

# Математическая олимпиада имени Леонарда Эйлера

По новому Положению о Всероссийской олимпиаде школьников ее региональный и заключительный этапы проводятся только для учащихся 9–11 классов. Более того, Центральный оргкомитет олимпиады не рекомендовал допускать восьмиклассников к участию в заключительном этапе олимпиады за 9 класс. Чтобы восполнить эти потери, группа организаций, работающих с математически одаренными школьниками, учредила и провела в 2008/09 учебном году для российских восьмиклассников математическую олимпиаду имени Леонарда Эйлера. Олимпиада проводилась также в Болгарии и Грузии. Для участников олимпиада была бесплатной: ее спонсировали АНОО «Вятский центр дополнительного образования» (Киров) и ООО «Компания Яндекс» (Москва), оказавшая олимпиаде также информационную поддержку. Полная информация об олимпиаде, включая задачи всех этапов с решениями, размещена в Интернете на сайте <http://www.matol.ru/>.

Олимпиада проходила в три этапа. Первый – дистанционный – состоялся в декабре и собрал более 3000 участников из 46 регионов России. Участвовать в нем могли все желающие восьмиклассники и учащиеся более младших классов. Этап включал 7 туров, проходивших в разное время дня и разные дни недели, чтобы каждый, независимо от часового пояса и смены, в которую он учится, мог выбрать удобное для участия время. Чтобы пройти на следующий, региональный этап, достаточно было показать хороший результат хотя бы в одном из туров. Свои работы участники сканировали и отправляли на проверку электронной почтой. Важнейшую роль в пропаганде новой олимпиады сыграли учителя и руководители кружков. Около 80 из них получили статус *доверенных лиц* ее Координационного совета с правом проводить туры дистанционного этапа для своих подопечных в очном режиме обычной олимпиады, а во многих случаях – и правом первичной проверки работ.

Региональный этап олимпиады проходил в 35 регионах России и собрал около 900 участников. Он был очным и проводился доверенными лицами Координационного совета. Кроме победителей дистанционного этапа сюда были приглашены лучшие участники ряда других математических соревнований: Турнира городов, окружных олимпиад и Математического праздника в Москве, муниципального



Обладатель диплома I степени Никита Косинов и члены жюри



Вручение диплома III степени Степану Комкову

этапа Всероссийской олимпиады в Санкт-Петербурге и ряде других регионов России, личных олимпиад Уральских турниров юных математиков, Кубка памяти А.Н. Колмогорова, Кировской летней многопредметной школы, олимпиад имени Е.Н.Анисимовой в Ижевске и имени Г.П.Кукина в Омске и некоторых других.

Региональный этап проводился по задачам, составленным Методической комиссией Всероссийской математической олимпиады. В ряде регионов России, где были сохранены официальные региональные олимпиады для восьмиклассников, эти олимпиады проводились по тем же задачам, и их результаты шли в зачет олимпиады имени Эйлера.

Заключительный этап прошел с 24 по 27 марта параллельно в Кирове, Москве, Омске и Санкт-Петербурге (участники распределялись между этими городами по территориальному признаку). По формату и уровню трудности варианта он соответствовал заключительному этапу Всероссийской олимпиады школьников. В нем приняли участие 209 школьников: 167 восьмиклассников, 39 семиклассников и 3 шестиклассника из Архангельской, Белгородской, Вологодской, Иркутской, Кировской, Костромской, Курганской, Ленинградской, Московской, Нижегородской, Новосибирской, Омской, Ростовской, Самарской, Саратовской, Свердловской, Тамбовской, Томской, Челябинской, Ульяновской, Ярославской областей, Камчатского, Краснодарского, Красноярского, Пермского краев, республик Башкортостан, Марий Эл, Тува, Татарстан, Саха (Якутия), Удмуртия, Чувашия, городов Москвы и Санкт-Петербурга, а также города Петропавловска республики Казахстан. В Кировском финале участвовали 66 школьников, Московском – 65, Омском – 45, Санкт-Петербургском – 33. Непростая задача согласования критериев оценки решений и награждения между четырьмя локальными жюри была своевременно и успешно решена с помощью электронной переписки и телефонных переговоров, и утром 27 марта на всех четырех локальных финалах было проведено награждение участников, показавших наиболее высокие результаты.

Абсолютным победителем олимпиады с результатом 55 баллов из 56 возможных стал семиклассник из ФМЛ 239 Санкт-Петербурга *Дмитрий Крачун*. Он награжден дипломом I степени и специальным дипломом за абсолютно лучший результат. Дипломами I степени награждены также 5 участников, показавших результаты в диапазоне от 39 до 43 баллов: *Ленар Исхаков* (Ижевск), *Никита Косинов* (Ульяновск), *Павел Осипов* (Томск), *Александр Калмынин* (Иркутск), *Николай Крохмаль* (Белгород). 124 лучших результата, показанных участниками финала, в том числе результаты всех победителей и призеров, опубликованы в Интернете по адресу

[http://www.matol.ru/3etap\\_res.xls](http://www.matol.ru/3etap_res.xls)

### ЗАДАЧИ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА

1. У реки живет племя Мумбо-Юмбо. Однажды со срочным известием в соседнее племя одновременно отправились молодой воин Мумбо и мудрый шаман Юмбо. Мумбо побежал со скоростью 11 км/ч к ближайшему хранилищу плотов и затем поплыл на плоту в соседнее племя. А Юмбо, не торопясь, со скоростью 6 км/ч, пошел к другому хранилищу плотов и поплыл в соседнее племя оттуда. В итоге Юмбо приплыл раньше, чем Мумбо. Река прямолинейна, плоты плывут со скоростью течения. Эта скорость всюду одинакова и выражается целым числом км/ч, не меньшим 6. Каково наибольшее возможное ее значение?

*М.Евдокимов, в редакции Л.Самойлова*

2. При всяком ли натуральном  $n$ , большем 2009, из дробей  $\frac{1}{n}, \frac{2}{n-1}, \frac{3}{n-2}, \dots, \frac{n-1}{2}, \frac{n}{1}$  можно выбрать две пары дробей с одинаковыми суммами?

*А.Шаповалов*

3. См. Задачу M2149 «Задачника «Кванта».

4. См. Задачу M2150 «Задачника «Кванта».

5. Можно ли вместо звездочек вставить в некотором порядке в выражение

$$\text{НОК}(*, *, *) - \text{НОК}(*, *, *) = 2009$$

шесть последовательных натуральных чисел так, чтобы равенство стало верным?

*Р.Женодаров*

6. В выпуклом четырехугольнике  $ABCD$  выполнены соотношения  $AB = BD$  и  $\angle ABD = \angle DBC$ . На диагонали  $BD$  нашлась точка  $K$  такая, что  $BK = BC$ . Докажите, что  $\angle KAD = \angle KCD$ .

*С.Берлов*

7. На столе лежит 10 кучек с 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и 10 орехами. Двое играющих берут по очереди по одному ореху. Игра заканчивается, когда на столе останется 3 ореха. Если это – три кучки по одному ореху, выигрывает тот, кто ходил вторым, иначе – его соперник. Кто из игроков может выигрывать, как бы ни играл соперник?

*И.Рубанов, А.Шаповалов*

8. На бесконечной ленте выписаны в ряд числа. Первой идет единица, а каждое следующее число получается из предыдущего прибавлением к нему наименьшей ненулевой цифры его десятичной записи. Сколько знаков в десятичной записи числа, стоящего в этом ряду на  $9 \cdot 1000^{1000}$ -м месте?

*И.Богданов*

*Публикацию подготовил И.Рубанов*

## Заключительный этап XXXV Всероссийской олимпиады школьников по математике

Как и в прошлом году, заключительный этап Всероссийской математической олимпиады прошел в конце апреля в городе-курорте Кисловодске. В олимпиаде приняли участие 60 девятиклассников, 83 десятиклассника и 77 учащихся 11 класса, представляющих 70 регионов России. Дипломы призеров олимпиады получили 76 школьников (8 – по параллели 9 класса, 28 – по параллели 10 класса и 40 – по параллели 11 класса), дипломами победителей были награждены 15 лучших участников (по 5 из каждой параллели). В связи с изменениями в организации Всероссийских олимпиад Федеральный окружной этап, проводившийся в течение многих лет, в 2009 году был отменен, поэтому к участию в заключительном этапе олимпиады допускались лишь победители регионального этапа олимпиады 2009 года, а также победители и призеры заключительного этапа олимпиады 2008 года. Такая схема отбора участников заключительного этапа несколько расширила географию олимпиады, однако не позволила приехать на главный математический форум страны многим ярким талантам (это отрази-

лось в основном на параллели 9 класса, в которой количество участников было на четверть меньше прошлогоднего, да и средние результаты выполнения заданий олимпиады оказались существенно ниже среднестатистических за последние годы).

Традиционными гостями олимпиады стали команды школьников из Болгарии и Китая. Наши зарубежные коллеги и соперники на международных олимпиадах подтвердили высокий уровень подготовки достойными результатами.

По решению жюри, было вручено несколько специальных индивидуальных призов. Призы за решение всех задач олимпиады получили девятиклассник Алексей Пахарев из Ульяновска, одиннадцатиклассник Глеб Ненашев из Санкт-Петербурга, а также выступавший в параллели 11 класса десятиклассник Виктор Омеляненко из Белгорода. Призами за изящное решение геометрических задач были награждены девятиклассник Никита Косинов (Ульяновск) и десятиклассник Максим Попов (Нижекамск).

Традиционный опрос показал, что в параллели 9 класса

участникам больше всего понравились задачи 7, 6 и 4, в параллели 10 класса – 2, 6 и 3, в параллели 11 класса – 6, 8 и 4. Семь из этих задач-лауреатов включены в «Задачник «Кванта»» прошлого номера.

Ниже приводятся условия задач и список дипломантов заключительного этапа XXXV Всероссийской олимпиады школьников по математике.

### ЗАДАЧИ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА

#### 9 класс

1. Знаменатели двух несократимых дробей равны 600 и 700. Найдите наименьшее возможное значение знаменателя их суммы (в несократимой записи).

*И. Богданов*

2. См. задачу M2141 «Задачника «Кванта»».

3. Дано натуральное  $n > 1$ . Число  $a > n^2$  таково, что среди чисел  $a + 1, a + 2, \dots, a + n$  есть кратные каждому из чисел  $n^2 + 1, n^2 + 2, \dots, n^2 + n$ . Докажите, что  $a > n^4 - n^3$ .

*А. Голованов*

4. См. задачу M2144 «Задачника «Кванта»».

5. Числа  $a, b$  и  $c$  таковы, что

$$(a+b)(b+c)(c+a) = abc,$$

$$(a^3 + b^3)(b^3 + c^3)(c^3 + a^3) = a^3 b^3 c^3.$$

Докажите, что  $abc = 0$ .

*С. Токарев*

6. См. задачу M2139 «Задачника «Кванта»».

7. См. задачу M2140 «Задачника «Кванта»».

8. Треугольники  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  имеют равные площади. Всегда ли можно построить при помощи циркуля и линейки треугольник  $A_2B_2C_2$ , равный треугольнику  $A_1B_1C_1$  и такой, что прямые  $AA_2, BB_2$  и  $CC_2$  будут параллельными?

*Д. Терёшин*

#### 10 класс

1. Найдите все такие натуральные  $n$ , что при некоторых отличных от нуля действительных числах  $a, b, c, d$  многочлен

$$(ax + b)^{1000} - (cx + d)^{1000}$$

после раскрытия скобок и приведения всех подобных слагаемых имеет ровно  $n$  ненулевых коэффициентов.

*В. Сендеров*

2. См. задачу 2 для 9 класса.

3. См. задачу M2142 «Задачника «Кванта»».

4. По кругу стоят 2009 целых неотрицательных чисел, не превышающих 100. Разрешается прибавить по 1 к двум соседним числам, причем с любыми двумя соседними числами эту операцию можно проделать не более  $k$  раз. При каком наименьшем  $k$  все числа гарантированно можно сделать равными?

*И. Богданов*

5. В бесконечной возрастающей последовательности натуральных чисел каждое делится хотя бы на одно из чисел 1005 и 1006, но ни одно не делится на 97. Кроме того, каждые два соседних числа отличаются не более чем на  $k$ . При каком наименьшем  $k$  такое возможно?

*А. Голованов*

6. См. задачу M2143 «Задачника «Кванта»».

7. Окружность с центром  $I$  касается сторон  $AB, BC, AC$  неравностороннего треугольника  $ABC$  в точках  $C_1, A_1, B_1$  соответственно. Окружности  $\omega_B$  и  $\omega_C$  вписаны в четырехугольники  $BA_1IC_1$  и  $CA_1IB_1$  соответственно. Докажите, что общая внутренняя касательная к  $\omega_B$  и  $\omega_C$ , отличная от  $IA_1$ , проходит через точку  $A$ .

*И. Богданов*

8. См. задачу M2145 «Задачника «Кванта»».

#### 11 класс

1. В стране некоторые пары городов соединены дорогами, которые не пересекаются вне городов. В каждом городе установлена табличка, на которой указана минимальная длина маршрута, выходящего из этого города и проходящего по всем остальным городам страны (маршрут может проходить по некоторым городам больше одного раза и не обязан возвращаться в исходный город). Докажите, что любые два числа на табличках отличаются не более чем в полтора раза.

*М. Мурашкин*

2. Последовательность  $a_1, a_2, \dots$  такова, что  $a_1 \in (1; 2)$  и  $a_{k+1} = a_k + \frac{k}{a_k}$  при любом натуральном  $k$ . Докажите, что в этой последовательности не может существовать более одной пары членов с целой суммой.

*А. Голованов*

3. В треугольной пирамиде  $ABCD$  все плоские углы при вершинах – не прямые, а точки пересечения высот в треугольниках  $ABC, ABD, ACD$  лежат на одной прямой. Докажите, что центр описанной сферы пирамиды лежит в плоскости, проходящей через середины ребер  $AB, AC, AD$ .

*И. Богданов*

4. На плоскости отмечены все точки с целыми координатами  $(x; y)$  такие, что  $x^2 + y^2 \leq 10^{10}$ . Двое играют в игру (ходят по очереди). Первым ходом первый игрок ставит фишку в какую-то отмеченную точку и стирает ее. Затем каждым очередным ходом игрок переносит фишку в какую-то другую отмеченную точку и стирает ее. При этом длины ходов должны все время увеличиваться; кроме того, запрещено делать ход из точки в симметричную ей относительно начала координат. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из играющих может обеспечить себе победу, как бы ни играл его соперник?

*И. Богданов*

5. Пусть  $1 < a \leq b \leq c$ . Докажите, что

$$\log_a b + \log_b c + \log_c a \leq \log_b a + \log_c b + \log_a c.$$

*Д. Терёшин*

6. В некоторых клетках доски  $10 \times 10$  поставили  $k$  ладей и затем отметили все клетки, которые бьет хотя бы одна ладья (считается, что ладья бьет клетку, на которой стоит). При каком наибольшем  $k$  может оказаться, что после удаления с доски любой ладьи хотя бы одна отмеченная клетка окажется не под боем?

*С. Берлов*

7. На сторонах  $AB$  и  $BC$  параллелограмма  $ABCD$  выбраны точки  $A_1$  и  $C_1$  соответственно. Отрезки  $AC_1$  и  $CA_1$  пересекаются в точке  $P$ . Описанные окружности треугольников  $AA_1P$  и  $CC_1P$  вторично пересекаются в точке  $Q$ , лежащей внутри треугольника  $ACD$ . Докажите, что  $\angle PDA = \angle QBA$ .

*Л. Емельянов*

8. См. задачу 8 для 10 класса.

## Дипломанты олимпиады

### Диплом победителя

**по 9 классам** получили

*Пахарев Алексей* – Ульяновск, гимназия 79,  
*Малясова Виктория* – Ростов-на-Дону, Экономический лицей  
14,  
*Егоров Дмитрий* – Санкт-Петербург, ФМЛ 239,  
*Крачун Дмитрий* – Санкт-Петербург, ФМЛ 239,  
*Мукосеева Екатерина* – Санкт-Петербург, ФМЛ 30;

**по 10 классам** –

*Бондаренко Михаил* – Санкт-Петербург, ФМЛ 239,  
*Ерохин Станислав* – Санкт-Петербург, ФМЛ 239,  
*Кушнир Андрей* – Иркутск, лицей 2,  
*Климовицкий Иосиф* – Санкт-Петербург, ФМЛ 239,  
*Попов Максим* – Нижнекамск, лицей-интернат 24;

**по 11 классам** –

*Ненашев Глеб* – Санкт-Петербург, ФМЛ 239,  
*Омельяненко Виктор* – Белгород, лицей 38,  
*Гусев Даниил* – Дзержинск, школа 2 с углубленным изуче-  
нием предметов физико-математического цикла,  
*Иванова Алина* – Казань, лицей им. Н.И.Лобачевского при  
КГУ,  
*Брагин Владимир* – Снежинск, гимназия 127.

### Диплом призера

**по 9 классам** получили

*Бурова Ольга* – Москва, лицей «Вторая школа»,  
*Сергиенко Ярослав* – Краснодар, НОУ ВПО «Институт  
современных технологий и экономики»,  
*Заводов Алексей* – Долгопрудный, ФМЛ 5,  
*Янушковский Владимир* – Москва, лицей «Вторая школа»,  
*Косинов Никита* – Ульяновск, многопрофильный лицей 20,  
*Титов Дмитрий* – Усть-Лабинск, школа 2,  
*Кунявский Павел* – Саратов, ФТЛ 1,  
*Цыбышев Алексей* – Самара, гимназия 1;

**по 10 классам** –

*Бернштейн Антон* – Новосибирск, гимназия 1,  
*Горбачева Ирина* – Краснодар, лицей 64,  
*Мокин Василий* – Саратов, ФТЛ 1,  
*Исаак Евгений* – Курган, школа 38,  
*Балицкий Алексей* – Железногорск, школа 11 с углубленным  
изучением отдельных предметов,  
*Горбань Степан* – Москва, СУНЦ МГУ,  
*Козачинский Александр* – Москва, лицей «Вторая школа»,  
*Бердников Александр* – Новосибирск, гимназия 1,  
*Бояров Игорь* – Тольятти, лицей 51,  
*Решетников Иван* – Долгопрудный, ФМЛ 5,  
*Меньщиков Андрей* – Курган, школа 38,  
*Пологова Анна* – Ижевск, ИЕГЛ «Школа-30»,  
*Степанов Борис* – Екатеринбург, гимназия 9,  
*Вотяков Александр* – Ижевск, ЭМЛ 29,  
*Мифтахов Азат* – Нижнекамск, лицей-интернат 24,  
*Стручкова Анна* – Якутск, лицей-интернат «Республикан-  
ский лицей»,  
*Ивлев Федор* – Москва, СУНЦ МГУ,  
*Куприянов Александр* – Ярославль, школа 33 им. К.Маркса  
с углубленным изучением математики,  
*Медведь Никита* – Москва, лицей «Вторая школа»,  
*Сербина Дарья* – Курган, гимназия 47,  
*Баглай Михаил* – Санкт-Петербург, лицей «ФТИШ»,  
*Глухов Евгений* – Кострома, лицей 17,

*Голова Анна* – Москва, СУНЦ МГУ,  
*Николаев Семен* – Москва, Центр образования «Пятьдесят  
седьмая школа»,  
*Печина Анна* – Долгопрудный, ФМЛ 5,  
*Самолук Сергей* – Томск, школа 41,  
*Ламтюгин Алексей* – Ульяновск, школа 21,  
*Лысенко Николай* – Москва, Центр образования «Пятьдесят  
седьмая школа»;

**по 11 классам** –

*Соколов Вячеслав* – Санкт-Петербург, гимназия 261,  
*Савенков Кирилл* – Санкт-Петербург, ФМЛ 239,  
*Матдинов Марсель* – Москва, СУНЦ МГУ,  
*Погорелов Дмитрий* – Нижний Новгород, лицей 165 имени  
65-летия ГАЗ,  
*Тыщук Константин* – Санкт-Петербург, ФМЛ 239,  
*Царьков Олег* – Москва, лицей «Вторая школа»,  
*Нечаев Станислав* – Иркутск, гимназия 25,  
*Шабалин Филипп* – Киров, КФМЛ,  
*Бершадский Ефим* – Москва, СУНЦ МГУ,  
*Аксенов Виталий* – Санкт-Петербург, ФМЛ 239,  
*Янушевич Леонид* – Москва, центр образования «Техноло-  
гии обучения»,  
*Антропов Александр* – Пермь, школа 146 с углубленным  
изучением математики, физики, информатики,  
*Гусев Антон* – Омск, лицей 64,  
*Кувшинов Алексей* – Ижевск, ЭМЛ 29,  
*Сиволобов Виталий* – Томск, лицей при Томском политех-  
ническом университете,  
*Ярославцев Иван* – Москва, СУНЦ МГУ,  
*Глюз Борис* – Майкоп, гимназия 22,  
*Калашник Анна* – Москва, СУНЦ МГУ,  
*Круль Ярослав* – Уфа, школа 42 с углубленным изучением  
отдельных предметов,  
*Нижибицкий Евгений* – Краснодар, школа 73,  
*Устинов Никита* – Санкт-Петербург, ФМЛ 239,  
*Кондакова Елизавета* – Москва, лицей «Воробьевы горы»,  
*Черкашин Данила* – Санкт-Петербург, лицей 533,  
*Адуенко Александр* – Брянск, гимназия 1,  
*Краснов Дмитрий* – Курганская обл., п. Заозерный, гимна-  
зия 19,  
*Лобастов Степан* – Киров, ФМЛ,  
*Лукьянец Евгений* – Санкт-Петербург, ФМЛ 239,  
*Орлов Олег* – Пермь, школа 146 с углубленным изучением  
математики, физики, информатики,  
*Попов Леонид* – Пермь, школа 146 с углубленным изучением  
математики, физики, информатики,  
*Сунгоркин Максим* – Чебоксары, лицей 3,  
*Гильман Михаил* – Санкт-Петербург, лицей 533,  
*Духов Кирилл* – Жуковский, гимназия 1,  
*Маянцев Кирилл* – Волгореченск, школа 3,  
*Никифоров Дьулустан* – Якутск, лицей-интернат «Респуб-  
ликанский лицей»,  
*Плосконосов Андрей* – Калуга, школа 6 им. А.С.Пушкина,  
*Рогуленко Сергей* – Саратов, ФТЛ 1,  
*Сочнев Сергей* – Майкоп, гимназия 22,  
*Шершнев Алексей* – Гатчина, лицей 3,  
*Кокурин Михаил* – Йошкар-Ола, школа 20,  
*Кольцов Иван* – Ярославль, школа 33 им. К.Маркса с  
углубленным изучением математики.

Публикацию подготовили *Н.Агаханов, И.Богданов,  
П.Кожевников, О.Подлипский, Д.Терёшин*

# Заключительный этап XLIII Всероссийской олимпиады школьников по физике

В этом году заключительный этап олимпиады по физике проходил в городе Жуковском Московской области на базе факультета аэромеханики и летательной техники Московского физико-технического института (ФАЛТ МФТИ). Основные хлопоты по приему гостей, их размещению и питанию, а также по организации культурной программы взял на себя Генеральный спонсор олимпиады – Центральный аэрогидродинамический институт (ЦАГИ).

Жюри олимпиады было сформировано из сотрудников научно-исследовательских институтов Российской академии наук (ИТЭФ, ФИАН, ЦАГИ), профессоров и преподавателей МФТИ, МГУ, НГУ, а также из представителей Центральной методической комиссии по физике и студентов Физтеха – победителей Международных физических олимпиад прошлых лет.

В соответствии с новым Положением об олимпиаде, в заключительном этапе могли участвовать как победители и призеры заключительного этапа прошлогодней олимпиады, так и победители регионального этапа *каждого* субъекта Российской Федерации (по одному представителю от параллели 9, 10 и 11 классов). Оставшиеся места были соответственно распределены между призерами региональных олимпиад.

Как обычно, олимпиада проходила в два тура – теоретический и экспериментальный. Вот некоторые справочные данные об участниках и дипломантах олимпиады:

Класс	Количество участников	Диплом призера	
		победителя	призера
9	48	5	16
10	90	7	29
11	86	7	23
Всего	224	19	68



Нина Кудряшова со своим учителем физики – Аполонским Александром Николаевичем. Они еще не знают, что через три месяца Нина завоюет серебряную медаль на Международной физической олимпиаде школьников



Одиннадцатиклассник Андрей Корольков из подмосковных Химок – победитель олимпиады

Ниже приводятся условия задач теоретического и экспериментального туров и список дипломантов олимпиады.

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР

9 класс

### Задача 1. Бревно на привязи

См. задачу Ф2138 из «Задачника «Кванта».

### Задача 2. Конфета на транспортере

Во время экскурсии на кондитерскую фабрику экспериментатор Глюк заметил, что скорость конфеты, попадающей из упаковочной машины под углом  $\alpha = 60^\circ$  на ленту транспортера (рис.1; вид сверху), сначала уменьшается, а потом увеличивается. Начальная скорость  $\vec{v}_0$  конфеты равна по модулю скорости  $u$  ленты транспортера и лежит в плоскости ленты. Чему равна скорость  $\vec{v}'_0$  конфеты относительно ленты транспортера сразу после попадания ее на ленту? Вычислите минимальную скорость  $v_{\min}$  конфеты относительно неподвижного Глюка.

В. Слободянин

### Задача 3. Двойной мост

См. задачу Ф2141 из «Задачника «Кванта».

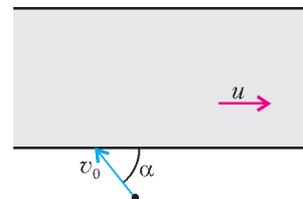


Рис. 1

**Задача 4. «Дозаправка» чайника**

Теоретик Баг решил попить чайку. Он взял теплоизолированный чайник, снабженный миниатюрным термометром, и включил его в электрическую сеть. Термометр показал температуру  $t_0 = 20^\circ\text{C}$ . Через время  $\tau_1 = 1$  мин, когда вода

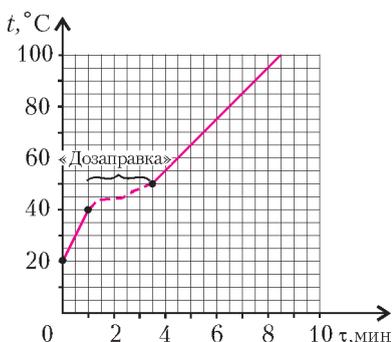


Рис. 2

нагрелась до температуры  $t_1 = 40^\circ\text{C}$ , он стал доливать в чайник воду. В момент  $\tau_2 = 3,5$  мин, когда температура воды достигла  $t_2 = 50^\circ\text{C}$ , Баг остановился. Еще через 5 мин вода закипела. На рисунке 2 приведен график изменения температуры воды в чайнике в ходе ее нагрева и «дозаправки». Какой была температура  $t_x$  доливаемой воды? Считайте, что вода быстро перемешивается, а термометр показывает текущее значение ее температуры.

А.Воронов

10 класс

**Задача 1. Шарик в лунке**

В горизонтальной плоской плите сделана полусферическая гладкая лунка радиусом  $R$  (рис.3). Маленький шарик массой  $m$  прикреплен с помощью легкой нерастяжимой нити длиной  $L = R$  к краю лунки (в точке  $A$ ). В начальный момент нить натянута, а шарик касается края лунки. Шарик отпускают, и он без начальной скорости начинает скользить вниз.

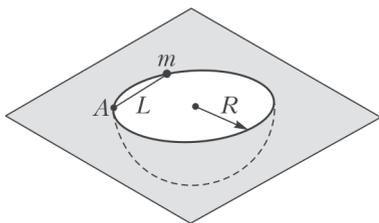


Рис. 3

Найдите силу натяжения нити  $T$  в момент прохождения шариком нижнего положения. Ускорение свободного падения  $g$ .

Д.Подлесный

**Задача 2. Преломленный луч**

Говорят, что в архиве Снеллиуса нашли чертеж оптической схемы (рис.4). От времени чернила выцвели, и на чертеже остались видны только падающий луч и три точки: правый фокус  $F$  тонкой линзы, точка  $A$ , в которой преломился падающий луч, и точка  $B$ , принадлежащая левой фокальной плоскости линзы. Восстановите по этим данным положение линзы и ее главной оптической оси и ход луча за линзой.

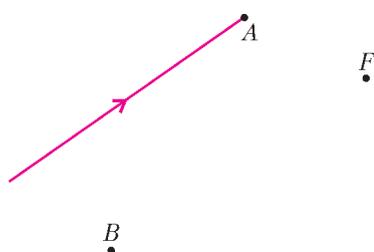


Рис. 4

Восстановите по этим данным положение линзы и ее главной оптической оси и ход луча за линзой.

В.Слободянин

**Задача 3. Столкновение астероидов**

См. задачу Ф2139 из «Задачника «Кванта».

**Задача 4. Нелинейная проводимость**

Некоторое вещество обладает нелинейной проводимостью. Удельное сопротивление  $\rho$  этого вещества зависит от напряженности  $E$  электрического поля по закону  $\rho = \rho_0 + AE^2$ , где  $\rho_0 = 1,0 \cdot 10^7$  Ом·м и  $A = 1,0 \cdot 10^{-3}$  Ом·м<sup>3</sup>/В<sup>2</sup>. Этим веществом заполнено все пространство между пластинами плоского конденсатора. Площадь пластин  $S = 1$  м<sup>2</sup>.

1) Через конденсатор течет ток. Найдите максимально возможное значение силы тока  $I_{\max}$ .

2) Предполагая, что расстояние между пластинами конденсатора равно  $d = 1$  см, определите максимальную тепловую мощность, которая может выделяться внутри конденсатора при изменении напряжения между пластинами. Постройте качественный график зависимости мощности  $P$  от напряжения  $U$ .

3) Пусть теперь напряжение на конденсаторе постоянно и равно  $U_1 = 2,0 \cdot 10^3$  В. Какая максимальная мощность может выделяться внутри конденсатора, если изменять расстояние между пластинами? При каком значении  $d = d_1$  достигается максимальная мощность? Предполагается, что конденсатор полностью заполнен веществом при любых значениях  $d$ . Постройте качественный график зависимости выделяемой мощности  $P$  от расстояния  $d$  между пластинами.

С.Козел, В.Слободянин

**Задача 5. Потерянные оси**

См. задачу Ф2140 из «Задачника «Кванта».

11 класс

**Задача 1. Головокружительный аттракцион**

В головокружительном аттракционе человек массой  $m = 70$  кг прыгает с платформы вниз в озеро. К ногам человека привязан конец резинового жгута некоторой длины  $L$  и жесткости  $k$ . Другой конец жгута прикреплен к платформе. У поверхности воды, пролетев расстояние  $h = 90$  м, человек должен иметь нулевую скорость и ускорение  $a_0 = 2g$ . Считайте, что  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>, а жгут подчиняется закону Гука. Размерами человека, сопротивлением воздуха и другими потерями энергии можно пренебречь. Определите:

- длину  $L$  нерастянутого жгута и его жесткость  $k$ ;
- удлинение жгута в положении равновесия (после затухания колебаний);
- максимальную скорость  $v_{\max}$  падения человека;
- амплитуду  $A$  и частоту  $\omega$  гармонических колебаний человека на жгуте;
- время  $\tau$  падения человека до поверхности воды.

**Внимание!** От точности ваших расчетов возможно будет зависеть жизнь человека!

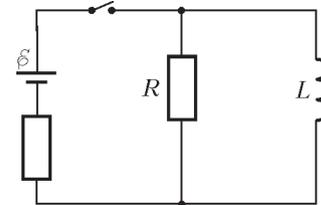
К.Захарченко

**Задача 2. Электрическая схема с индуктивностью**

В схеме на рисунке 5 параметры всех элементов заданы. В начальном состоянии, когда ключ был разомкнут, ток в цепи, содержащей катушку индуктивностью  $L$ , отсутствовал. Ключ замыкают на некоторое время, а затем снова размыкают. Известно, что за время, пока ключ был замкнут, через катушку протек заряд  $q_0$ . За все время после размыкания ключа в схеме выделилось количество теплоты  $Q_0$ . Предполагая идеальными все элементы цепи, определите:

- силу тока  $I_0$ , протекающего через катушку непосредственно перед размыканием ключа;
- заряд  $q_1$ , протекший через резистор сопротивлением  $R$  за время, пока ключ был замкнут;
- заряд  $q_2$ , протекший через резистор после того, как ключ был разомкнут;
- работу  $A$ , совершаемую источником постоянного тока в течение всего процесса;

Рис. 5



5) количество теплоты  $Q$ , выделившееся в схеме, пока ключ был замкнут.

*Указание.* Найдите связь между зарядом, протекшим через резистор, и изменением магнитного потока через катушку.

*А.Шеронов*

### Задача 3. Теплообмен с окружающей средой

В сосуд, содержащий смесь воды и льда, в момент времени  $\tau = 0$  опустили нагреватель мощностью  $P_0 = 440$  Вт. На рисунке 6 представлена зависимость температуры  $t$  смеси от времени  $\tau$ . Известно, что мощность  $P_T$  тепловых потерь пропорциональна разности температур  $\Delta t = t - t_0$ , где  $t_0$  — температура окружающей среды. При расчетах вы можете принять  $t_0 = 0$  °С и, следовательно,  $P_T = \alpha t$ , где  $\alpha$  — постоянный коэффициент, не зависящий от температуры. Используя приведенный график зависимости  $t(\tau)$ , найдите:

- 1) начальную массу льда  $m_{\text{л}}$  в смеси;
- 2) общую массу  $M$  содержимого сосуда;
- 3) коэффициент пропорциональности  $\alpha$ ;
- 4) максимальную мощность нагревателя  $P_{\text{max}}$ , при которой вода никогда не закипит;
- 5) время  $\tau_1$  от начала таяния льда, в течение которого вода в сосуде закипит, если мощность нагревателя  $P_1 = 300$  Вт.

Удельная теплоемкость воды  $c_{\text{в}} = 4200$  Дж/(кг·К), удельная теплота плавления льда  $\lambda = 3,2 \cdot 10^5$  Дж/кг.

*С.Козел*

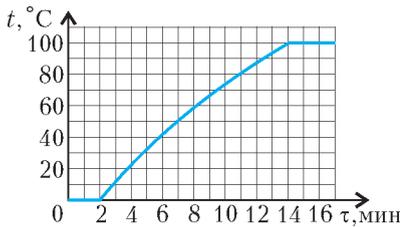


Рис. 6

### Задача 4. Задача Кельвина

Говорят, что в архиве лорда Кельвина нашли график циклического процесса, совершенного над одним моле идеального одноатомного газа (рис.7). Со временем чернила выцвели, и от координатных осей  $T$  (температура) и  $V$  (объем) не осталось и следа. Из пояснений к тексту следовало, что в точке  $A$  температура 400 К, объем 4 л, давление газа минимально, а начало координат находится в нижней части рисунка. Там же был указан масштаб по осям.

Рис. 7

- 1) Восстановите построением положение осей  $T$  и  $V$ .
- 2) Найдите максимальное давление газа в этом процессе.

*Г.Тарнопольский*

### Задача 5. Задача с двумя линзами

На экспериментальном туре физической олимпиады участникам было предложено определить фокусные расстояния двух тонких собирающих линз, расположенных в торцах полого цилиндра длиной  $L = 20,0$  см (рис.8). Один из

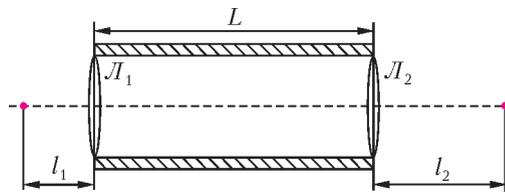


Рис. 8

участников, Вася Зазнайкин, аккуратно выполнил эксперименты и получил следующие результаты: а) если слева от левого торца цилиндра на его оси на расстоянии  $l_1 = 5,0$  см расположить точечный источник света, то после прохождения через систему свет выходит из правого торца параллельным пучком; б) если на левый торец послать параллельный пучок света, то справа от правого торца на расстоянии  $l_2 = 10,0$  см лучи сходятся в одну точку, лежащую на оси цилиндра. Однако рассчитать по этим экспериментальным данным фокусные расстояния  $F_1$  и  $F_2$  обеих линз Зазнайкин не смог. Помогите бедному Васе.

*С.Козел*

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ ТУР

9 класс

### Задача 1. Исследование стекла

*Оборудование:* стеклянная бутылка; кусочки стекла; пластиковый сосуд; мерный цилиндр; пластиковый стаканчик; пенопластовая крышка; термометр; секундомер; полоска скотча; горячая и холодная вода (по требованию); поднос и салфетки для поддержания в чистоте рабочего места.

1) Определите плотность  $\rho$  стекла, из которого сделана бутылка.

2) Определите суммарную теплоемкость  $C$  кусочков стекла.

*Указание.* Для определения теплоемкости стекла исследуйте зависимость температуры содержимого пластмассового стакана от времени и постройте графики этих зависимостей. Выведите формулу для расчета теплоемкости стекла по результатам этих исследований. Считайте, что мощность тепловых потерь пропорциональна разности температур между содержимым стакана и комнатной температурой.

3) Считая, что плотность кусочков стекла равна плотности бутылочного стекла, определите удельную теплоемкость  $c$  стекла.

*Примечание.* Плотность воды  $\rho_0 = 1000$  кг/м<sup>3</sup>, удельная теплоемкость воды  $c_0 = 4200$  Дж/(кг·°С). При работе с горячей водой будьте предельно аккуратны! При измерении температуры придерживайте термометры рукой, чтобы не разбить их.

*А.Шеронов, М.Осин*

### Задача 2. Ураган

*Оборудование:* электрическая цепь с вентилятором известной массы  $M$  (масса указана на корпусе вентилятора); мультиметр в режимах вольтметра и омметра; штатив с муфтой и лапкой; две линейки; канцелярский зажим; зажим «крокодил»; две тонкие проволоки.

Измерьте КПД  $\eta$  вентилятора. Исследуйте зависимость КПД от подаваемого на вентилятор напряжения  $U$ . Вентилятор включен в электрическую цепь, приведенную на рисунке 9. Для соединения контакта 5 с контактами 1, 2, 3 и 4 используйте зажим «крокодил». Представьте свои результаты в виде таблицы.

*Примечание.* Согласно второму закону Ньютона, если на тело действует постоянная сила  $F$ , то изменение импульса тела  $\Delta p$  за время  $\Delta t$  равно импульсу силы:  $\Delta p = F\Delta t$ .

*Указание.* Считайте, что при заданном напряжении  $U$  скорость  $v$  потока воздуха постоянна по всему сечению потока, идущего от лопастей, а в центральной части она

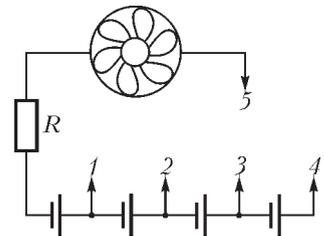


Рис. 9

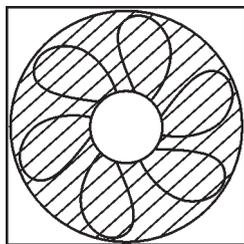


Рис. 10

равна нулю (рис. 10). Полезной мощностью вентилятора считайте кинетическую энергию, передаваемую воздуху за единицу времени. Плотность воздуха  $\rho = 1,29 \text{ кг/м}^3$ . Заряжать батарейки запрещено! Разряженные батарейки не заменяются!

М. Осин

10 класс

### Задача 1. «Звездный ящик»

**Оборудование:** «черный ящик» с тремя выводами; мультиметр в режиме вольтметра; мультиметр в режиме амперметра; соединительная колодка; отвертка; батарейка; два провода; резистор переменного сопротивления.

Внутри «черного ящика» находятся 3 элемента, соединенные «звездой» (рис. 11). Убедитесь в линейности этих элементов, построив для каждого элемента его вольт-амперную характеристику (не менее 10 точек). Определите параметр  $R_i = \Delta U_i / \Delta I_i$  для каждого из них. В состав одного из элементов включен источник постоянного тока. Определите номер этого элемента и ЭДС  $\mathcal{E}$  источника.

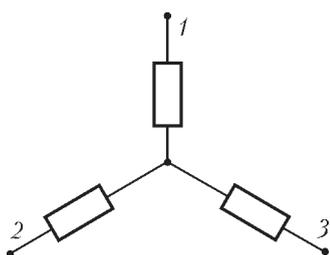


Рис. 11

**Примечание.** Напряжение выданной батарейки должно превышать 1 В. Будьте предельно аккуратны с ящиками – не переворачивайте и не трясите их. В случае, если между любыми двумя выводами неподключенного «черного ящика» напряжение превышает 4 В, следует обязательно обратиться к дежурным для проверки ящика.

А. Кобякин

### Задача 2. Ураган в трубе

**Оборудование:** вентилятор известной массы  $M$  и шарик для настольного тенниса известной массы  $m$  (массы указаны на вентиляторе и шарике соответственно); регулируемый источник постоянного тока; два мультиметра; две линейки; канцелярский зажим; штатив; соединительные провода и тонкая проволока; нитки; бумажная труба; ножницы и скотч (по требованию).

1) См. задачу 2 для 9 класса.

2) Поставьте вентилятор вплотную к одному из концов выданной вам бумажной трубы. Поток воздуха должен быть направлен внутрь трубы. Вблизи другого конца трубы на ее

оси симметрии расположите теннисный шарик. Найдите силу  $F$ , действующую на шарик, помещенный в поток воздуха, выходящий из трубы. Полагая  $F = Av^2$ , определите коэффициент  $A$ . Считайте, что скорость воздуха на выходе из трубы равна скорости воздуха, создаваемой вентилятором.

М. Осин

11 класс

### Задача 1. Формула Герца

**Оборудование:** два стальных шарика; тонкая медная проволока без изоляции; бумажный транспортир; три деревянные линейки; конденсатор известной емкости  $C = 20 \text{ мкФ}$ ; резистор с известным сопротивлением  $R = 68 \text{ Ом}$ ; батарейка; две кнопки; соединительные провода; мультиметр в режиме вольтметра с внутренним сопротивлением  $R_V = 1,0 \text{ МОм}$ , последовательно соединенный с резистором сопротивлением  $r_V$  (номинальное значение написано на рабочем месте); шесть клеммных колодок; отвертка; два провода с зажимами «крокодил»; скотч.

Подвесьте шарики на бифиллярных подвесах (рис. 12). Исследуйте, как зависит время соударения  $\tau$  двух одинаковых стальных шариков от их относительной скорости  $v$ , предполагая, что оно удовлетворяет зависимости  $\tau = Bv^\alpha$ . Определите показатель степени  $\alpha$ . По полученным данным определите время соударения  $\tau_1$  при относительной скорости  $v_1 = 10 \text{ м/с}$ . Проведите измерения для не менее чем семи различных относительных скоростей шариков. Погрешность измерения времени для каждого значения скорости не должна превышать 20%.

**Указание.** Если незаряженный конденсатор большой емкости заряжается в течение небольшого промежутка времени и напряжение на нем достаточно мало, так что ток зарядки  $I_C$  практически не меняется, то справедливо соотношение

$$I_C = \frac{dq_C}{dt} \approx \frac{\Delta q_C}{\Delta t} = \frac{q_C}{t}.$$

Е. Богер

### Задача 2. Колебания линейки

**Оборудование:** прикрепленная к столу металлическая линейка; длинная деревянная линейка; канцелярский зажим; шарики из бумаги; штатив.

Постройте таблицу зависимости круговой частоты  $\omega$  колебаний свободного конца металлической линейки от длины  $L$  ее свободного конца в диапазоне от 10 см до 20 см с шагом 2 см.

В. Слободянин

## Дипломанты олимпиады

### Диплом победителя

по 9 классам получили

Паньков Александр – Пермь, школа 9 им. А.С.Пушкина,  
Бегун Александр – Владивосток, школа 35,  
Арзамасский Лев – Калининград, лицей 23,  
Паринов Даниил – Воронеж, гимназия 9,  
Виноградов Константин – Ярославль, школа 33 им. К.Маркса;

по 10 классам –

Карелина Любовь – Екатеринбург, гимназия 9,

Горностаев Дмитрий – с. Шокша (Республика Мордовия), Шокшинская школа,  
Кононов Яков – Улан-Удэ, Российская гимназия 59,  
Антоненко Диниш – Ростов-на-Дону, Естественно-научный лицей 11,  
Тарасов Артем – Киров, ФМЛ,  
Ковалев Кирилл – Ярославль, школа 33 им. К.Маркса,  
Фролов Федор – Вологда, Вологодский многопрофильный лицей;

по 11 классам –

Корольков Андрей – Химки, лицей 11,

*Григорьевых Данил* – Ижевск, Экономико-математический лицей 29,  
*Алюшин Алексей* – Москва, СУНГ МГУ,  
*Толмачев Лев* – Москва, школа 192,  
*Кудряшова Нина* – Бийск, Бийский лицей Алтайского края,  
*Соболев Антон* – Санкт-Петербург, лицей «ФТШ»,  
*Землянов Владислав* – Урай, гимназия.

### **Диплом призера**

#### **по 9 классам** получили

*Шуранов Дмитрий* – Уфа, гимназия 3 им. А.М.Горького,  
*Чурилов Антон* – Ефремов, Ефремовский физико-математический лицей,  
*Заночкин Андрей* – Саров, лицей 15,  
*Акинъчиков Алексей* – Великий Новгород, школа 23,  
*Никитенков Павел* – Смоленск, гимназия им. Н.М.Пржевальского,  
*Бубис Антон* – Татарстан, ФМЛ 131,  
*Шель Егор* – Тюмень, школа 29,  
*Головешкин Александр* – Москва, лицей 1303,  
*Прокофьев Вадим* – Рязань, школа 3,  
*Дехтяренко Ярослав* – Брянск, школа 41,  
*Лучников Илья* – Киров, школа 21,  
*Гамов Артемий* – Саров, лицей 15,  
*Богданов Святослав* – Санкт-Петербург, ФМЛ 239,  
*Шумаков Антон* – Омск, гимназия 117,  
*Цыбров Федор* – Республика Коми, гимназия,  
*Ионов Андрей* – Москва, Центр образования «Пятьдесят седьмая школа»;

#### **по 10 классам** –

*Николаев Егор* – Республика Марий Эл, Политехнический лицей-интернат,  
*Алексеев Алексей* – Бийск, Бийский лицей Алтайского края,  
*Стройнов Евгений* – Москва, СУНЦ МГУ,  
*Байнев Виталий* – Саранск, лицей 43,  
*Качалов Вячеслав* – Москва, школа-интернат «Интеллектуал»,  
*Коновалов Александр* – Долгопрудный, лицей 5 «Физмат»,  
*Лавров Петр* – Пермь, школа 146,  
*Анашкин Виктор* – Бийск, Бийский лицей Алтайского края,  
*Казеев Никита* – Санкт-Петербург, лицей «ФТШ»,  
*Давыдов Иван* – Санкт-Петербург, лицей «ФТШ»,  
*Старичков Никита* – Калуга, школа 46,  
*Артамонов Дмитрий* – Саров, лицей 15,  
*Садков Виктор* – Саратов, ФТЛ 1,  
*Светогоров Александр* – Калуга, гимназия,

*Разумов Дмитрий* – Нижний Новгород, лицей 40,  
*Костин Петр* – Белгород, лицей 38,  
*Офенгейм Дмитрий* – Санкт-Петербург, лицей «ФТШ»,  
*Курочкин Никита* – Чебоксары, лицей 3,  
*Попов Федор* – Пермь, школа 146,  
*Ким Александр* – Республика Саха (Якутия), Республиканский лицей,  
*Рыков Андрей* – Снежинск, гимназия 127,  
*Шустикова Анна* – Заречный, лицей 230,  
*Маргаритов Артемий* – Ярославль, школа 33 им. К.Маркса,  
*Бебех Илья* – Республика Коми, Республиканский физико-математический лицей-интернат,  
*Первощиков Денис* – Киров, школа 21,  
*Томас Павел* – Новосибирск, лицей 130 им. М.А.Лаврентьева,  
*Белянчиков Михаил* – Междуреченск, гимназия 20,  
*Смирнов Николай* – Новосибирск, гимназия 3,  
*Комендатян Андрей* – Самара, ФМШ;

#### **по 11 классам** –

*Кравчук Петр* – Санкт-Петербург, лицей «ФТШ»,  
*Усманова Динара* – Миасс, лицей 6,  
*Светкин Михаил* – Москва, СУНЦ МГУ,  
*Костарев Илья* – Санкт-Петербург, лицей 533,  
*Цымбалов Иван* – Тверь, лицей 35 ОАО «РЖД»,  
*Фадеев Алексей* – Новочебоксарск, лицей 18,  
*Старков Григорий* – Ноябрьск, школа 7,  
*Обидина Яна* – Оренбург, гимназия 3,  
*Казеев Александр* – Петропавловск-Камчатский, школа 33,  
*Берсенева Никита* – Москва, Центр образования 1925,  
*Трегубов Дмитрий* – Киров, ФМЛ,  
*Сафошкин Алексей* – Рязань, гимназия 2 им. И.П.Павлова,  
*Бычин Андрей* – Бийск, Бийский лицей Алтайского края,  
*Михайлова Анастасия* – Оренбург, гимназия 3,  
*Власюк Александр* – Новосибирск, СУНЦ НГУ,  
*Левдик Павел* – Челябинск, лицей 39,  
*Либерзон Даниил* – Киров, ФМЛ,  
*Дорошенко Андрей* – Омск, лицей 92,  
*Дубов Александр* – Вологда, Вологодский многопрофильный лицей,  
*Киян Сергей* – Тамбов, лицей 14,  
*Кузнецов Иван* – Москва, СУНЦ МГУ,  
*Лисицкий Дмитрий* – Белорецк, Компьютерная школа,  
*Матросов Михаил* – Нововоронеж, школа 2.

Публикацию подготовили С.Козел, В.Слободянин

## **ПРОГУЛКИ С ФИЗИКОЙ**

### **В горах тела весят больше или меньше?**

(Начало см. на 4-й странице обложки)

... В горах плотность воздуха, а вместе с ней и сила Архимеда, может значительно уменьшаться. Довольно простые расчеты (выполните их сами) показывают, что вес тел плотностью, например,  $1/3$  плотности воды не

падает, а растет с подъемом на высоту. Так, вес пенопласта, плотность которого около  $50 \text{ кг/м}^3$ , увеличивается, когда вы поднимаетесь в горы. Конечно, для кирпича, гири и человека вывод, сделанный в большинстве учебников, остается верным.

К.Богданов

# Московская студенческая олимпиада по физике 2009 года

24 мая в Московском государственном техническом университете (МГТУ) им. Н.Э. Баумана прошла очередная Московская городская олимпиада по физике среди студентов технических вузов. В олимпиаде приняли участие 75 студентов из 8 вузов Москвы.

По результатам командного зачета первое место заняла команда МГТУ им. Н.Э.Баумана, набравшая 155 баллов, второе место заняла команда Московского государственного института стали и сплавов (МИСиС) (129 баллов), третье место – команда Московского государственного института электронной техники (80 баллов).

В личном зачете первое место завоевал И.Иванов из МГТУ им. Н.Э.Баумана, набравший 50 баллов, второе место завоевал А.Вятских (МГТУ им. Н.Э.Баумана, 46 баллов), третье место – П.Карпов (МИСиС, 31 балл).

## ЗАДАЧИ ОЛИМПИАДЫ

1. Определите минимальный радиус кривизны траектории автомобиля массой  $m$  при максимально быстром повороте его на  $90^\circ$  градусов, если скорость до и после поворота равна  $v$ . Поворот происходит на пределе сцепляемости колес с дорогой, максимальная сила трения равна  $F$ .

2. Доска массой  $m$  своими концами опирается на цилиндр радиусом  $R$  и на катушку по внутреннему радиусу  $r_1$ , которые лежат на горизонтальной поверхности так, что оси их горизонтальны и параллельны друг другу. Оси катушки и цилиндра связаны жесткими поводками. Коэффициент трения между доской, цилиндром и катушкой равен 1, проскальзывание между катушкой, цилиндром и горизонтальной поверхностью отсутствует. Какую силу необходимо приложить к доске, чтобы сдвинуть ее с места, если внешний радиус катушки  $r_2$  и  $2R = r_1 + r_2$ ?

3. Планетная система состоит из двух планет одинаковой массы, расстояние между которыми  $l$ , вращающихся относительно их общего центра масс. Определите радиус круговой стационарной орбиты космического аппарата в этой системе.

4. Тепловая машина работает по циклу Карно, забирая тепло от нагревателя с температурой  $T_1$  и отдавая тепло

холодильнику с температурой  $T_2$ . Определите работу, получаемую в каждом цикле, если приращение энтропии в каждом цикле при теплообмене  $\Delta S$ , а КПД машины  $\eta$ .

5. Определите напряженность электрического поля в точке, находящейся на оси  $Z$  с координатой  $z = a$ , если часть плоскости  $XY$  между ветвями гиперболы  $x^2 - y^2 = a^2$  заряжена с поверхностной плотностью электрического заряда  $\sigma$ .

6. Определите поток вектора индукции магнитного поля через боковые поверхности двух одинаковых плоских контуров с током  $I$ , намотанных в виде однослойной спирали с внутренним диаметром  $R$ , внешним диаметром  $2R$  и большим числом витков  $N$ . Контур соосны, расстояние между ними  $\delta \ll R$ , а токи в них текут в противоположных направлениях.

7. Тонкостенный длинный цилиндр толщиной  $d$ , радиусом  $R$  и длиной  $L$  выполнен из материала с электропроводностью  $\sigma$  и концентрацией электронов  $n$  и вращается вокруг собственной оси с угловой скоростью  $\omega$  в магнитном поле. Индукция магнитного поля во всех точках перпендикулярна поверхности цилиндра и равна  $B$ . К концам цилиндра посредством скользящих контактов приложена разность потенциалов  $U$ . Определите ток вдоль оси цилиндра.

8. Тонкостенный длинный проводящий цилиндр толщиной  $\delta$ , радиусом  $R$  и длиной  $L$  находится в однородном электрическом поле с напряженностью  $E$ , перпендикулярной его оси. Цилиндр вращается относительно собственной оси с угловой скоростью  $\omega$ . Определите момент сил, прикладываемых к цилиндру для поддержания вращения с постоянной угловой скоростью, если коэффициент электропроводности проводника  $\gamma$ .

9. В нашем распоряжении осталась только периферийная часть зонной пластинки, про которую вам больше ничего не известно. Если осветить пластинку параллельным пучком света с длиной волны  $\lambda$ , то пучок отклонится на угол  $\alpha$  и сфокусируется в точке на расстоянии  $l$  от пластинки. Что произойдет, если осветить пластинку пучком света с длиной волны  $\Lambda$ ?

*Публикацию подготовили В.Голубев, М.Яковлев*

## Сохранение полной энергии ...

*(Начало см. на с. 45)*

### Упражнения

1. В вертикальном теплоизолированном цилиндре под поршнем находится некоторое количество гелия при температуре 200 К. Над поршнем сначала удерживают груз так, что он едва касается поверхности поршня, а затем отпускают. Какой станет температура (в кельвинах) газа после установления равновесия? Масса груза равна половине массы поршня. Трением и теплообменом пренебречь, над поршнем газа нет.

2. В вертикальном теплоизолированном цилиндре под поршнем находится некоторое количество гелия. На поршне лежит груз с массой, равной массе поршня. Груз мгновенно убирают и ждут прихода системы к равновесию. На сколько процентов увеличится высота, на которой находится поршень? Над поршнем газа нет. Считать, что за время движения поршня газ не успевает обменяться теплом с поршнем и цилиндром.

3. В вертикальном теплоизолированном цилиндре под поршнем

находится некоторое количество гелия при температуре 200 К. Над поршнем сначала удерживают груз так, что он едва касается поверхности поршня, а затем отпускают. После установления равновесия груз мгновенно удаляют с поршня. Найдите температуру газа после того, как система снова придет в равновесие. Масса груза равна массе поршня. Трением и теплообменом пренебречь, над поршнем газа нет.

4. В вертикальном теплоизолированном цилиндре под поршнем находится некоторое количество гелия при температуре 300 К. Температуру быстро (так, что поршень не успевает сдвинуться с места) повышают до 350 К. На сколько процентов увеличится высота поршня над дном цилиндра после прихода системы к равновесию? Над поршнем газа нет.

5. В теплоизолированном цилиндре под невесомым поршнем находится идеальный одноатомный газ. Вначале поршень закреплен и соединен с дном цилиндра недеформированной пружиной. После того, как поршень освободили и система пришла в равновесие, объем газа увеличился в 4 раза. Во сколько раз при этом уменьшилось его давление? Трением и теплообменом пренебречь, над поршнем газа нет.