

случае

$$|\mathcal{Y}| = |\mathcal{X}| - |\mathcal{X} \setminus \mathcal{Y}| \geq n - f(k-1, l) + 1 = f(k, l-1).$$

Следовательно, либо в  $\mathcal{Y}$  есть  $k$ -чашка и снова все в порядке, либо в  $\mathcal{Y}$  есть  $(l-1)$ -крышка. Посмотрим на правый конец этой крышки. Он служит левым концом некоторой  $(k-1)$ -чашки. На рисунке 14 показаны оба возможных варианта взаимного расположения нашей



Рис.14. Варианты взаимного расположения чашки и крышки

$(l-1)$ -крышки и нашей  $(k-1)$ -чашки. В первом случае первое звено нашей чашки превращает нашу крышку в  $l$ -крышку; во втором случае последнее звено нашей крышки превращает нашу чашку в  $k$ -чашку. Так или иначе, либо  $l$ -крышка, либо  $k$ -чашка в  $\mathcal{X}$  есть, и теорема доказана.

А ведь, пожалуй, этот фокус почище прежних будет?

#### Об одном комбинаторном тождестве

Хорошо известно, что  $C_a^b = C_{a-1}^b + C_{a-1}^{b-1}$  (см., например, [11]). Рассмотрим функцию  $F(k, l) = C_{k+l-4}^{k-2} + 1$  и применим к ней указанное тождество. Получим

$$F(k, l) = C_{k+l-5}^{k-2} + C_{k+l-5}^{k-3} + 1 = F(k, l-1) + F(k-1, l) - 1.$$

Иными словами, функция  $F(k, l)$  удовлетворяет тому же рекуррентному неравенству, что и интересующая нас величина  $f(k, l)$ . Более того, нетрудно видеть, что

$$f(k, 3) = f(3, k) = F(k, 3) = F(3, k) = k.$$

Отсюда, очевидно, следует, что  $f(k, l) \leq F(k, l)$ . В частности,

$$g(n) \leq f(n, n) \leq F(n, n) = C_{2n-4}^{n-2} + 1.$$

Вот было бы здорово, если бы теперь вдруг оказалось, что функция  $C_{2n-4}^{n-2}$  не слишком быстро растет с ростом  $n$ . В следующем разделе мы поговорим об этом.

#### Несколько слов о биномиальном коэффициенте

Нам хочется прикинуть, как быстро растет функция  $C_{2n-4}^{n-2} + 1$ . Во-первых, слагаемое 1 нас сразу же не должно беспокоить, а во-вторых, положим для удобства  $m = n - 2$ . Итак, рассмотрим  $C_{2m}^m$ . Вспомним еще одно тождество:

$$2^{2m} = C_{2m}^0 + C_{2m}^1 + \dots + C_{2m}^{2m}.$$

Из него мгновенно следует оценка  $C_{2m}^m < 2^{2m}$ . В то же время слагаемое  $C_{2m}^m$  – самое большое в указанной сумме, а всего в ней слагаемых  $2m + 1$ . Таким образом,

$$C_{2m}^m > \frac{2^{2m}}{2m + 1}.$$

Существует способ еще точнее оценить биномиальный коэффициент. Для этого нам потребуется замечательная формула Стирлинга, дающая приближенное

значение для факториала. Вот она:

$$t! = \sqrt{2\pi t} \left(\frac{t}{e}\right)^t (1 + o(1)).$$

Здесь  $e = 2,71\dots$  – основание натурального логарифма, а запись  $o(1)$  означает, что существует функция  $\Phi$  от аргумента  $t$ , стремящаяся к нулю при  $t \rightarrow \infty$ , при подстановке которой вместо  $o(1)$  получится точное равенство.

Формула Стирлинга доказывается довольно сложно средствами математического анализа. При желании ее доказательство можно найти в книге [12]. Мы же лишь применим ее к выражению  $C_{2m}^m = \frac{(2m)!}{(m!)^2}$ . Опуская выкладки, напишем ответ:

$$C_{2m}^m = \frac{2^{2m}}{\sqrt{\pi m}} (1 + o(1)).$$

Короче, стало поприятнее. Если в гипотезе 1 фигурирует функция  $2^{n-2}$ , то у нас уже есть верхняя оценка посредством величины  $2^{2n-4}$ , что сравнительно неплохо.

#### Что же дальше?

А дальше попытки если не доказать гипотезу, то хотя бы еще немного уточнить оценку. Тут забавна сама история последовательных улучшений – как в плане хронологии, так и в плане полученных результатов. Мы ничего не станем доказывать, но лишь выпишем установленные факты.

Итак, неравенство  $g(n) \leq C_{2n-4}^{n-2} + 1$  доказали Эрдеш и Секереш в 1935 году. Потом наступило затишье, продолжавшееся больше шестидесяти лет. А в 1998 году, что называется, прорвало: сразу три уточнения! Первое из них принадлежит Ф.Чанг и Р.Грэхему и впечатляет своей «значительностью»:  $g(n) \leq C_{2n-4}^{n-2}$ . Они убрали слагаемое 1... Дальше – больше. Д.Клейтман и Л.Пахтер показали, что верно неравенство  $g(n) \leq C_{2n-4}^{n-2} + 7 - 2n$ . Наконец, третьего улучшения добились Г.Тот и П.Вальтр:  $g(n) \leq C_{2n-5}^{n-2} + 2$ . Последний результат примерно вдвое лучше результата Эрдеша – Секереша.

Текущий рекорд также принадлежит Тоту и Вальтру. Только датируется он 2005 годом. А достижение вполне в духе Чанг и Грэхема:  $g(n) \leq C_{2n-5}^{n-2} + 1$  при  $n \geq 5$ .

Все, больше никаких продвижений. Классическая задача, куча народу ей занимается, и так тяжело идет дело. Заметим, что Чанг и Грэхем (они, кстати, тоже супруги) решили последовать примеру Эрдеша и предложили 100 долларов за первое доказательство того, что  $g(n) \leq c^n$ , где  $c < 4$ . С одной стороны, сумма символическая, а с другой стороны, все логично: если за доказательство гипотезы 1 предлагать 500 долларов, то за куда более слабый результат надо и сумму куда меньшую выставлять. Впрочем, может, и дело бы пошло пошустрее, если б Эрдеш и Чанг с Грэхемом учитывали хотя бы инфляцию? Да вряд ли.

**А всегда ли  $g(n) \geq 2^{n-2} + 1$ ?**

Как-то в борьбе за верхние оценки мы совсем позабыли о том, что, в сущности, мы пока не знаем даже, верно ли неравенство  $g(n) \geq 2^{n-2} + 1$ . При  $n \leq 6$  оно, конечно, справедливо, а вот дальше? Сейчас мы для каждого  $n$  построим пример множества размера  $2^{n-2}$ , в котором нет выпуклых  $n$ -угольников. Здесь мы будем следовать Эрдешу и Секерешу (см. [3]).

Прежде всего вернемся к величине  $f(k, l)$ . Мы уже знаем, что  $f(k, l) \leq F(k, l) = C_{k+l-4}^{k-2} + 1$ . Теперь мы построим множество  $\mathcal{F}(k, l)$ , не содержащее ни  $k$ -чашек, ни  $l$ -крышек, но имеющее размер  $F(k, l) - 1$ . Иными словами, мы убедимся в том, что, хотя проблема отыскания величины  $g(n)$  крайне сложна, вспомогательная задача про  $f(k, l)$  куда проще, и в итоге  $f(k, l) = C_{k+l-4}^{k-2} + 1$ . Позже мы используем множества  $\mathcal{F}(k, l)$  для построения интересующего нас примера.

Организуем индуктивный процесс построения  $\mathcal{F}(k, l)$ . Базой послужат множества  $\mathcal{F}(k, 2)$  и  $\mathcal{F}(2, l)$ . Размер каждого из них должен быть равен единице, ну так одна точка и впрямь не содержит ни чашек, ни крышек.

Допустим, множества  $\mathcal{F}(k-1, l)$  и  $\mathcal{F}(k, l-1)$  (назовем их для краткости  $\mathcal{A}$  и  $\mathcal{B}$ ) уже построены. Понятно, что если  $\varphi$  и  $\psi$  — произвольные преобразования плоскости, представляющие собой композиции параллельных переносов и сжатий (растяжений) вдоль координатных осей, то множества  $\varphi(\mathcal{A})$  и  $\psi(\mathcal{B})$  по-прежнему не содержат чашек и крышек надлежащего размера. Наша цель — подобрать такие  $\varphi$  и  $\psi$ , чтобы  $\varphi(\mathcal{A}) \cap \psi(\mathcal{B}) = \emptyset$  и чтобы в множестве  $C = \varphi(\mathcal{A}) \cup \psi(\mathcal{B})$  не появилась ни  $k$ -чашка, ни  $l$ -крышка. Если мы цель реализуем, то получим (ср. раздел «Об одном комбинаторном тождестве»)

$$|C| = |\mathcal{A}| + |\mathcal{B}| = F(k-1, l) - 1 + F(k, l-1) - 1 = F(k, l) + 1 - 2 = F(k, l) - 1,$$

и все будет в порядке.

Мы выберем  $\varphi$  и  $\psi$  так, чтобы выполнялись следующие два условия:

1. Любая точка из множества  $\psi(\mathcal{B})$  имеет большее значение координаты  $x$ , нежели любая точка из множества  $\varphi(\mathcal{A})$ .

2. Угловой коэффициент любой прямой, проходящей через точку из  $\varphi(\mathcal{A})$  и точку из  $\psi(\mathcal{B})$ , больше, чем у любой прямой, проходящей через пару точек из  $\varphi(\mathcal{A})$  или пару точек из  $\psi(\mathcal{B})$ .

Ясно, что такой выбор легко осуществим (первое достигается параллельным переносом, второе — сжатием вдоль оси ординат, ведь и двигать, и «плющить» множества мы вольны по отдельности). И понятно в то же время, что за счет указанных условий каждая чашка из  $\varphi(\mathcal{A})$  (ее размер по определению не превосходит  $k-2$ ) может быть расширена не более чем одной точкой из  $\psi(\mathcal{B})$  и каждая крышка из  $\psi(\mathcal{B})$  (ее размер по определению не превосходит  $l-2$ ) может быть расширена не более чем одной точкой из  $\varphi(\mathcal{A})$ . Иными словами, ни  $k$ -чашки, ни  $l$ -крышки в  $\varphi(\mathcal{A}) \cup \psi(\mathcal{B})$  в самом деле нет. Построение  $\mathcal{F}(k, l)$  завершено, и мы

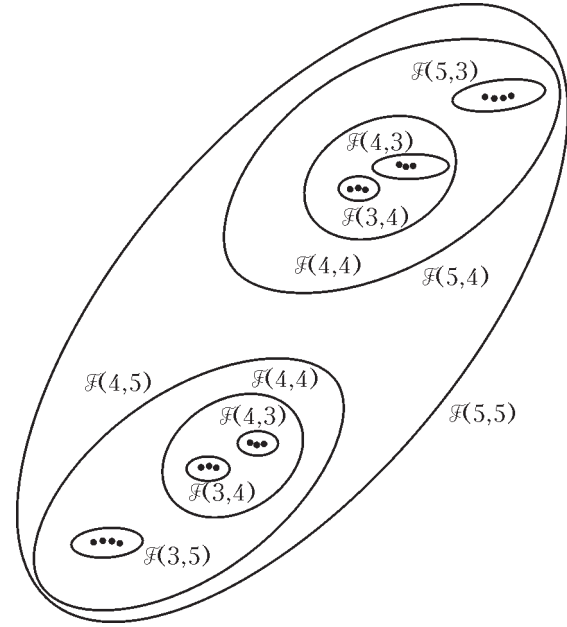


Рис.15. Процесс построения  $\mathcal{F}(k, l)$

лишь для пушей наглядности приводим на рисунке 15 процесс построения  $\mathcal{F}(k, l)$  вплоть до  $k = l = 5$ .

Вернемся к построению примера множества размера  $2^{n-2}$  без выпуклых  $n$ -угольников. Поскольку его формальное описание довольно муторное, попробуем сразу создать интуицию с помощью картинки. На рисунке 16 изображены конструкции для  $n = 4, 5, 6$ . А именно, это совокупности точек, как бы нанизанных на своеобразные дуги (случай  $n = 4$  соответствует левой, самой короткой, дуге, точки для случая  $n = 5$  расположены на средней дуге, а случай  $n = 6$  показан справа). При этом группировки точек на дугах тоже не с потолка взяты. Для левой они суть (сверху вниз)  $\mathcal{F}(4, 2)$ ,  $\mathcal{F}(3, 3)$ ,  $\mathcal{F}(2, 4)$ ; для средней —  $\mathcal{F}(5, 2)$ ,  $\mathcal{F}(4, 3)$ ,  $\mathcal{F}(3, 4)$ ,  $\mathcal{F}(2, 5)$ ; для правой —  $\mathcal{F}(6, 2)$ ,  $\mathcal{F}(5, 3)$ ,  $\mathcal{F}(4, 4)$ ,  $\mathcal{F}(3, 5)$ ,  $\mathcal{F}(2, 6)$ . Правда, при  $n = 6$  шесть точек в центре дуги немного слиплись, и все равно закономерность уже почти ясна. Осталось лишь формализовать ее.

Рис.16. Картинки при  $n = 4, 5, 6$

Сперва рассмотрим на координатной плоскости прямой угол, образованный прямыми  $y = x$  и  $y = -x$  (именно тот, который содержит положительную полуось  $x$ , рис.17,а). Затем проведем в этом углу дугу окружности радиуса 1 (рис.17,б). Разделим дугу на  $n-2$  одинаковые дужки точками  $x_0, \dots, x_{n-2}$ , двигаясь сверху вниз (рис.17,в). Иными словами, вектор, идущий из начала координат в  $x_i$ , проходит под углом

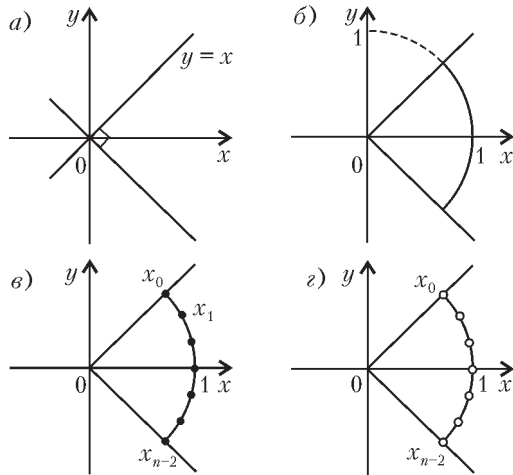


Рис.17. Построение «ожерелья»

$\frac{\pi}{4} - \frac{i\pi}{2(n-2)}$  к оси абсцисс. Наконец, возьмем одинаковые крошечные кружочки с центрами в  $x_0, \dots, x_{n-2}$  и, подобно бусинкам в ожерелье, нанижем их на нашу дугу (рис.17,з). Заметим сразу, что бусинки должны быть настолько мелкими, чтобы любая прямая, проведенная через какие-либо две точки, принадлежащие разным бусинкам, имела угловой коэффициент, по модулю больший единицы (т.е. была скорее «вертикальной», нежели «горизонтальной»).

Теперь рассмотрим множества  $\mathcal{F}(n, 2), \mathcal{F}(n-1, 3), \dots, \mathcal{F}(2, n)$ . Их столько же, сколько бусинок. Сжатыми добьемся, во-первых, того, чтобы каждое из этих множеств без потери своих «чашечно-крышечных» свойств помещалось внутри бусинки, а во-вторых, того, чтобы любая прямая, проходящая через две произвольные точки «уплощенного» множества, имела угловой коэффициент, по модулю не превосходящий единицы (т.е. была скорее горизонтальной, нежели вертикальной). С помощью параллельных переносов загоним сжатый вариант  $\mathcal{F}(n-i+2, i)$  в бусинку с центром в  $x_{i-2}$ ,  $i = 2, \dots, n$ . Обозначим новые множества, сидящие в бусинках, через  $\mathcal{F}(n-i+2, i)$ . Такие множества по-прежнему не содержат  $(n-i+2)$ -чашек и  $i$ -крышек, причем  $|\mathcal{F}(n-i+2, i)| = C_{n-2}^{i-2}$ .

Положим

$$\mathcal{X} = \mathcal{F}(n, 2) \cup \mathcal{F}(n-1, 3) \cup \dots \cup \mathcal{F}(2, n).$$

Ясно, что

$$\begin{aligned} |\mathcal{X}| &= |\mathcal{F}(n, 2)| + |\mathcal{F}(n-1, 3)| + \dots + |\mathcal{F}(2, n)| = \\ &= C_{n-2}^0 + C_{n-2}^1 + \dots + C_{n-2}^{n-2} = 2^{n-2}. \end{aligned}$$

Понятно, к чему идет дело? Ну, разумеется, нам остается лишь проверить, что любое подмножество  $\mathcal{Y}$  в множестве  $\mathcal{X}$ , элементы которого служат вершинами выпуклого многоугольника, имеет размер, не превышающий  $n-1$ .

Возможны два варианта. Первый вариант состоит в том, что  $\mathcal{Y}$  целиком сидит в одной из бусинок, т.е. при некотором  $i$  имеем  $\mathcal{Y} \subset \mathcal{F}(n-i+2, i)$ . Но в этом случае

$\mathcal{Y}$  не содержит ни  $(n-i+2)$ -чашки, ни  $i$ -крышки, а значит,

$$|\mathcal{Y}| \leq (i-1) + (n-i+2-1) - 2 = n-2.$$

Таким образом, мы вынуждены обратиться ко второму варианту, в рамках которого множество  $\mathcal{Y}$  имеет непустое пересечение сразу с несколькими бусинками. Обозначим через  $a$  и  $b$  номера самой «верхней» и самой «нижней» из этих бусинок. Благодаря махинациям с углами наклона прямых, которые мы с самого начала осуществили, множество точек из  $\mathcal{Y}$  в верхней бусинке порождает крышку, а множество точек из  $\mathcal{Y}$  в нижней бусинке – чашку, причем для любого  $i$  между  $a$  и  $b$  в бусинке  $\mathcal{F}(n-i+2, i)$  сидит не более одной точки из  $\mathcal{Y}$ . Следовательно, «сверху» у  $\mathcal{Y}$  не больше  $a-1$  точек, «снизу» – не больше  $n-b+1$  точек, а в промежутке – не больше  $b-a-1$  точек. Итого,

$$|\mathcal{Y}| \leq (a-1) + (n-b+1) + (b-a-1) = n-1.$$

Фуф, построили пример.

### Расстаемся, но не совсем

Мы уже весьма далеко продвинулись на пути к пониманию задачи Эрдеша – Секереша, но путь пройден едва ли наполовину. Сейчас самое время передохнуть, осознать прочитанное и с новым энтузиазмом вернуться в одном из ближайших номеров журнала к покорению вершин нашей замечательной науки. В общем, сказка не окончена: *продолжение следует*.

### Список литературы

1. И.М.Яглом, В.Г.Болтянский. *Выпуклые фигуры*. – М.: Гостехиздат, 1951.
2. P.Erdős, G.Szekeres. *A combinatorial problem in geometry*. – Compositio Math., 2 (1935), 463–470.
3. P.Erdős, G.Szekeres. *On some extremum problems in elementary geometry*. – Ann. Univ. Sci. Budapest Eötvös Sect. Math., 3–4 (1961), 53–62.
4. G.Szekeres, L.Peters. *Computer solution to the 17-point Erdős-Szekeres problem*. – ANZIAM J., 48 (2006), 151–164.
5. F.P.Ramsey. *On a problem of formal logic*. – Proc. London Math. Soc. Ser. 2, 30 (1930), 264–286.
6. М.Холл. *Комбинаторика*. – М.: Мир, 1970.
7. Р.Грэхэм. *Начала теории Рамсея*. – М.: Мир, 1984.
8. А.М.Райгородский, *Вероятность и алгебра в комбинаторике*. – М.: МЦНМО, 2008.
9. [http://en.wikipedia.org/wiki/Ramsey's\\_theorem](http://en.wikipedia.org/wiki/Ramsey's_theorem).
10. S.Radziszowski. *Small Ramsey numbers*, <http://www.combinatorics.org/Surveys/ds1/sur.pdf>.
11. Н.Я.Виленкин, А.Н.Виленкин, П.А.Виленкин. *Комбинаторика*. – М.: МЦНМО, 2006.
12. Г.М.Фихтенгольц. *Курс дифференциального и интегрального исчисления*. – М. – Ижевск: Физматлит, 2003.
13. М.В.Волков, Н.Н.Силкин. *Кого послать на Марс?* – «Квант», №8, 1988.



# ЭТОТ ТАИНСТВЕННЫЙ СЛЫШИМЫЙ МИР

Е. СОКОЛОВ

**Х**ОРОШО ТИХИМ АВГУСТОВСКИМ ВЕЧЕРОМ СИДЕТЬ на высоком крутом берегу Оки и наблюдать за окружающим миром. Дневная жара уже спала, пахнет скошенной травой, в косых солнечных лучах роится мошкара, мысли уносятся далеко-далеко...

И вот однажды, когда я в таком благостном настроении любовался закатом, я услышал над своей головой шум самолетного мотора. Некоторое время я смотрел на тучку, из-за которой слышался звук, но самолет не появлялся. И вдруг краем глаза я заметил, что самолет промелькнул в просвете между облаками, но совсем не в том месте, где я ожидал (рис.1).

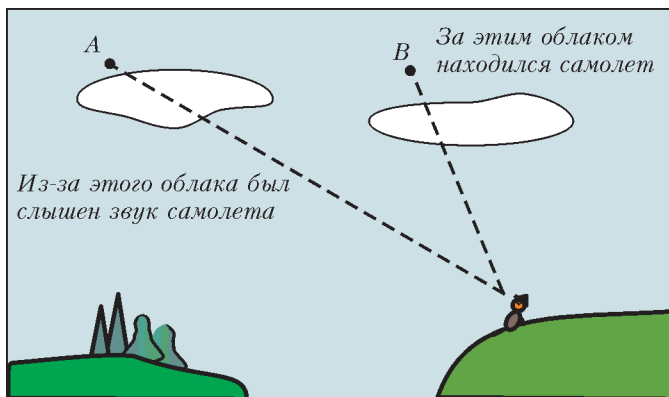


Рис. 1

«Да, дал маху! – подумал я. – Конечно, можно было бы легко сообразить, что точка, в которой мы видим самолет, и точка, в которой мы слышим самолет, – это совсем разные точки. Ведь пока звук дойдет до нас из точки *A*, самолет уже сместится в точку *B*».

За ужином я рассказал об этом казусе своим подопечным – участникам летнего школьного лагеря – в качестве примера того, что в любом, даже простом, деле следует применять логическое мышление, а не полагаться лишь на привычку.

А через некоторое время родился первый Главный вопрос. Как всегда, начал Александр.

– Интересно получается: то, что мы видим, и то, что мы слышим, – это совсем разные вещи. Тогда откуда вытекает, что Мир, который мы видим, и Мир, который мы слышим, – это совсем непохожие Миры!?

– Ну и что, подумаешь, – вмешалась Татьяна. – Мы-то живем, полагаясь на зрение.

– А кто вчера заблудился в молодняке и, если бы не

прошел поезд, до сих пор блуждал бы по лесу? А ведь до железной дороги было всего 50 метров. Только вот ничего видно не было, а слышно было поезд хорошо.

– И в океане даже в чистой воде ничего не рассмотришь дальше 20 метров. Если бы не звуковые сонары, подводные лодки заходили бы в чужие порты, как к себе домой. А дельфины? А кашалоты? А летучие мыши?

– Итак, подведем итог, – вмешался в спор я. – Все согласны, что слышимый мир может быть настолько же важным и полезным, как и видимый мир? А если так, то давайте выясним, как же устроен этот таинственный слышимый мир. Для этого нам понадобится совсем немного: одна формула и логическое мышление.

## Первая формула и логическое мышление

Начнем, как обычно, с разумных упрощений.

Пусть на некоторой планете Ялмез, плоской как стол, нет ни гор, ни лесов, ни облаков, от которых мог бы отражаться звук, а есть лишь наблюдатель, находящийся в точке *H*, и самолет, летящий по прямой с постоянной скоростью *v* на высоте *h* (рис.2). За ноль отсчета времени мы примем момент, когда самолет будет находиться прямо над наблюдателем. При таком выборе закон движения самолета будет иметь вид

$$x_c(t) = vt.$$

Летящий самолет будет теперь для нас просто источником звука, который порождается вибрирующими в работе деталями мотора и турбулентными реактивными струями и распространяется во все стороны со скоростью звука *c*. Наблюдатель, которого лучше, по примеру подводников, назвать слухачом, внимательно вслушивается в приходящий к нему гул самолета, а мы приступаем к выяснению того, что же он слышит.

Нашу главную рабочую формулу мы получим, если переведем на математический язык уже сказанные выше слова: «пока звук дойдет до нас из точки *A*, самолет уже сместится в точку *B*». Сделаем это так. Пусть самолет в момент времени *τ* находится в точке *A* с координатой  $x_c = v\tau$ . Звук, излученный в этот момент, начинает распространяться во все стороны.

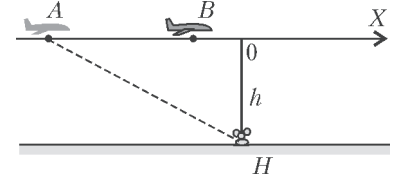


Рис. 2



Чтобы дойти до наблюдателя, ему надо пройти расстояние  $\sqrt{x_c^2 + h^2}$ , для чего ему потребуется время  $\Delta t = \sqrt{x_c^2 + h^2}/c$ . Поэтому момент времени излучения звука  $\tau$  и момент времени  $t$ , когда слушач услышит пришедший к нему звук, связаны следующей формулой:

$$t = \tau + \frac{\sqrt{x_c^2 + h^2}}{c} = \tau + \frac{\sqrt{v^2\tau^2 + h^2}}{c}. \quad (1)$$

Это и есть та формула, которая позволит нам разобраться с летающими самолетами, если, конечно, нас не подведет логическое мышление.

– Вы нас так предупреждаете о логическом мышлении, что можно подумать, будто нас ждет что-то страшное. Но, честно скажу, формула (1) лично мне не кажется ужасно сложной.

– Конечно, наша формула совсем не страшная, хотя из нее мы сейчас будем получать и более громоздкие формулы. Дело здесь в другом – не запутаться в похожих терминах. Смотрите,  $v$  – это...

– Скорость самолета.

– Правильно. А с...

– Скорость звука.

– Верно. А теперь времена (точнее – моменты времени, но оставим так для краткости)  $\tau$  и  $t(\tau)$ .

– Первое – это время, когда был излучен звук, а второе – это время, когда этот звук услышал наблюдатель. Причем можно говорить о зависимости времени прихода  $t(\tau)$  от времени излучения  $\tau$ , а можно, наоборот, найти из первой формулы, как  $\tau$  зависит от  $t$ :

$$\tau = t + \frac{v^2 t - \sqrt{c^2 v^2 t^2 + (c^2 - v^2) h^2}}{c^2 - v^2}, \quad (2)$$

и говорить о том, в какой момент  $\tau(t)$  был излучен звук, пришедший в момент  $t$  к наблюдателю.

**Упражнение 1.** Получите из формулы (1) формулу (2). Для этого вам придется решить квадратное уравнение и выбрать нужный корень.

– Ну что же, пока вы не запутались. Молодцы! Но тогда вот вам два последних похожих термина: координата самолета  $x_c$  и координата звукового изображения самолета  $x_{из}$  – я имею в виду точку  $A$  на траектории самолета, из которой к слушачу приходит звук в момент времени  $t$ . (Разумеется, было бы правильнее термин «звуковое изображение» писать в кавычках.) Ответьте на такой вопрос: если на часах слушача время  $t$ , то чему равны в этот момент координата самолета  $x_c$  и координата звукового изображения  $x_{из}$ ? Вот и задумались. Смелей! Возможно, вам поможет следующее упражнение-подсказка.

**Упражнение 2.** Какие фразы определяют одну и ту же точку: а) точка, в которой был излучен пришедший в данный момент к слушачу звук; б) точка, в которой в данный момент находится звуковое изображение; в) точка, в которой в данный момент находится самолет; г) точка, в которой находился самолет в тот момент, когда был излучен звук, который сейчас слышит слушач?

– Мы подумали и решили, что

$$x_c = vt, \quad x_{из} = v\tau(t).$$

– Правильно!

А теперь будем строить графики, иллюстрирующие полученные нами формулы. На рисунке 3 представлено, как время прихода звука  $t(\tau)$  зависит от времени излучения  $\tau$ , т.е. «изображена» формула (1). Этот график мы построили по трем точкам. В качестве первой точки мы взяли самую простую точку  $\tau = 0$ . Для нее формула дает  $t = h/c$ . В качестве второй взята «точка»  $\tau \rightarrow +\infty$ , когда самолет удалится очень-очень далеко от слушача. Для нее

$$t = \tau + \frac{\sqrt{v^2\tau^2 + 0}}{c} = \left(1 + \frac{v}{c}\right)\tau.$$

– А я и без вычислений могу получить эту формулу! Ведь если самолет очень-очень далеко, то такую «мелочь», как высоту  $h$ , можно не замечать и считать, что слушач стоит прямо на траектории самолета. А в этом случае все получается очень просто без корней и теоремы Пифагора. Если самолет летел вправо время  $\tau$ , то звук будет идти обратно до слушача еще время  $\Delta t = \frac{v}{c}\tau$  и придет к слушачу в момент времени

$$t = \tau + \frac{v}{c}\tau = \left(1 + \frac{v}{c}\right)\tau$$

– Отлично! Покажите сами, что для третьей «точки»  $\tau \rightarrow -\infty$  (самолет еще очень-очень далеко от слушача) получается

$$t = \left(1 - \frac{v}{c}\right)\tau.$$

Этих трех «точек» уже достаточно, чтобы построить график. А если есть какие-нибудь сомнения, то можно уточнить детали графика с помощью компьютера. Главное в этом графике другое: для каждого момента  $t_1$  найдется свой момент  $\tau_1$ . На обычном языке это означает, что в каждый момент времени  $t_1$  слушач слышит шум самолета, «видит» звуковой образ. Это тот звук, который был излучен в момент времени  $\tau_1 = \tau(t_1)$  в точке с координатой  $x_{из} = v\tau(t_1)$ .

– Точно, вчера мы слышали шум трактора в лесу задолго до того, как он показался на опушке. Думали, что он здесь делает, оказалось – срубленные деревья вывозил из леса.

**Упражнение 3.** Где находится звуковое изображение самолета, когда сам самолет находится над слушачом? А где находился самолет, когда звуковое изображение самолета находилось над слушачом?

Второй полезный факт, который мы можем извлечь из построенного графика, это то, что он нам практически дает график зависимости координаты изображения

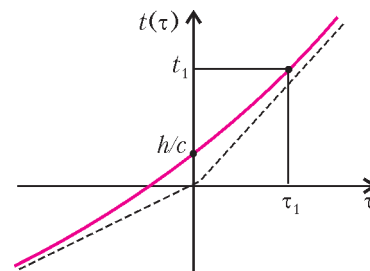


Рис. 3

от времени – оно просто пропорционально  $\tau(t)$ :

$$x_{\text{из}} = v\tau(t) = v \left( t + \frac{v^2 t - \sqrt{c^2 v^2 t^2 + (c^2 - v^2) h^2}}{c^2 - v^2} \right).$$

Единственное – оси надо поменять местами. Получаем рисунок 4, на котором заодно с координатой звукового изображения  $x_{\text{из}}$  (красная линия) представлена и координата самолета  $x_c = vt$  (синяя линия).

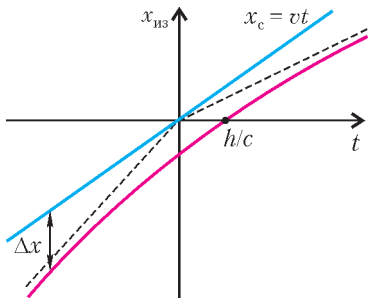


Рис. 4

– Смотрите, получается, что звуковое изображение самолета движется неравномерно! Сначала расстояние  $\Delta x$  между изображением и самим самолетом сокращается, а затем увеличивается.

– Да, в слышимом мире изображения равномерно движущихся предметов движутся неравномерно, с ускорением. Найти скорость изображения можно стандартным путем – по определению, вычислив производную от  $x_{\text{из}}(t)$  по времени  $t$ :

– Да, в слышимом мире изображения равномерно движущихся предметов движутся неравномерно, с ускорением. Найти скорость изображения можно стандартным путем – по определению, вычислив производную от  $x_{\text{из}}(t)$  по времени  $t$ :

$$v_{\text{из}} = x'_{\text{из}} = v\tau'(t) = \frac{c^2}{c^2 - v^2} v \left( 1 - \frac{v^2 t}{\sqrt{c^2 v^2 t^2 + (c^2 - v^2) h^2}} \right).$$

График скорости изображения приведен на рисунке 5 (красная линия). Для наших восьмиклассников объясню две главные особенности этого графика попроще, без производных.

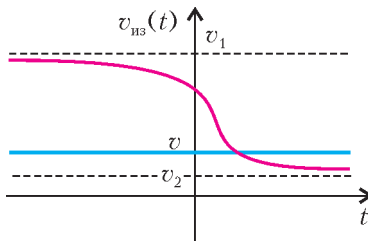


Рис. 5

Когда самолет находится еще очень далеко от нас ( $\tau \rightarrow -\infty$ ), мы с очень хорошей точностью можем записать

$$t = \left( 1 - \frac{v}{c} \right) \tau, \quad x_{\text{из}} = v\tau(t) = \frac{v}{1 - \frac{v}{c}} t.$$

Вы видите, что здесь изображение движется равномерно со скоростью, большей скорости самолета:

$$v_1 = \frac{v}{1 - \frac{v}{c}}.$$

Изображение пытается догнать самолет!

– А что будет в другом предельном случае, когда самолет уже улетит далеко-далеко от нас?

– А там

$$t = \left( 1 + \frac{v}{c} \right) \tau, \quad x_{\text{из}} = v\tau(t) = \frac{v}{1 + \frac{v}{c}} t \quad \text{и} \quad v_2 = \frac{v}{1 + \frac{v}{c}}.$$

Скорость изображения меньше скорости самолета, изображение неотвратно отстает от самолета!

**Упражнение 4.** Чему равна скорость изображения в тот момент, когда расстояние между ним и самолетом минимально? А чему равно это минимальное расстояние?

Мы уже почти полностью составили картину происходящего и можем нарисовать «кинолентку» всех событий. Только, для того чтобы рисунки получились интереснее, предлагаю снабдить наш слышимый мир еще и цветом. Вы знаете, почему мы видим предметы разноцветными? Это связано с тем, что приходящие к нам световые колебания имеют разные частоты. На рисунке 6 мы изобразили цвета радуги и указали, какая частота какому цвету соответствует.

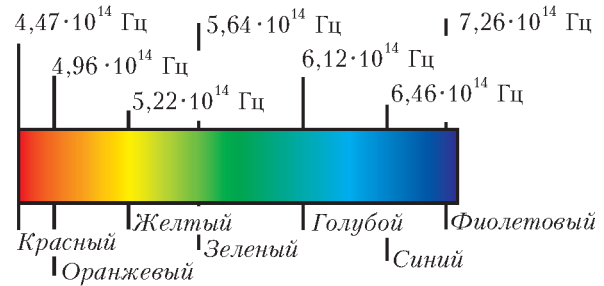


Рис. 6

– Но у нас-то один самолет и одна частота излучаемых колебаний!

– Да, частота испускаемого самолетом звука одна и та же (это – разумное упрощающее предположение), но вот слушач слышит звуки разных частот, в зависимости от положения звукового изображения. Изменение частоты звука в зависимости от движения источника известно в физике как эффект Доплера. Я думаю, что каждый из вас неоднократно наблюдал его в жизни. Например, когда мимо нас проносится на большой скорости настоящий байкер, звук мотоциклетного мотора меняет свой тон от пронзительно высокого, когда байкер приближается к нам, до низкого, когда он удаляется от нас. Вот так же изменяется и тон шума самолетного мотора, который слышит наш слушач. Давайте сделаем соответствующий расчет. Только сначала – небольшое замечание. Если я три раза ударю по столу, сколько ударов услышит Александр?

– Конечно, три.

– А сколько ударов услышит Татьяна?

– Тоже три.

– Итак, общий вывод: где бы ни находился слушач, он всегда услышит одно и то же количество ударов, возгласов, колебаний и т.п.

Ну, а теперь обозначаем частоту излучаемого самолетом звука через  $\nu_0$  и начинаем рассуждать. Пусть за небольшой промежуток времени  $\Delta\tau = \tau_2 - \tau_1$  самолет излучит звуковую волну, содержащую  $N = \nu_0 \Delta\tau$  колебаний. Этот звуковой сигнал придет и к наблюдателю, и он тоже насчитает в нем  $N$  колебаний, только слышать он будет этот сигнал в течение другого промежутка времени, а именно  $\Delta t = t(\tau_2) - t(\tau_1)$ . Поэтому он воспримет пришедший сигнал как звук уже другой частоты

$$\nu = \frac{N}{\Delta t} = \nu_0 \frac{\Delta\tau}{\Delta t}.$$

Это и есть формула Доплера. Отношение  $\Delta\tau/\Delta t$  можно сделать более удобным, если домножить числитель и знаменатель на скорость самолета:

$$\frac{\Delta\tau}{\Delta t} = \frac{v}{v} \frac{\Delta\tau}{\Delta t} = \frac{1}{v} \frac{\Delta(v\tau)}{\Delta t} = \frac{1}{v} \frac{\Delta x_{\text{из}}}{\Delta t} = \frac{v_{\text{из}}}{v}.$$

Тогда формула для слышимой частоты принимает очень красивый вид:

$$v = v_0 \frac{v_{\text{из}}}{v}.$$

Чем больше скорость изображения, тем выше приходится звук. И график изменения частоты в зависимости от времени (рис.7) полностью совпадает с графиком скорости изображения. Когда самолет летит на нас, частота звука увеличивается, а когда он пролетел мимо и улетает от нас — уменьшается. Поэтому давайте раскрашивать наши звуковые изображения так, чтобы их цвет соответствовал частоте слышимого звука. Для самой высокой частоты  $v_1 = v_0 \frac{1}{1 - v/c}$  выберем зеленый цвет, а для самой низкой частоты  $v_2 = v_0 \frac{1}{1 + v/c}$  — красный. Теперь у нас получается следующая «кинокартина» происходящего (рис. 8). Зеленый-зеленый звуковой

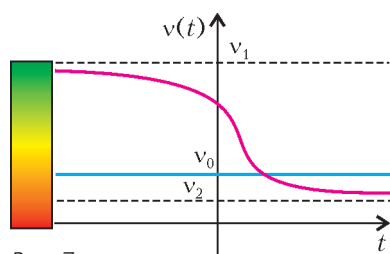


Рис. 7

происходящего (рис. 8). Зеленый-зеленый звуковой

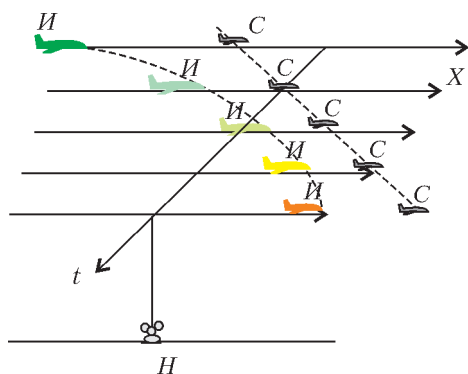


Рис. 8

самолет (И) с большой скоростью преследует безмятежно летящий маленький обычный самолетик (С). Он приближается все ближе и ближе и почти догоняет его, когда «пролетает» над наблюдателем. Звуковой самолет почти готов проглотить обычный самолетик, но силы покидают его. Скорость его уменьшается, и он начинает отставать. Его цвет становится желтым, затем оранжевым, а потом на небе остается лишь маленькая красная точка.

Разговор был окончен. Все заворуженно смотрели, как на экране ноутбука снова и снова разыгрывалась драма жизни разноцветного звукового образа. И тут родился второй Главный вопрос.

— А что если самолет сверхзвуковой?

— Если самолет сверхзвуковой, то в слышимом мире разворачиваются такие события, которые не сможет сочинить даже искусный фантазер. Но нам по силам разобраться со всем и в этом случае, если мы будем опираться на формулы. Формулы у нас все готовы, только давайте введем для упрощения записи новое обозначение:

$$M = \frac{v}{c}.$$

В честь австрийского ученого Эрнста Маха, это число называется числом Маха. Для дозвуковых скоростей ( $v < c$ ) оно меньше единицы, а для сверхзвуковых скоростей — больше единицы. Современные истребители, например, летают на скоростях, для которых  $M = 2 - 4$ , а для метеоритов, влетающих в нашу атмосферу с космическими скоростями,  $M > 10$ .

### Число Маха и новые формулы

Итак, формула (1) теперь принимает вид

$$t = \tau + \sqrt{M^2\tau^2 + \frac{h^2}{c^2}}.$$

Число  $M$  в нашем случае больше единицы, поэтому качественно изменяется график зависимости  $t(\tau)$  — он показан на рисунке 9. Заметили разницу?

— Да, здесь в отрицательной области асимптота идет уже во втором квадранте.

— А теперь самое главное. Летящий мимо слушача самолет излучает звук во все моменты времени от  $\tau \rightarrow -\infty$  до  $\tau \rightarrow +\infty$ , а вот всегда ли слышит этот звук слушач?

— Нет, не всегда. На графике (см. рис.9) видно, что для всех  $\tau$  время прихода звука к слушачу  $t(\tau)$  больше, чем некоторое  $t_1$ .

— Ясно, ведь  $t_1$  — это тот первый момент, когда слушач услышит звук, т.е. увидит звуковое изображение самолета.

— Да, а после этого момента он будет видеть два изображения, ведь теперь для каждого  $t$  будет уже два корня:  $\tau_{\text{лев}}$  и  $\tau_{\text{пр}}$ . Мы уже выражали время излучения  $\tau$  через время прихода звука  $t$ . Используя число Маха, для корней теперь можем записать

$$\tau_{\text{лев}} = \frac{1}{M^2 - 1} \left( -\sqrt{M^2 t^2 - \frac{(M^2 - 1)h^2}{c^2}} - t \right),$$

$$\tau_{\text{пр}} = \frac{1}{M^2 - 1} \left( +\sqrt{M^2 t^2 - \frac{(M^2 - 1)h^2}{c^2}} - t \right).$$

Эти формулы позволяют найти тот первый момент, когда слушач услышит звук. В этот момент оба корня совпадают, т.е. подкоренное выражение (дискриминант)

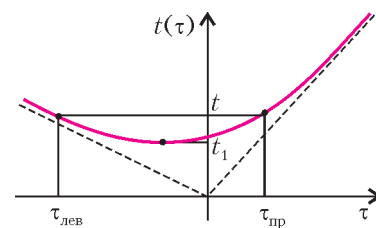


Рис. 9

нант квадратного уравнения) обращается в ноль:

$$M^2 t^2 - \frac{(M^2 - 1)h^2}{c^2} = 0.$$

Отсюда получаем выражение для момента первоначальной вспышки:

$$t_1 = \frac{h}{c} \sqrt{1 - \frac{1}{M^2}}.$$

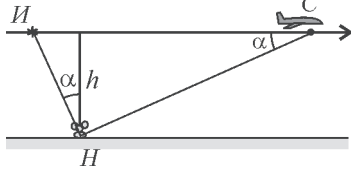


Рис. 10

(рис.10) для момента  $t_1$  прямоугольный и что угол  $\alpha$  при вершине  $C$  есть угол Маха, т.е.  $\sin \alpha = 1/M$ .

**Упражнение 6.** Докажите это.

– Итак, мы готовы построить «кинокартину» того, что происходит в слышимом мире при пролете сверхзвукового самолета (рис.11). Сначала весь слышимый мир погружен во тьму. Ничего не видно слухачу в

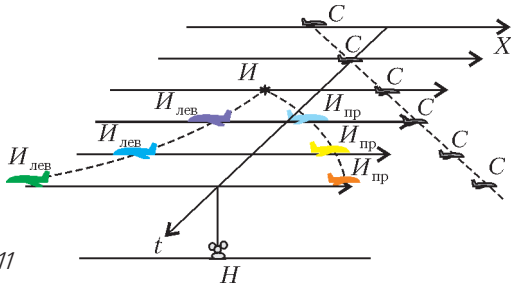


Рис. 11

ночном небе. И вдруг в момент времени  $t_1$  под некоторым углом  $\alpha$  к вертикали он скорее чувствует, чем видит в небе ярчайшую вспышку. Ее цвет находится на пределе восприятий слухача. Она даже не голубая и не фиолетовая, а ультрафиолетовая или даже рентгеновская. Через мгновение это световое пятно распадается на два образа – один из них, голубого цвета, летит с громадной скоростью вправо, другой, сине-фиолетовый, с еще большей скоростью летит влево. Со временем движение этих образов замедляется, как если бы между ними действовала сила притяжения, тормозящая их разлет. Скорость левого образа постепенно спадет до  $v_1 = cM/(M - 1) = c/(1 - \sin \alpha)$ . Летящий вправо образ затормозится еще сильнее – до скорости  $v_2 = cM/(1 + M) = c/(1 + \sin \alpha)$ , меньшей скорости звука. Изменяются и цвета образов. Правый из синего превращается в зеленый, потом он станет желтым, оранжевым и в конце концов превратится в маленькую красную точку в правой половине горизонта, а слева от наблюдателя будет слабо мерцать маленькая зеленоватая звездочка.

– Здорово! А только как вы узнали о скоростях и частотах звуковых образов?

– Во-первых, мы уже вычисляли скорость звукового изображения. Если чуть-чуть модернизировать полу-

ченную нами ранее формулу, чтобы она годилась для обеих корней (заменить знак «-» перед корнем на знак «+»), и использовать число Маха, то в нашем распоряжении окажутся такие формулы:

$$v_{из} = x'_{из} = v\tau'(t) = \frac{cM}{M^2 - 1} \left( \pm \frac{Mt}{\sqrt{t^2 - t_1^2}} - 1 \right).$$

Графики этих скоростей (синие линии) изображены на рисунке 12. Видно, что в момент первоначальной вспышки скорости обоих звуковых образов бесконечно велики.

Впрочем, это можно установить проще – внимательно посмотрев на рисунок 9. Только для этого следует представить начало формулы для скорости изображения следующим образом:

$$v_{из} = x'_{из} = v\tau'(t) = v \frac{\Delta\tau}{\Delta t} = \frac{v}{(\Delta t / \Delta\tau)} = \frac{v}{t'(\tau)}.$$

Смотрите, скорость изображения тем больше, чем меньше значение производной  $t'(\tau)$ . А производная, как известно, равна тангенсу угла наклона касательной к графику. В точке минимума функции  $t(\tau)$  (в точке первоначальной вспышки) касательная к графику горизонтальна, тангенс угла наклона равен нулю, и поэтому получается, что скорость изображения в этот момент бесконечно велика. Дальше наклон обеих ветвей графика растет, постепенно приближаясь к наклонной асимптот. Поэтому и скорости изображений постепенно уменьшаются, приближаясь к своим предельным значениям.

Что касается цветов, которые мы приписываем звуковым изображениям, то мы договорились выбирать их согласно слышимой слухачом частоте, а она (мы показали это) прямо пропорциональна скорости изображения. Поэтому чем больше скорость, тем больше должна быть частота и тем «голубей» должен быть цвет изображения звукового образа на нашем рисунке. Если для предельной частоты правого изображения

$v_2 = \frac{v_0}{1 + M}$  мы раньше выбрали красный цвет, а для частоты левого изображения  $v_1 = \frac{v_0}{M - 1}$  – зеленый, то

те очень быстрые изображения, которые появляются в момент первоначальной вспышки, мы должны рисовать синими, голубыми или даже фиолетовыми. А формулы для  $v_1$  и  $v_2$  мы выразили через угол  $\alpha$  потому, что в слышимом мире главной наблюдаемой величиной является не число Маха  $M$ , а угол  $\alpha$  (мы отсчитываем его от вертикали), под которым слухач слышит первоначальную вспышку.

– А почему вы рисовали звуковые образы разных размеров?

– Этим я пытался отобразить то, что слышимая мощность самолета тоже изменяется со временем. Смот-

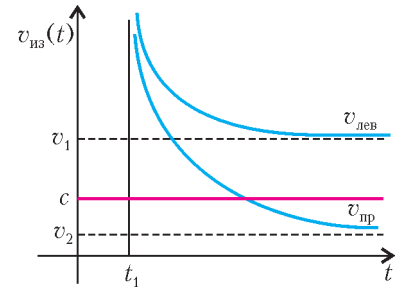


Рис. 12



рите, пусть мощность излучения звука равна  $P_0$ . Это означает, что за некоторое время  $\Delta\tau$  самолет излучит звуковую энергию, равную  $\Delta E = P_0 \Delta\tau$ . Энергия звуковых колебаний вместе со звуком будет распространяться во все стороны, и часть ее попадет в ухо слушателя. Только – внимание! – эту излученную за время  $\Delta\tau$  энергию слушач будет принимать в течение уже другого промежутка времени, а именно  $\Delta t = t(\tau_2) - t(\tau_1)$ . Поняли, что это означает?

– Это означает, что слышимая мощность самолета будет равна

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{P_0 \Delta\tau}{\Delta t} = P_0 \frac{v_{\text{из}}}{v}.$$

Такую мощность должен был бы иметь неподвижный самолет, чтобы так же громко звучать для слушателя, как и движущийся. Кстати, формула у нас снова получилась очень простой: как и слышимая частота, слышимая мощность пропорциональна скорости звукового образа.

– Ура! – закричали ребята. Теперь мы можем нарисовать, что происходит в небе слышимого мира для

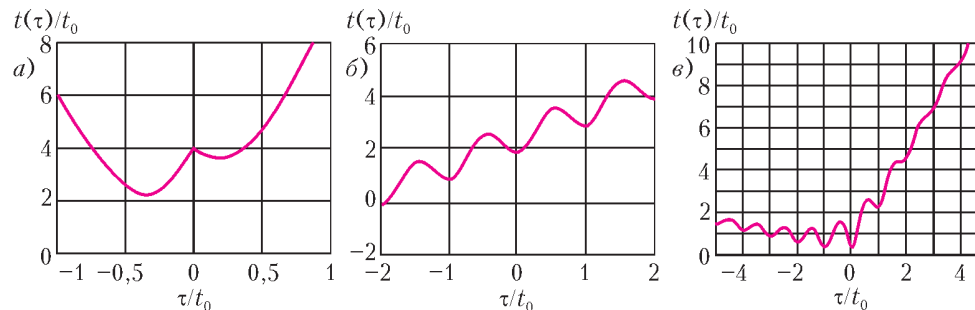


Рис. 13

любого движения самолета! Для этого просто надо построить на экране компьютера график функции  $t(\tau)$ . Точки минимума будут соответствовать появлению двух новых ультрафиолетовых и чрезвычайно быстрых звуковых образов! А точки максимума...

**Упражнение 7.** Закончите фразу.

И мы начали строить различные графики  $t(\tau)$  (точнее,  $t(\tau)/t_0$ , где  $t_0 = h/c$ ) для сверхзвуковых самолетов. Мы рассмотрели сверхзвуковой самолет, выполняющий резкий поворот (рис.13,а), кружащий над наблюдателем (рис.13,б) и движущийся по винтовой линии (рис.13,в). На экране компьютера появлялись все более и более сложные разноцветные образы...

## НОВОСТИ НАУКИ

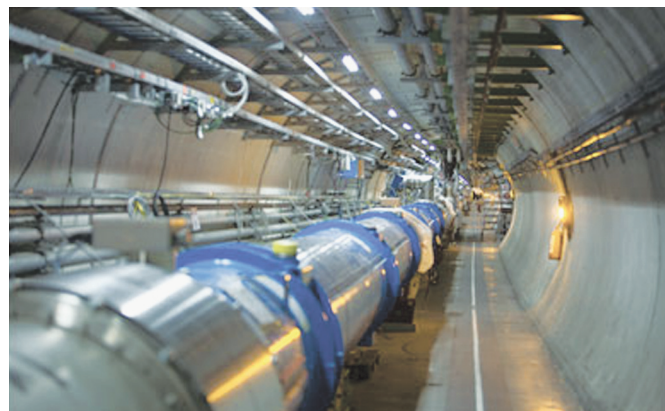
### УСТРОИТЕЛИ СТОЛКНОВЕНИЙ

(к грядущему запуску Большого адронного коллайдера)

Collider – новое в английском языке существительное от глагола collide, т.е. сталкиваться. Перевести его можно как «то, что сталкивает», или «устроитель столкновений». В начале (лет пятьдесят назад) эти устройства имели более длинное название – ускорители заряженных частиц на встречных пучках. Сегодня все говорят просто – коллайдеры.

Столкновения встречных пучков частиц гораздо выгоднее, чем удары ускоренных частиц по неподвижной мишени. Это определяется законом сохранения импульса. При ударе по неподвижной мишени значительная часть кинетической энергии уйдет на придание импульса продуктам столкновения, а на преобразования, например на рождение новых частиц, останется ее малая часть. При встречном ударе эта доля – так называемая светимость коллайдера – значительно больше. Конечно, эта идея была ясна многим физикам, занимавшимся изучением элементарных частиц. Но в начале ускорительной эры главной задачей было само ускорение частиц, а в круговых ускорителях – еще и создание мощных магнитных полей, обеспечивающих движение по кругу. И уж затем инженеры-физики взялись за решение задачи обеспечения точности траекторий частиц, которая позволила бы столкнуться двум летящим навстречу крошечным объектам.

Началось научное состязание ученых и инженеров разных стран. В 1954 году 12 стран основали Европейский совет по ядерным исследованиям – ЦЕРН, базирующийся в Женеве. К сожалению, «холодная война» долго не позволяла нашей стране участвовать в крупных международных проектах –



нашим ученым приходилось действовать в одиночку. И тем не менее, именно у нас в конце 60-х годов прошлого века в Протвино вступил в строй самый мощный в то время ускоритель с энергией ускоряемых протонов до 80 ГэВ. В 80-е годы заработали протон-антипротонные коллайдеры в ЦЕРНе – с энергией частиц до 400 ГэВ и в Фермиевской национальной лаборатории близ Чикаго – с энергией до 1000 ГэВ, т.е. до 1 ТэВ, при которой скорости частиц отличаются от скорости света всего лишь на 0,00005%. Стало возможным проектировать эксперименты по проверке создаваемой теории фундаментальных частиц. И эта теория – так называемая стандартная модель – проверку выдержала. Были изучены параметры ряда предсказанных теорией частиц, например W- и Z-бозонов. Основной трудностью этих экспериментов было создание сфокусированных пучков антипротонов.

Однако к концу 80-х годов выяснилось, что для завершения проверки стандартной модели и ряда других возникших проблем необходимы энергии частиц на порядок больше – до 10 ТэВ. Начался очередной этап гонки за энергиями. В США проектировался суперколлайдер, было даже начато его строительство, но в 2002 году государственное финансирование было прекращено. И наоборот, в ЦЕРНе 16 декабря 1994 года было принято решение о создании нового коллайдера. В 1999 году началось его строительство, облегчаемое тем, что огромный туннель уже был сооружен – в нем размещался электрон-позитронный ускоритель. Родилось и название нового прибора – Большой адронный коллайдер, сокращенно БАК. Определилась и приблизительная стоимость – 4 миллиарда евро. Началось и успешно происходило финансирование, в котором приняли участие 20 европейских стран. Наше участие в финансировании было сравнительно небольшим и косвенным – 60 миллионов долларов Объединенному институту ядерных исследований в Дубне для оплаты труда российских (и стран СНГ) ученых, присоединившихся к международному коллективу по созданию приборов, в которых должны анализироваться результаты столкновений частиц. Россия входит в проект как страна-наблюдатель (впрочем, в таком же статусе находятся США и Япония).

Срок ввода в действие БАКа был нарушен – произошло несколько небольших аварий, причиной которых была недооценка «сопромата», т.е. способности материалов выдерживать большие перегрузки. Ожидается запуск коллайдера нынешней осенью.

Основные характеристики коллайдера таковы. Главный туннель, в котором находятся каналы для ускоряющихся частиц, это не просто окружность, а четыре дуги, соединенные прямолинейными участками, где происходит ускорение частиц высокочастотными электрическими полями, уточнение их траектории и встреча частиц. На этих участках расположены детекторы – приборы, анализирующие результаты столкновений. Общая длина туннеля приблизительно 27 км, поперечный размер около 8 км, глубина залегания туннеля порядка 100 м (для ослабления мешающего космического излучения). Туннель находится на границе Швейцарии с Францией, вблизи Женевы. Любопытно, что приливы, вызываемые Луной (они есть не только в океане, но и в земной коре), имеют здесь размах колебаний до 0,5 м, что увеличивает длину туннеля на 1 мм. Тем не менее, потребовался учет этого, казалось бы, чрезвычайно малого эффекта.

БАК – не протон-антипротонный, а протон-протонный коллайдер. Трудности создания узких антипротонных пучков при необходимых энергиях порядка 7 ТэВ были столь велики, что проще оказалось осуществить в туннеле встречное движение протонов в двух отдельных каналах с противоположными направлениями магнитных полей. Вначале протоны ускоряются до небольшой энергии в малом кольце, диаметром порядка 50 м, потом – в кольце диаметром около километра до энергии 0,45 ТэВ. Затем этот поток протонов раздваивается, и два потока по встречным путям направляются в главный туннель, где им предстоит ускорение до 7 ТэВ (или до скорости, составляющей 0,999999991 скорости света). В четырех местах встреч протонов в огромных подземных залах (высотой до 20 метров) установлены детекторы. Один из этих приборов предназначен для изучения столкновений не протонов, а тяжелых ионов – ионов свинца. В детекторах продукты столкновений рождают, в конечном счете, импульсы токов, передающиеся по миллионам проводов в компьютерные устройства, занимающие огромные помещения уже на поверхности. Количество этой информации – петабайты ( $10^{15}$  байт) в секунду. Компьютерные устройства профильтровывают информацию и только наибо-

лее важную, по их мнению, передают в глобальную сеть, объединяющую десятки тысяч компьютеров на трех континентах. Таким образом, БАК – это не просто туннель, а грандиозная фабрика со многими цехами.

Теперь – о характеристиках самого эксперимента. Протоны будут лететь сгустками. Каждый сгусток – это игла, содержащая  $10^{11}$  частиц и имеющая длину 3 см и толщину 16 мкм (как самый тонкий волос). При пробном запуске по всему туннелю будет ускоряться всего один такой сгусток, а при выходе на рабочий режим – 2808 сгустков. Это означает, что в детекторах будут сталкиваться 600 миллионов игл в секунду.

Для обеспечения движения ускоренных протонов по окружностям необходимы магнитные поля с индукцией до 20 Тл, а в обмотках электромагнитов должны протекать токи силой в десятки тысяч ампер. Такие токи проводники обмоток смогут выдержать только в сверхпроводящем состоянии, для чего необходимо поддержание температуры, лишь немного отличающейся от абсолютного нуля. 60 тонн жидкого гелия будут обеспечивать температуру не выше 1,9 К, но перед этим 10100 тонн жидкого азота понизят температуру до 80 К. Давление в каналах туннеля не должно превышать  $10^{-8}$  Па.

В эксперименте уже участвуют 3000 постоянных научных сотрудников и 6500 приглашаемых ученых. Число инженерно-технического персонала – в несколько раз больше.

И для чего же это все нужно? Ведущие физики не скупятся на эпитеты (не говоря уж об околонуучных журналистах): «это будет что-то грандиозное», «грядущие революции в физике». А конкретнее? Увы, рамки данной статьи не позволяют рассмотреть эти ожидания на серьезном научном уровне, а упрощающая вульгаризация здесь недопустима. Ограничимся лишь перечислением основных намеченных целей эксперимента.

1) Обнаружение и установление некоторых свойств и параметров фундаментальной частицы, называемой бозоном Хиггса. Эта частица совершенно «необходима» в теоретической стандартной модели микромира. Если она все-таки не будет обнаружена, потребуется серьезный пересмотр всей современной физики.

2) Поиск суперчастиц – главных подозреваемых в качестве основного содержания недавно обнаруженной «темной материи», составляющей 95% всей массы Вселенной.

3) Обнаружение скрытых размерностей геометрии мира сверх привычных трех измерений. В частности, в современной теории микромира число измерений равно 11. С этими исследованиями, возможно, будет связано и нахождение виртуальных черных дыр. Вот это, не без помощи околонуучных журналистов, очень испугало широкую общественность. Но на самом деле бояться совершенного нечего – во-первых, масса этих объектов ничтожна, а во-вторых, они все-таки виртуальные, т.е. находятся в неких пространствах других измерений.

4) Продолжение изучения (в опытах с ускоренными ионами свинца) свойств кварко-глюонного состояния (кварко-глюонной плазмы), в котором находилось вещество Вселенной сразу после своего рождения.

А на очереди – мировой (с участием США и Японии) проект по строительству еще более грандиозного ускорителя, на этот раз электрон-позитронного линейного коллайдера, запуск которого планируется к 2020 году. Предварительная оценка его стоимости – не менее 8 миллиардов долларов. Действительно, по меткому замечанию академика Л.Арцимовича, «наука – это способ удовлетворять любопытство ученых за счет общества».

*Л.Белопухов*