

КАЛЕЙДОСКОП «КВАНТА»

...если у вас имеется плоская поверхность, совершенно гладкая, как зеркало, а из вещества твердого, как сталь, не параллельная горизонту, но несколько наклонная, и если вы положите на нее совершенно круглый шар из вещества тяжелого и весьма твердого, например из бронзы, то что, думаете вы, он станет делать, будучи предоставлен самому себе?

...повторяя опыты сотни раз, мы постоянно находили, что отношение пройденных путей равно отношению квадратов времен их прохождения при всех наклонах плоскости...

Степени скорости, приобретаемые одним и тем же телом при движении по разным наклонным плоскостям, равны между собой, если высоты этих наклонных плоскостей одинаковы...

Тела, опускающиеся по дугам, соответствующим хор-

дам, наклоненным к горизонту..., совершают движение, как показывает опыт, также в равные промежутки времени и притом меньшие, нежели движение по хордам.

Галилео Галилей

...тело, падающее по наклонной плоскости, ... движется несвободно, так как находящаяся внизу плоскость... препятствует телу падать прямо, как этого требует сила тяжести.

Леонард Эйлер

Силы, возникающие при движении частицы вниз по склону под действием тяжести, весьма и весьма запутаны...

Ричард Фейнман

А так ли хорошо знакома вам наклонная плоскость?

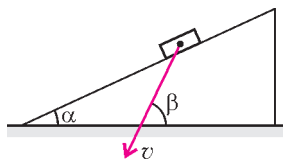
Что собой представляет наклонная плоскость — объект наблюдений, прибор для проведения опытов, простой механизм? И то, и другое, и третье — потому и стала персонажем «Калейдоскопа», тем более что открытие основополагающих законов механики трудно представить без ее участия. Великий Галилей, с которого и началось современное естествознание, сумел сделать ее надежным помощником в своих экспериментах и выводах, о чем можно судить по числу упоминаний о ней в его трудах, что лишь малой частью отражено в эпиграфе.

Конечно, наклонные плоскости применяли еще строители египетских пирамид, поднимая с их помощью каменные блоки массой в две с половиной тонны на высоту в полтора метра. Но эти плоскости — неотъемлемая часть и сегодняшней нашей жизни. Принцип их действия используется в любом винтовом устройстве, начиная от шурупов и кончая навинчиваемыми крышками банок и бутылок. А как обойтись без знаний о наклонных плоскостях при строительстве автомобильных и железных дорог, в особенности на пересеченной или горной местности, при проектировании фуникулеров и эскалаторов, при прокладке горнолыжных спусков и возведении трамплинов, при организации аттракционов или оборудовании пандусов для инвалидов, при исследовании сползания ледников и схода лавин?..

Множество примеров лишь подтверждают важность обращения к этому простому механизму, «простота» которого, по мнению Фейнмана, не так очевидна, как кажется, в чем мы призываем убедиться и вас.

Вопросы и задачи

1. Скорость монеты, соскальзывающей с клина, изображена на рисунке. Графическим построением найдите скорость клина.

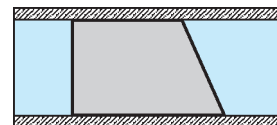


2. Из верхней точки вертикального диска прорезан желоб, составляющий угол α с вертикальным диаметром диска. Как зависит вре-

мя скольжения грузика по желобу от угла α , если трением можно пренебречь?

3. Под каким углом к вертикали должен быть направлен из точки, находящейся над наклонной плоскостью, гладкий желоб, чтобы шарик соскользнул по нему на плоскость за наименьшее время?

4. В прямоугольной трубке находится поршень, форма которого в сечении представлена на рисунке. Давление жидкости по обе стороны поршня в горизонтально расположенной трубке одинаково. Будет ли поршень находиться в равновесии?



5. Две мензурки одинаковой длины заполнены водой, одна расположена вертикально, другая — под углом 30° к горизонту. Как будут различаться давления воды на дно мензурок?

6. На доску положили два одинаковых кирпича — один плашмя, а второй на ребро. Какой кирпич соскользнет с доски первым (если при этом он не опрокидывается), когда доску станут наклонять?

7. Брусok находится на шероховатой плоскости, угол наклона которой можно изменять от 0 до 90° . Что при этом будет происходить с силой трения, действующей на брусok, если пренебречь явлением застоя?

8. На наклонной плоскости с углом наклона α покоится монета массой m . С какой силой реакции наклонная плоскость действует на монету? Чему равна при этом сила трения?

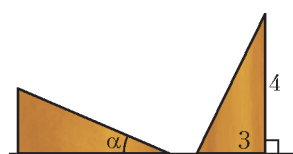
9. На клин, плоскость которого составляет угол α с горизонтом, положили небольшое тело. Какое ускорение надо сообщить клину в горизонтальном направлении, чтобы тело свободно падало?

10. На наклонной плоскости лежит монета, удерживаемая силой трения. Как она будет двигаться, если ей сообщить горизонтальную скорость вдоль плоскости?

11. Какой силой $\vec{F}$ можно удержать на месте брусok массой m , лежащий на гладкой наклонной плоскости с углом при основании α ?

12. Математический маятник укреплен на тележке, скатывающейся без трения с наклонной плоскости. Найдите положение равновесия маятника.

13. Левый клин медленно вдвигают под правый, отношение катетов в котором представлено на рисунке.



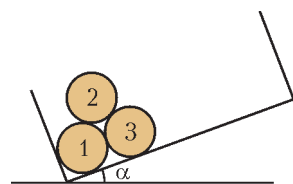
Каким должен быть угол α , чтобы правый клин перевернулся?

14. При каком условии винт может служить для крепления деталей?

15. С вершины сортировочной горки поочередно скатывают два вагона: один пустой, другой груженный. Какой вагон проедет дальше по прямолинейному участку после скатывания с горки?

16. Если автомобиль въезжает на гору при неизменной мощности двигателя, то его скорость движения уменьшается. Почему?

17. Цилиндр, диаметр которого равен его высоте, один раз соскальзывает с наклонной плоскости вдоль своей образующей, а другой раз скатывается с той же точки плоскости. Сравните поступательные скорости цилиндра у основания наклонной плоскости, считая коэффициент трения скольжения между цилиндром и плоскостью очень малым.



18. В кузове грузовика находятся три одинаковых гладких бревна, расположенных, как показано на рисунке. На какой угол α может наклониться кузов, чтобы верхнее бревно не скатилось на борт?

Микроопыт

Склейте цилиндр из плотной бумаги (можно взять картонную втулку от рулона туалетной бумаги) и закрепите на его внутренней стороне кусок пластилина. Такой цилиндр может катиться вверх по наклонной плоскости. Как этого добиться?

Любопытно, что...

...наиболее гениальным изобретением Архимеда был водоподъемный винт. По оценке Галилея, это устройство «не только великолепно, но просто чудесно, поскольку мы видим, что вода поднимается в винте, непрерывно опускаясь». Архимедов винт использовался, например, в Египте как для подъема воды на возвышенности (на высоту до 4 метров), которых обычно разлил Нила не достигал, так и для осушения низменных местностей.

...со времен последователей Архимеда — Герона и Паппа — механику стали считать наукой о простых машинах: ворота, рычаге, блоке, клине и винте. Два последних основаны на свойствах наклонной плоскости, закон действия которой, правда, самому Архимеду известен не был.

...изучая равновесие замкнутой цепочки, наброшенной на две наклонные плоскости, голландский ученый Симон Стевин в своей работе «Начала статики» доказал, что сила, скатывающая груз, во столько же раз

меньше его веса, во сколько раз высота плоскости меньше ее длины.

...в трактате, составленном в период чтения им публичных лекций в 1597—1598 годах, Галилей, не зная еще закона разложения сил, рассматривал сначала рычаг, затем сводил к рычагу клин, к клину — наклонную плоскость, а к наклонной плоскости — винт.

...законы свободного падения тел Галилей устанавливал с помощью наклонной плоскости — желоба, оклеенного изнутри полированным пергаментом, применяя ее для «уменьшения» ускорения свободного падения в заданное число раз...

...разбирая движение по плоскости, которая «ни вниз не опускается, ни вверх не поднимается», Галилей выявил свойство тел сохранять свою скорость, хотя еще не нашел полной и точной формулировки закона инерции, что предстояло сделать Ньютону.

...исследуя перекачивание шара «с горки на горку», Галилей предположил, что, говоря современным языком, приобретаемая при спуске скорость не зависит от формы пути, по которому движется тело. Галилей, естественно, не знал, что такое положение вытекает из закона сохранения энергии, однако он этот закон предчувствовал и применял в простейших случаях падения тела или движения по наклонной плоскости и в опытах с маятником.

...Галилей геометрическим методом построил теорию движения по наклонной плоскости и движения по хордам круга, показав, что по дуге круга, которая меньше или равна четверти окружности, тело соскальзывает быстрее, чем по стягивающей хорде. Этим он предвосхитил постановку задачи о поиске линии быстрого спуска — брахистохроны, задачи, решенной в 1697 году Иоганном Бернулли. Уравнение этой кривой, оказавшейся циклоидой, используется, кстати, при проектировании санных трасс и «американских» горок.

...при завинчивании болта с шагом резьбы в 1 миллиметр с помощью гаечного ключа длиной 30 сантиметров мы выигрываем в силе в две тысячи раз, что либо позволяет надежно скреплять детали, либо легким усилием передвигать большие тяжести.

...чтобы автомобили не вылетали на поворотах, дороги в этих местах делают наклонными. Правильный угол наклона соответствует радиусу поворота и определенной скорости движения, на которую необходимо устанавливать ограничение. А вот велосипедные треки имеют на поворотах переменный наклон — в расчете на различные скорости, достигаемые спортсменами.

Что читать в «Кванте» о наклонной плоскости

(публикации последних лет)

1. «Комбинированные задачи по механике» — 2003, Приложение №6, с. 92;
2. «О динамике криволинейного движения» — 2005, №2, с. 30;
3. «Центр масс механической системы» — 2006, №2, с. 25;
4. «Какая горка самая быстрая?» — 2006, Приложение №6, с. 68;
5. «И тележка в гору едет...» — 2008, №5, с. 35;
6. «Подводные камни» силы Архимеда» — 2009, №2, с. 46.

Материал подготовил А.Леонovich

Загадки магнитной стрелки

И. ЛЕЕНСОН

В ПЕРВОЙ ЧАСТИ СТАТЬИ РАССКАЗЫВАЛОСЬ О ЧЕТЫРЕХ простых загадках магнитной стрелки. А теперь – более трудные загадки.

Загадка пятая. Возьмите компас, освободите стрелку от зажима (он нужен для того, чтобы стрелка попусту не болталась и не стирала ось) и поднесите компас к массивному предмету из чугуна, например к батарее отопления. Вы увидите, что к верхней части батареи стрелка будет обращена синим концом, а к нижней части – красным. Как это объяснить?

Этот опыт вполне можно показывать как фокус, причем вряд ли кто из присутствующих сразу сможет его разгадать. И чем севернее вы живете, тем более четко будет проявляться этот эффект.

Много лет назад одна из газет напечатала любопытную статью о том, как проходят вступительные экзамены в Московский физико-технический институт. Самым интересным оказался вопрос, который задали не экзаменаторы, а одна из поступающих (и такое случается).

Загадка шестая. Девушка проделала дома опыт, результат которого показался ей странным: большая консервная банка отрывала от сильного магнита притянутую им железную кнопку. В чем тут дело?

Это и в самом деле загадка. Консервные банки делают из жести, которая не намагничивается. А если она и «передает» действие постоянного магнита, с которым соприкасается, то уж, конечно, не может стать «сильнее» его и перетянуть кнопку на свою сторону. Но опыт показывает, что может!

Давайте проверим. Все, что нам потребуется, это достаточно сильный подковообразный магнит и два бруска из немагнитного железа (вернее, из малоуглеродистой стали, так как из чистого железа почти ничего не делают). С такими брусками удобнее ставить опыты, чем с кнопкой и консервной банкой. Один брусок должен быть небольшим – например, подойдет обыкновенный болт, который заменит кнопку, другой – массивным, он заменит банку.

Сначала убедимся, что ни болт, ни брусок не являются магнитами (вернее, не обладают остаточным магнетизмом, т.е. не могут сохранять намагниченность). Поднесем их поочередно на несколько секунд к постоянному магниту, а затем – к железным опилкам (их можно заменить мелкими немагнитными гвоздиками, канцелярскими скрепками и т.п.). Опилки не должны притягиваться ни к болту, ни к бруску.

Теперь расположим немагнитный брусок вертикально, поставим на него болт и сверху поднесем магнит. При этом между нижним бруском и болтом тоже обнаружится притя-

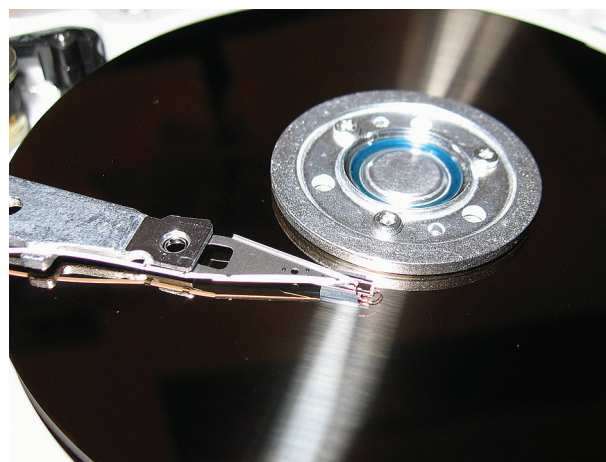
жение – болт передает магнитное действие магнита. А дальше (внимание!) начинается самое интересное. Как вы думаете, что будет, если, придерживая брусок на месте, прикоснуться магнитом к болту, а затем потянуть магнит вверх? Ответ как будто очевиден: магнит оторвет болт от бруска. Ничего подобного – не оторвет, болт останется на месте. Странный результат... Может быть, болт слишком тяжел? Но тогда почему магнит легко поднимает его, когда снизу нет бруска?

Немного изменим опыт, для чего будет удобнее использовать магнит не в виде подковы, а прямой (полосовой): расположим магнит снизу, на него поставим болт, а сверху – брусок. Придерживая магнит, потянем немагнитный брусок вверх. Невероятно – болт отрывается от магнита и висит на бруске! И чем сильнее постоянный магнит (и массивнее расположенный сверху брусок), тем выше можно поднять брусок с притянутым к нему болтом.

Абитуриентка была права: железо стало более сильным магнитом, чем постоянный магнит (с которым, кстати, оно даже не соприкасалось). Как же такое возможно?

Но сейчас настала пора разгадать тайну батареи отопления. Очевидно, что батарея намагничена, хотя и очень слабо – не удержит даже легкую скрепку. И намагнитить ее мог только один магнит – это сама Земля. Почему же южный магнитный полюс оказался у батареи вверху, а северный – внизу? (А вот в южном полушарии, например в Австралии, все будет наоборот.)

Разгадку дает простой эксперимент. Если хорошо намагниченную длинную спицу подвесить точно в центре тяжести (а это не так просто, поэтому лучше подвесить ненамагниченную спицу, а уже потом ее намагнитить), то можно заметить, что один ее конец норовит «клюнуть» вниз, а другой «задирает хвост». Чем ближе к северу, тем заметнее наклон спицы, а на экваторе наклон не наблюдается вовсе. Это явление, в отличие от магнитного склонения, называли магнитным наклонением. Его можно обнаружить и с помощью компаса, но необычного: стрелка компаса должна быть насажена не на вертикальную, а на горизонтальную ось (такой прибор называется инклинометром, от латинского *inclinare* – наклонять). Если же свободно подвешенную магнитную стрелку держать точно над магнитным полюсом (или неподалеку от него), то она расположится вертикально и будет смотреть вниз.



Данные на жестких дисках компьютеров записывают на тонких магнитных покрытиях

Начало см. в «Кванте» №3 за этот год.

Зная о том, что существует магнитное наклонение, легко понять, как именно намагнитилась батарея под действием «косого» магнитного поля Земли и почему верхняя и нижняя ее части представляют собой южный и северный полюсы постоянного, хотя и слабенького, магнита. (Понятно также, что в южном полушарии намагниченность будет противоположной.)

Если с помощью сильного постоянного магнита перемагнитить спицу, она, конечно, развернется в другую сторону. При этом тот ее конец, который был наклонен вниз, будет теперь приподнят. На севере Канады, например, наклон спицы будет очень сильным. А вот у стрелки обычного компаса магнитное наклонение практически не заметно – этому препятствует способ крепления стрелки на оси. Кроме того, эта стрелка слишком маленькая.

Теперь постараемся объяснить «фокус» с болтом, который отрывается от магнита.

Магнитные свойства вещества связаны с магнитными свойствами его атомов. У некоторых металлов (их называют ферромагнитными, от латинского названия железа – Ferrum) отдельные атомы-магнетики стремятся ориентироваться так, чтобы их одноименные полюса были направлены в одну сторону. Таким свойством при комнатной температуре обладают лишь железо, кобальт, никель и редкий металл гадолиний. Однако одинаковая магнитная ориентация атомов имеет место только в очень ограниченных областях металла, называемых доменами. Размеры этих мельчайших магнитиков-доменов составляют примерно 0,01–0,1 мкм. Если отшлифовать поверхность магнита и посыпать ее магнитным порошком, его частицы расположатся в основном по границам доменов, четко обозначив их контуры.

У куска чистого железа в целом нет собственного магнетизма, потому что «стрелки» разных доменов направлены в разные стороны и уничтожают действие друг друга. Поднесем теперь к куску железа магнит. Под его влиянием «стрелки» всех микромагнитиков, как по команде, повернутся в одну сторону. Исследования под микроскопом показали, что происходит это явление довольно любопытным образом: домены, которые случайно оказались «правильно» ориентированными, увеличиваются в размерах. Они присоединяют к себе, как бы «поедают», соседние домены, у которых направление собственной намагниченности оказалось «неправильным» относительно поднесенного магнита. В результате железо намагничивается. Максимальная намагниченность достигается, когда магнитные моменты всех доменов ориентированы в одну сторону – для этого нужен очень сильный внешний магнит.

Посмотрим, что произойдет, если убрать магнит. Если бы вместо чистого железа была стальная иголка, она так бы и осталась намагниченной: доменам в закаленной стали не очень просто выстроиться в одном направлении, но так же трудно и принять прежнюю ориентацию. Именно это свойство используют для создания постоянных магнитов. В них нужно ориентировать как можно больше доменов в одном направлении, но так, чтобы они потом сами собой не размагничивались (размагничивание происходит при сильных ударах и при нагреве до высокой температуры).

Понятно, что раз даже один атом магнита имеет северный и южный полюса, то невозможно изготовить магнит только с одним полюсом. Тем не менее, продолжают поиски, хотя пока и безуспешно, экспериментальные поиски мельчайших «магнитных монополей», у которых есть только один полюс (по аналогии с тем, что электрические заряды можно разделить

на положительные и отрицательные).

Первые постоянные магниты, которые изготовляли еще в XIX веке, делали из углеродистой, а затем из вольфрамовой стали. Магнит считался хорошим, если он мог удерживать груз, масса которого равна его собственной. С середины 30-х годов XX века начали применять сплавы, которые по магнитным свойствам превосходили сталь в десять и более раз. Это были сплавы железа с никелем, алюминием, кобальтом, медью. В 1952 году появился сплав платины с кобальтом, магнитная энергия которого была еще выше. В 1969 году началось промышленное производство магнитов, способных удерживать груз, масса которого уже в сотни раз превышала их собственную. Такие магниты были сделаны из сплавов, содержащих редкие металлы – церий, празеодим, самарий. Сравнительно небольшой магнит из сплава самария с кобальтом, уместящийся на ладони, способен удерживать небольшой автомобиль вместе с пассажирами. Секрет такого сплава в том, что он состоит из очень мелких сильно намагниченных частиц вытянутой формы, которые как бы вкраплены в слабомагнитное вещество. При изготовлении магнита эти частицы ориентируются в сильном магнитном поле преимущественно в одном направлении и дальше свою ориентацию не теряют, даже когда внешнее магнитное поле убирают.

В чистом железе, его называют «мягким», или в низкоуглеродистой стали, например в обычном гвозде, магнитные стрелки доменов переориентируются очень легко. Поэтому намагниченное железо даже не надо сильно нагревать или подвергать резким ударам – оно размагничивается само по себе, и довольно быстро. Но это же свойство доменов приводит к тому, что в сильном внешнем магнитном поле они почти все принимают одну ориентацию, и железо становится сильнейшим магнитом. Вот почему в нашем опыте достаточно массивный железный брусок стал более сильным магнитом, чем породивший его постоянный магнит.

Подобным свойством мягкого железа пользуются при изготовлении электромагнитов: довольно слабое магнитное поле катушки с током (соленоида) значительно усиливается, когда внутрь катушки вводят сердечник из мягкого железа. Из такого же железа делают и сердечники трансформаторов – ведь они должны быстро перемагничиваться, когда по обмоткам катушек течет переменный ток. Интересно, что мягкое железо за доли секунды размагничивается почти полностью. Это легко проверить в нашем втором опыте: отведите магнит в сторону – и болт сразу же упадет.

В заключение статьи – две простые экспериментальные задачи на смекалку.



Простейший электромагнит: на ферромагнитный сердечник намотан электропровод в изоляции

Задача 1. В школьном физическом кабинете имеется большой полосовой магнит, полюса которого когда-то были окрашены в синий и красный цвета, и точно такая же по размеру немагнитная полоска железа. Со временем вся краска с магнита сошла, так что его стало невозможно отличить от немагнитной полоски. Как определить, какая из полосок магнитная, если нет никаких других железных предметов?

Задача 2. После того как определили, какая полоска – магнит, полюса этого магнита захотели заново окрасить синей и красной краской. Как узнать, какой конец этой полоски нужно окрасить в синий цвет, а какой – в красный? Рассмотрите два случая – когда у вас есть компас и когда его нет.

Ионосфера и шум цунами

А. СТАСЕНКО

«П О Д Н Я Л А С Ъ К Н Е Б У В О Л Н А В Ы С О Т Ы Н Е И З М Е Р И М О Й, закрыла грудью половину неба и, качая белым хребтом, согнулась, переломилась, упала на берег и страшной тяжестью своею... смыла весь берег» (М. Горький). Таково художественное описание катастрофических явлений, время от времени происходящих у берегов теплых стран и уже унесших жизни сотен тысяч людей.

Но при чем тут ионосфера, расположенная на высоте порядка сотен километров над землей и морем? А вот послушайте.

Вспомним, как объясняют поведение вещества, попавшего во внешнее постоянное электрическое поле с напряженностью $\vec{E}_0$. Пусть имеется плоский слой вещества, состоящего из частиц с положительными и отрицательными зарядами в равных количествах, так что этот слой в целом электрически нейтрален. И пусть он находится в электрическом поле, перпендикулярном плоскостям этого слоя. Под действием поля положительные заряды сместятся в направлении вектора $\vec{E}_0$, отрицательные – в противоположном направлении, так что на обеих плоскостях слоя возникнут поверхностные

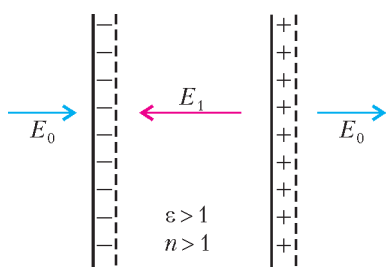


Рис. 1

заряды, которые породят вторичное поле $\vec{E}_1$, противоположное по направлению полю $\vec{E}_0$ (рис.1). Это, так сказать, нормальное поведение вещества, поляризованного внешним полем. Его состояние можно описать такими макроскопическими характеристиками, как диэлектрическая проницаемость ϵ и коэффициент преломления n . Обе эти величины больше единицы. В случае вакуума они равны единице.

Теперь посмотрим, что произойдет, если внешнее электрическое поле изменится во времени, например по синусоидальному закону

$$E = E_m \sin \omega t. \quad (1)$$

Здесь E_m – амплитуда, $\omega = 2\pi/T$ – круговая частота колебаний поля, T – период колебаний. Конкретизируем вещество

– пусть оно состоит из электронов и положительно заряженных ионов, т.е. представляет собой плазму. Как известно, самый легкий из ионов (протон) почти в две тысячи раз тяжелее электрона, поэтому переменное электрическое поле будет заметно смещать в течение периода только электроны, и о ионах можно не думать – они нужны только для того, чтобы вещество в среднем (в пространстве и в течение периода) оставалось электронейтральным.

Второй закон Ньютона, описывающий динамику электрона в заданном переменном электрическом поле, запишем в виде

$$a = -\frac{e_0 E_m}{m_e} \sin \omega t = v'_e = x''_e. \quad (2)$$

Здесь a – это ускорение, m_e – масса электрона, e_0 – величина его заряда; знак «минус» учитывает, что сила, действующая на электрон, направлена против поля; в конце строчки формул сделано напоминание, что ускорение есть первая производная от скорости или вторая производная от смещения из положения равновесия (когда $x_e = 0$).

Тот, кто умеет интегрировать, сразу скажет, что для определения смещения по известному гармонически изменяющемуся ускорению нужно последнее умножить на $-1/\omega^2 = -(T/2\pi)^2$.

А для того, кто не умеет, достаточно предложить следующую аналогию. Рассмотрим малые колебания грузика массой m на нити длиной l . Этим «грузиком» может вообразить себя Читатель, а «нитью» пусть будут стропы качелей. Нарисуем изменения во времени кинематических характеристик грузика: ускорения a , скорости v , смещения x (рис.2; ось t направлена вниз). Поскольку колебания гармонические, смещение можно записать в виде

$$x = x_m \sin \omega t,$$

где x_m – амплитуда малых колебаний, а их частота, как известно, равна $\omega = \sqrt{g/l}$ (g – конечно, ускорение поля тяготения). Сила, возвращающая Читателя в положение равновесия, равна

$$F = -mg \sin \alpha \approx -mg \frac{x}{l},$$

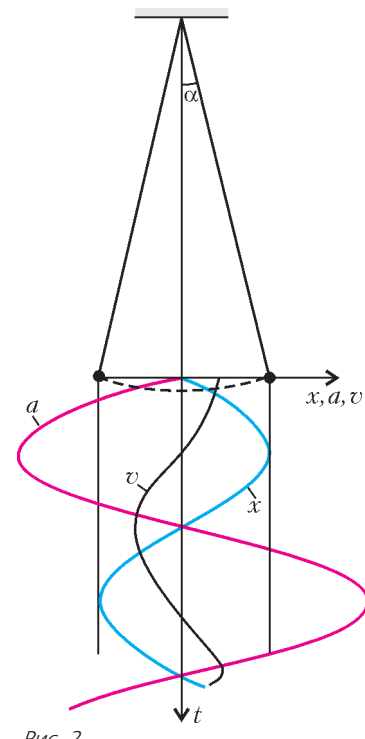


Рис. 2

откуда ускорение равно

$$a = \frac{F}{m} = -\frac{g}{l}x = -\omega^2 x,$$

и смещение –

$$x = -\frac{a}{\omega^2}, \quad (3)$$

что и требовалось показать. Тут самое главное – знак «минус», т.е. тот факт, что при колебаниях ускорение направлено противоположно смещению.

Разумеется, тот же результат даст и решение уравнения (2).

Вернемся к нашему веществу, находящемуся в переменном электрическом поле. На рисунке 3 изображена картина

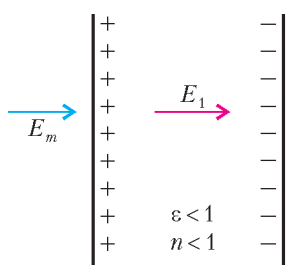


Рис. 3

полей и зарядов в тот момент, когда напряженность внешнего электрического поля достигла наибольшего (амплитудного) значения E_m . Согласно выражению (3), в этот момент смещение зарядов прямо противоположно той картине (см. рис.1), которая была при стационарном поле.

В результате такого разделения зарядов возникает поле $\vec{E}_1$, усиливающее внешнее поле.

Тут надо ожидать чего-то необычного – и вот оно-таки появляется. А именно, можно ожидать, что, в отличие от электростатики, где диэлектрическая проницаемость и коэффициент преломления больше единицы, тут будет все наоборот: $\epsilon < 1$, $n < 1$. Но последнее неравенство, согласно определению $n = c_0/c$, дает значение $c > c_0$ – скорость электромагнитной волны в плазме больше, чем в вакууме! Пора кричать «караул» и вызывать милицию, поскольку это противоречит основному постулату современной физики. Но подождем, что будет дальше.

А дальше вспомним, как вводится такая безразмерная макроскопическая характеристика вещества, как ϵ :

$$P_e = \epsilon_0 (\epsilon - 1) E. \quad (4)$$

Смысл P_e понятен хотя бы из соображений размерности. Действительно, $[\epsilon_0] = \text{Ф/м}$, $[E] = \text{В/м}$ (вспомним привычный плоский конденсатор), тогда

$$[P_e] = [\epsilon_0 E] = \frac{\text{Ф}}{\text{м}} \cdot \frac{\text{В}}{\text{м}} = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2} = \frac{\text{Кл} \cdot \text{м}}{\text{м}^3}.$$

Отсюда видно, что P_e – это объемная плотность электрических диполей. Получается, что, если каждый электрон сместился из положения равновесия на x , возник электрический диполь с моментом

$$p_e = -e_0 x.$$

А если электронов в единице объема N_e , то общий дипольный момент этой единицы объема будет

$$N_e p_e = -N_e e_0 x = P_e.$$

Записав выражение (3) в виде

$$x = -\frac{a}{\omega^2} = -\frac{F}{m\omega^2} = -\frac{(-e_0 E)}{m_e \omega^2},$$

из равенства (4) получим

$$-\frac{N_e e_0^2 E}{m_e \omega^2} = \epsilon_0 (\epsilon - 1) E$$

и, сократив на E , найдем

$$\epsilon = 1 - \frac{N_e e_0^2}{\epsilon_0 m_e \omega^2} < 1. \quad (5)$$

Понятно, что при $N_e = 0$ (нет ни электронов, ни ионов) имеем $\epsilon = 1$, как и полагается для вакуума. Кроме того, поскольку заряд входит в квадрате, знак его не имеет значения: если каким-то чудом закрепить электроны, то движение ионов даст качественно тот же результат, но гораздо более слабый из-за их большой массы.

Но вот что самое любопытное: существует такое значение частоты внешнего электромагнитного поля, при котором полученная диэлектрическая проницаемость становится равной нулю! Это так называемая плазменная частота:

$$\omega_p^2 = \frac{N_e e_0^2}{\epsilon_0 m_e}. \quad (6)$$

При этой частоте плазма становится похожей на металл, а от металла электромагнитные волны отражаются. Благодаря этому и было обнаружено существование высотных ионосферных слоев и возможность дальней радиосвязи.

Да, а как же быть с тем, что скорость электромагнитной волны в плазме получилась больше, чем скорость света в вакууме: $c > c_0$? Ничего страшного: дело в том, что этот результат получен для случая идеальной гармонической волны, которая, по определению, существовала до возникновения Вселенной и будет существовать вечно. Но такой волны не бывает! Реально существует волновой пакет, ограниченный в пространстве и времени, состоящий из набора волн с различными частотами и, значит, с различными скоростями распространения в плазме. Эти составляющие гармоники, обгоняя друг друга и отставая друг от друга, несут суммарную энергию со скоростью, не превосходящей c_0 , – с так называемой групповой скоростью.

Полученные выше выражения (5) и (6) оказались полезными прежде всего для исследования верхней атмосферы. Из них видно, например, что, изменяя ω , можно найти значение N_e , т.е. концентрацию электронов в ионосфере.

Но при чем здесь цунами – гигантская волна, порождаемая подводным землетрясением? А вот при чем. Длина такой уединенной волны – эти волны называют солитонами – порядка десятков и сотен километров (поэтому они и не очень-то заметны в открытом океане). Для такой волны океан, а тем более прибрежные отмели, – мелкие лужи. Поэтому скорость цунами можно оценить по формуле теории «мелкой воды»:

$$v = \sqrt{gh} \quad (\text{проверьте размерность}).$$

Полагая $h \sim 10^3$ м, получим

$$v \sim \sqrt{10 \text{ м/с}^2 \cdot 10^3 \text{ м}} = 10^2 \text{ м/с}$$

– не всякий байкер выжмет такую скорость! Так вот, этот солитон возмущает атмосферу – от него идет мощная акустическая волна. Дойдя до ионосферы, она периодически изменяет концентрацию электронов N_e . А зондируя возмущенную ионосферу при помощи электромагнитных волн, можно за тысячи километров узнать о приближающейся опасности.

Поистине чудесным образом здесь оказались связанными волны различной физической природы!

Об одной неточности Исаака Ньютона

Б. КОНДРАТЬЕВ

Введение

Луна – естественный спутник Земли – весьма примечательный объект на небе. Неворуженным глазом на ней видны темно-желтые пятна, их называют «морями» и «материками». Некоторые древнегреческие философы даже полагали, что это отражение лика Земли. Но если присмотреться, рисунок пятен остается всегда одним и тем же, что делает несостоятельной эту экстравагантную гипотезу – рисунок должен был бы меняться из-за быстрого суточного вращения самой Земли или, так как древние считали Землю покоящейся, из-за суточного поступательного движения Луны. Если же пятна принадлежат самой Луне, вывод будет еще более интересным: Луна смотрит на Землю всегда одной и той же своей стороной.

Возникает увлекательная научная задача объяснения наблюдаемого явления. Однако вплоть до конца семнадцатого века все астрономические теории первым делом брались за объяснение только поступательного движения Луны. Это и понятно, ведь самыми заметными на небе являются фазы Луны и связанное с ними ее поступательное движение на фоне звезд. По фазам Луны отсчитывали время, по ее положению среди звезд можно было определять долготу корабля на море. Собственное же вращение Луны долгое время оставалось скрытым для землян, и задача о нем могла возникнуть лишь при достаточно высоком уровне развития астрономии. Ни в фундаментальном труде Птолемея «Альмагест», где Луне посвящены четвертая и пятая книги, ни у Коперника автор этой статьи не нашел объяснений удивительной особенности вращающейся Луны – равенства ее суток лунному месяцу.

Объяснение вращения Луны в первом приближении

Вначале рассмотрим поступательно-вращательное движение Луны вокруг Земли на одной простой, но нетривиальной модели. Пусть орбита Луны чисто круговая. Представим себе, что в плоскости этой орбиты с центром в центре Земли расположен жесткий диск и для Луны в нем на соответствующем расстоянии от центра вырезан кружок, в котором она свободно вращается вокруг собственной оси. Диск в целом тоже вращается. Тогда наблюдатель на Земле может подбирать этому диску такую угловую скорость вращения Ω , при которой Луна не будет иметь ни поступательного, ни – самое главное – вращательного движения относительно любой точки диска, включая и наблюдателя в центре. Поступатель-

ное движение Луны сразу исключается, если угловая скорость задается по известной продолжительности лунного сидерического месяца: $\Omega = \frac{2\pi}{27,32 \text{ сут}}$. Но интересно, что Луна всегда будет смотреть на центр одной и той же стороной в том и только в том случае, если она вращается вокруг своей оси с той же угловой скоростью Ω .

Объясним, почему так получается. Любая точка нашего диска на расстоянии r от центра имеет скорость $v = \Omega r$, и, как говорят в механике, здесь существует поле скоростей. Важной же характеристикой любого поля скоростей является вихрь (или ротор) ζ . Необходимость привлечения понятия ротора вытекает из того, что именно он представляет локальное вращение в заданной точке поля скоростей. Дело в том, что при общем вращении диска происходит и локальное (собственное) вращение любой материальной точки с угловой скоростью $\frac{1}{2}\zeta$. В общем случае ротор – это вектор, но в данной плоской задаче отлична от нуля только одна его составляющая:

$$\zeta = \text{rot}_3 v = \frac{1}{r} \frac{d}{dr}(r v) = \frac{\Omega}{r} \frac{d}{dr}(r^2) = 2 \Omega.$$

Таким образом, в любой точке диска с жестким вращением ротор ζ равен удвоенной угловой скорости вращения диска. Следовательно, твердотельное вращение замечательно не только одинаковостью угловых скоростей всех частиц диска при обращении вокруг центральной оси, но еще и тем, что индуцируемое собственное вращение каждой его частицы (в том числе и частиц на центральной оси) будет происходить с одинаковой для всех локальной угловой скоростью. Для Луны это означает следующее: чтобы наш спутник смотрел на Землю всегда одной стороной, он должен иметь собственное осевое вращение с той же угловой скоростью Ω .

Другими словами, вращение малого кружка, выделенного мелом на диске, для любого (!) наблюдателя будет таким же, как и видимое вращение Луны. Отсюда вытекает, что один и тот же вид поверхности Луны для земного наблюдателя не должен скрывать главного – ее осевого вращения относительно инерциальной системы координат и других (внешних) тел солнечной системы. Из указанных особенностей вращения Луны следует: лунные сутки в точности равны лунному месяцу.

Законы Кеплера

Важный шаг в развитии астрономии связан с открытием трех законов Кеплера движения планет вокруг Солнца.

1 (1609 г.). Орбита каждой планеты есть эллипс, в одном из фокусов которого находится Солнце (рис.1). Согласно первому закону, движение происходит по эллипсу с

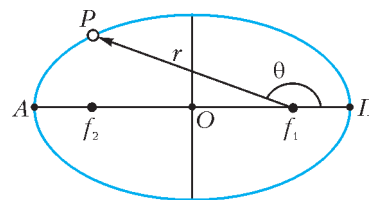


Рис.1. Траектория планеты – эллипс с центром в O, точки f_1 и f_2 – его фокусы, P и A – перигей и апогей, $\vec{r}$ – радиус-вектор планеты P, θ – угол истинной аномалии

полуосями a_1 и a_2 , $a_1 > a_2$, уравнение которого в полярных координатах с началом в фокусе f_1 имеет вид

$$r = \frac{a_1(1 - e^2)}{1 + e \cos \theta},$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор движущегося тела, θ – истинная аномалия, т.е. угол, изменяющийся от 0 до 2π , e – эксцентриситет. Именно в фокусе f_1 эллипса и находится Солнце.

2 (1609 г.). Радиус-вектор планеты за равные промежутки времени описывает равные площади.

3 (1619 г.) Квадраты сидерических периодов обращения двух планет относятся друг к другу как кубы их средних расстояний от Солнца.

Кеплер попытался описать и движение Луны по эллипсу, но без особых успехов. Чтобы проникнуть в тайны движения Луны, мало было одной кинематики, не хватало главного – знания действующей на Луну силы.

Наступила эпоха Ньютона. В 1687 году вышли в свет его знаменитые «Математические начала натуральной философии», где Ньютон сформулировал основные понятия и принципы классической механики и, в частности, заложил основы новой науки – небесной механики. Здесь же Ньютон математически строго подтвердил пребывающую в пленках гипотезу о законе обратных квадратов и тем самым открыл (лучше сказать – строго доказал, так как идею высказывали и другие) закон всемирного тяготения. Был найден ключ к объяснению многих тайн Природы. С помощью этого закона Ньютон объяснил и обобщил эмпирические законы Кеплера.

Своей очереди ждала и задача о Луне. Для нее к тому времени стали известны новые, весьма любопытные и тонкие наблюдательные факты. С появлением телескопов были обнаружены (и то далеко не сразу) малые покачивания тела Луны. Это случилось в 1637 году. Галилей, систематически изучая Луну в телескоп на вилле в Арчетри (где он пребывал в качестве пленника инквизиции), обнаружил: «Луна открывает и скрывает свои волосы и часть диаметрально противоположного подбородка, что можно назвать понижением и поднятием лица». Кроме того: «Луна поворачивает свою голову то направо, то налево и открывает то или другое ухо». В этих словах итальянский ученый красочно представил замечательный и тонкий эффект: периодическое перемещение деталей рельефа относительно края видимого лунного диска. Так была открыта оптическая либрация Луны (от латинского *libratio* – покачивание). Теории был сделан вызов.

Как же Ньютон объяснял видимые покачивания тела Луны, т.е. оптическую либрацию?

Движение Луны по законам Кеплера

С открытием законов Кеплера начался новый этап в исследовании движения Луны. Сейчас известно, что масса Луны равна $\frac{1}{81,3}$ от массы нашей планеты (ни одна планета в Солнечной системе не имеет столь массивного, в сравнении с ней самой, спутника). Луна движется с запада на восток со средней скоростью 1,02 км/с по приблизительно эллиптической орбите вокруг нашей планеты в том же направлении, в каком движется и Земля вокруг Солнца. Орбита Луны довольно вытянута и имеет эксцентриситет $e = \sqrt{1 - \frac{a_2^2}{a_1^2}} \approx 0,0549$, так что минимальное расстояние между центрами Земли и Луны равно 363300 км (Луна в перигее), а максимальное составляет 405500 км (Луна в апогее). Среднее расстояние равно 384400 км – это и есть большая полуось a_1 орбиты Луны. С хорошим приближе-

нием можно считать, что в первом фокусе эллипса f_1 находится центр Земли. А вот во втором... Впрочем, все по порядку.

Объяснение оптической либрации Луны

Движение Луны вообще очень сложное, а открытая Галилеем оптическая либрация относится к тонким явлениям в небесной механике. Три эмпирических закона оптической либрации для Луны сформулировал Доменико Кассини в 1693 году. Первые два из них гласят:

1) Луна вращается равномерно вокруг оси, причем период ее вращения совпадает с периодом обращения по орбите вокруг Земли.

2) Плоскость экватора Луны сохраняет постоянный (сейчас бы сказали – почти постоянный) наклон к эклиптике, т.е. к плоскости движения Земли вокруг Солнца.

Ньютон объяснил оптическую либрацию Луны как следствие неравномерного ее движения по эллиптической орбите вокруг Земли (согласно второму закону Кеплера, в перигее поступательная скорость больше, а в апогее – меньше) при строго равномерном вращении вокруг оси. В каждый момент времени мы видим ровно половину поверхности Луны, однако за лунный месяц (различают несколько лунных месяцев, но без потери смысла здесь это можно не учитывать) астрономы могут видеть до 59% этой поверхности.

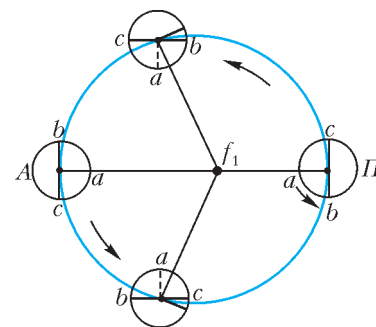


Рис.2. Оптическая либрация Луны по долготе. Пространственная ориентация тела Луны представлена тремя точками a , b , c . Малые секторы (выделены более толстыми линиями) показывают дополнительные при обзоре с Земли участки лунной поверхности

Рассмотрим рисунок 2. За четверть месяца после прохождения перигея P Луна пройдет путь немного больше четверти всей орбиты, а вокруг оси повернется ровно на 90° . В этом положении мы с правого (западного) края Луны будем видеть сектор, ранее недоступный нам. В апогее A будет видна та же часть поверхности, что и в перигее. В следующую (третью) четверть месяца Луна пройдет уже меньше четвертой части орбиты, а угол поворота будет ровно 270° , так что нам откроется ранее невидимая часть поверхности с восточного края. Это и есть оптическая либрация Луны по долготе. Очевидно, в точках A и P либрация по долготе обращается в ноль.

Для полноты добавим, что существуют также либрация по широте и суточная либрация, но их мы рассматривать не будем. Из сказанного читатель должен также уяснить, что под оптической либрацией понимают лишь кажущиеся (чисто геометрический эффект!) покачивания тела Луны.

На качественном уровне Ньютон полностью объяснил оптическую либрацию Луны. Однако, похоже, допустил при этом одну неточность.

Куда смотрит Луна?

Наблюдения свидетельствуют: лунный шар всегда обращен к Земле преимущественно одной стороной. Но почему, каким образом возникла столь яркая особенность в движении Луны? Знаменитый механик и математик Лагранж первым приблизился к ответу на этот трудный вопрос. Еще в 1764 году он установил, что «форма Луны должна быть эллипсоидом с наибольшей осью, направленной к Земле < мы же уточняем, что, строго говоря, эта ось направлена не на Землю, а совершает небольшие колебания относительно точки второго фокуса >. И если даже первоначально период вращения Луны не совпадал с периодом обращения вокруг Земли, все равно через некоторое время два этих периода должны были сравняться из-за влияния притяжения Земли и связанной с ним приливной диссипацией энергии вращения нашего спутника».

В своих «Началах» Ньютон пишет: «...Вследствие этого... происходит, что с Земли наблюдается одна и та же сторона Луны; в другом положении тело Луны не могло бы находиться в покое, а постоянно возвращалось бы к этому положению, совершая колебания. Но эти колебания, вследствие малости действующих сил, происходили бы весьма медленно, так что *та сторона, которая должна бы быть постоянно обращена к Земле, могла бы быть обращена и к другому фокусу лунной орбиты...* без того, чтобы немедленно быть оттянутой и повернутой к Земле».

Определенно, Ньютон говорит здесь о весьма тонком эффекте: из-за оптической либрации немного вытянутая фигура Луны должна совершать еще и очень малые крутильные колебания, но уже не кажущиеся, а действительно происходящие относительно ее центра масс. Это – первое предсказание физической либрации Луны. Но при этом само явление оптической либрации Ньютон описывает слишком расплывчато и даже двусмысленно. Действительно, из его фразы, выделенной выше курсивом, нельзя понять, как сторона Луны, которая должна бы быть постоянно обращена к Земле, могла бы быть обращена и к другому фокусу лунной орбиты. Ведь расстояние между обоими фокусами орбиты Луны достигает значения 42207 км, что составляет 3,3 поперечника Земли – не так уж мало. Поэтому указанные слова Ньютона больше озадачивают, чем проясняют суть дела.

В другом месте «Начал» читаем: «Так как для Луны, при равномерном ее обращении вокруг оси, сутки равны нашему месяцу, *то к нижнему фокусу ее орбиты будет всегда обращена почти постоянно одна и та же сторона...*» «К нижнему» значит ко второму фокусу орбиты. У эллипса, как известно, есть два фокуса: в одном находится центр Земли (точнее, системы Земля-Луна), а на другой, по высказанному здесь мнению Ньютона (выделено курсивом), будет всегда обращена почти постоянно одна и та же сторона Луны.

Однако никакой определенности к первому утверждению эта фраза Ньютона не добавляет. Как может выделенный радиус Луны почти постоянно быть направленным в одну и ту же точку внешнего пространства? Ведь процесс оптической либрации происходит непрерывно. И как сейчас мы убедимся, на самом деле все наоборот: выделенный радиус Луны почти постоянно не направлен (!) в точку второго фокуса, а совершает колебания относительно направления на него.

Конечно, на основании сказанного вряд ли можно гово-

рить об ошибке Ньютона, тем не менее, недопонимание сути дела в вопросе о действительном направлении выделенного радиуса Луны в ходе оптической либрации по долготе проявляется у Ньютона совершенно определенно. Не чувствуется чеканной ясности, характерной для этого великого ученого, авторитет которого и сейчас необычайно высок. Неудивительно, что некоторая неясность в описании данного явления встречается и в научно-популярной литературе.

Замечательный популяризатор науки Я.И.Перельман в книге «Занимательная астрономия» сначала пишет: «... когда Луна оказывается в *E*, радиус Луны, обращенный к Земле в точке *A*, опишет дугу в 90° и будет направлен ... к точке ... *неподалеку от другого фокуса лунной орбиты*». А ниже читаем: «...*Луна неизменно обращена одной и той же стороной не к Земле, а к другому фокусу своей орбиты...*». Здесь первая фраза (верная!) вступает в противоречие со второй.

Известный российский астроном В.И.Бронштэн в содержательной книге «Как движется Луна» приводит без каких-либо комментариев указанный выше взгляд Ньютона на характер движения Луны.

И даже крупный ученый, специалист по вращению Луны Моутсулас в известной коллективной монографии «Физика и астрономия Луны» (в переводе с английского языка), говоря о предсказании Ньютоном физической либрации, приводит его слова также, к сожалению, без каких-либо критических комментариев.

Тайная роль второго фокуса

Любой эллипс, не вырожденный в окружность, имеет два фокуса. В астрономии первый закон Кеплера утверждает: в одном из фокусов находится притягивающий центр – для планет это Солнце, для Луны Земля и т.д. Точка же второго фокуса для планет не играет никакой физической роли и представляет собой просто геометрическую точку. Другая ситуация складывается при описании синхронного движения Луны. Здесь второй фокус кинематически выделяется именно тем, что вокруг направления на него главная ось Луны совершает небольшие колебания. Такова же роль второго фокуса и для других спутников с синхронным вращением в Солнечной системе. Однако особого физического смысла для четырех галилеевских спутников Юпитера этот второй фокус не имеет, так как находится глубоко внутри самого Юпитера. А вот система Земля-Луна уникальна тем, что только здесь точка второго фокуса лежит далеко за пределами Земли (более трех ее диаметров), и не считаться с этим фактом в современной небесной механике уже нельзя.

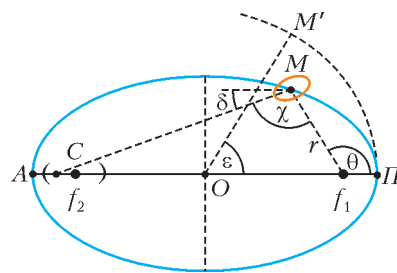


Рис.3. Большой эллипс – орбита Луны *M* (для наглядности сжатие преувеличено), *P* и *A* – точки перигея и апогея, f_1 и f_2 – фокусы эллипса, центр масс Земля-Луна находится в первом фокусе. Малый эллипс изображает фигуру Луны