие для ядер гелия, найдите среднеквадратичную скорость ядер гелия $v(\text{He})$ и температуру $T(\text{He})$, необходимые для синтеза на основе гелия. (0,5 б.)

Полезные постоянные

Постоянная всемирного тяготения $G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}$ м$^3 \cdot$ кг$^{-1} \cdot$ с^2, постоянная Больцмана $k = 1{,}4 \cdot 10^{-23}$ Дж $\cdot$ К$^{-1}$, постоянная Планка $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ кг $\cdot$ м$^2 \cdot$ с, масса протона $m_p = 1{,}7 \cdot 10^{-27}$ кг, масса электрона $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг, элементарный электрический заряд $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, электрическая постоянная $\varepsilon_0 = 8{,}9 \cdot 10^{-12}$ Кл$^2 \cdot$ Н$^{-1} \cdot$ м$^{-2}$, радиус Солнца $R_С = 7{,}0 \cdot 10^8$ м, масса Солнца $M_С = 2{,}0 \cdot 10^{30}$ кг.

Публикацию подготовили С.Козел, В.Слободянин

Очередной набор в ОЛ ВЗМШ

Открытый лицей «Всероссийская заочная многопредметная школа» (ОЛ ВЗМШ) Российской академии образования, работающий при Московском государственном университете им. М.В.Ломоносова, в сорок шестой раз проводит набор учащихся.

ОЛ ВЗМШ – государственное учреждение дополнительного образования, причем не только для школьников. «ОТКРЫТЫЙ» – значит доступный для всех желающих пополнить свои знания в одной или нескольких из следующих областей науки: математика, биология, филология, физика, экономика, химия, правоведение, история, информатика (перечисление – в хронологическом порядке открытия отделений).

Сейчас ОЛ ВЗМШ совместно с другими научно-педагогическими учреждениями ведет исследовательские работы по разработке новых интерактивных технологий в образовании и переводу части своих учебно-методических комплексов на язык современных телекоммуникаций, в частности – по организации Интернет-отделения ОЛ ВЗМШ.

За время существования ВЗМШ удостоверения о ее окончании получили несколько сотен тысяч школьников и тысячи кружков – групп «Коллективный ученик ВЗМШ».

Обучение в школе ЗАОЧНОЕ, т.е. начиная с сентября–октября 2010 года все поступившие будут систематически получать специально разработанные для заочного обучения материалы, содержащие изложение теоретических вопросов, методов рассуждений, разнообразные задачи для самостоятельной работы, образцы решений задач, деловые игры, контрольные и практические задания.

Контрольные работы учащихся будут тщательно проверяться и рецензироваться преподавателями ВЗМШ – студентами, аспирантами, преподавателями и научными сотрудниками МГУ, а также других вузов и учреждений, где имеются филиалы школы. Многие из преподавателей в свое время сами закончили ВЗМШ и поэтому особенно хорошо понимают, как важно указать, помимо конкретных недочетов, пути ликвидации имеющихся пробелов в знаниях, порекомендовать дополнительную литературу, поругать за невнимательность и похвалить за заметный (а иногда – и за самый маленький) прогресс и трудолюбие.

Поступившие в ОЛ ВЗМШ смогут узнать об увлекательных вещах, часто остающихся за страницами школьного учебника, познакомиться с интересными нестандартными задачами и попробовать свои силы в их решении. Для многих станет откровением, что задачи бывают не только в математике, физике и химии, но и в биологии, филологии, экономике и других науках. Решение задач поможет прояснить, сделать интересными многие разделы, казавшиеся непонятными и скучными.

Одна из особенностей учебных программ и пособий ВЗМШ – в том, что они созданы действующими на переднем крае науки талантливыми учеными и опытными незаурядными педагогами. Недаром на X Всемирном конгрессе по математическому образованию, который прошел летом 2004 года в Дании, рассказ о 40-летней работе математического отделения ОЛ ВЗМШ вызвал неподдельный интерес и одобрение участников.

Чтобы успешно заниматься в заочной школе, вам придется научиться самостоятельно и продуктивно работать с книгой, грамотно, четко, коротко и ясно излагать свои мысли, а это, как известно, умеют далеко не все. Возможно, наша заочная школа поможет вам выбрать профессию, найти свое место в окружающем мире.

Все выполнившие программу ОЛ ВЗМШ получают дипломы. Хотя формальных преимуществ они не дают, приемные комиссии многих вузов учитывают, что обладатели этих удостоверений в течение продолжительного времени самоотверженно трудились над приобретением знаний, научились самостоятельно творчески работать, а это значит, что из них получатся хорошие студенты и, в дальнейшем, грамотные, вдумчивые, широко образованные специалисты.

Если у вас имеется такая возможность, вы будете частично общаться с нашей школой с помощью Интернета.

Для поступления в ОЛ ВЗМШ надо успешно выполнить вступительную контрольную работу. Приемную комиссию интересует, в первую очередь, ваше умение рассуждать, попытки (пусть поначалу не совсем удачные) самостоятельно мыслить и делать выводы. Преимуществом при поступлении пользуются проживающие в сельской местности, поселках и небольших городах, где нет крупных научных центров и учебных заведений и где получить дополнительное образование можно лишь заочно.

Решения задач вступительной работы надо написать на русском языке в обычной ученической тетради в клетку (на некоторые отделения – на открытке или на двойном тетрадном листе; см. ниже). Желающие поступить сразу на несколько отделений каждую работу присылают *в отдельной тетради.* На обложке тетради укажите: *фамилию, имя, отчество, год рождения, базовое образование* (сколько классов средней школы будет закончено *к сентябрю 2010 года), полный почтовый адрес* (с индексом), *откуда узнали об ОЛ ВЗМШ* (из «Кванта», от друзей, из афиш заочной школы и т.п.), *на какое отделение хотите поступить.*

Вступительные работы обратно не высылаются.

Без вступительной работы, только по заявлению, принимаются на индивидуальное обучение победители областных (краевых, республиканских) туров всероссийских олимпиад по соответствующим предметам, а также участники финальных туров этих олимпиад.

Учащиеся ОЛ ВЗМШ частично возмещают расходы на свое обучение. По просьбе тех, кто не в состоянии внести эту плату, ОЛ ВЗМШ готов обратиться в школу, в орган народного образования или к какому-либо спонсору с ходатайством об оплате этим благотворителем соответствующих расходов.

Помимо индивидуального обучения, на всех отделениях ВЗМШ, кроме биологического, имеется форма обучения «Коллективный ученик». Это группа учащихся, работающая под руководством преподавателя (школьного учителя, преподавателя вуза, студента или другого энтузиаста), как правило, по тем же пособиям и программам, что и индивидуально. *Прием в эти группы проводится до 15 октября 2010 года.* Для зачисления группы требуется заявление ее руководителя (с указанием его профессии и должности, со списком учащихся и сообщением о том, в каком классе они будут учиться с сентября 2010 года); заявление должно быть подписано руководителем группы, заверено и подписано руководителем учреждения, при котором будет работать группа. Работа с группами «Коллективный ученик» может оплачиваться школами как факультативные занятия.

Обо всех наших отделениях вы можете узнать на общешкольном сайте ОЛ ВЗМШ:

www.vzmsh.ru

На ваши вопросы мы ответим по электронной почте:

vzms@yandex.ru

На Северо-Западе России работает Заочная школа Ленинградского областного Министерства образования, созданная при Санкт-Петербургском государственном университете и имеющая отделения математики, биологии и химии.