



журнал© Квант ЯНВАРЬ 2009 №1 ФЕВРАЛЬ 2009

НАУЧНО-ПОПУЛЯРНЫЙ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1970 ГОДА

В номере:



Учредители — Российская академия наук, Фонд поддержки фундаментальной науки и образования (Фонд Осипяна), ИФТТ РАН

главный редактор
С.С.Кротов

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ
А.Я.Белов, Ю.М.Брук, А.А.Варламов,
А.Н.Виленин, В.И.Голубев, С.А.Гордюнин,
Н.П.Долбилин (*заместитель главного редактора*), В.Н.Дубровский,
А.А.Егоров, А.В.Жуков,
А.Р.Зильберман, В.В.Кведер (*заместитель председателя редколлегии*), П.А.Кожевников,
В.В.Козлов (*заместитель председателя редколлегии*), С.П.Конвалов, А.А.Леонович,
Ю.П.Лысов, В.В.Произволов, Н.Х.Розов,
А.Б.Сосинский, А.Л.Стасенко, В.Г.Сурдин,
В.М.Тихомиров, В.А.Тихомирова, В.М.Уроев,
А.И.Черноуцан (*заместитель главного редактора*)

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ
А.В.Анджанс, В.И.Арнольд, М.И.Башмаков,
В.И.Берник, В.Г.Болтянский, А.А.Боровой,
Н.Н.Константинов, Г.Л.Коткин, С.П.Новиков,
Л.Д.Фаддеев

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ
1970 ГОДА

главный редактор
И.К.Кикоин

первый заместитель
главного редактора
А.Н.Колмогоров

Л.А.Арцимович, М.И.Башмаков,
В.Г.Болтянский, И.Н.Бронштейн,
Н.Б.Васильев, И.Ф.Гинзбург, В.Г.Зубов,
П.Л.Капица, В.А.Кириллин, Г.И.Косоуров,
В.А.Лешковцев, В.П.Лишевский,
А.И.Маркушевич, М.Д.Миллионщиков,
Н.А.Патрикеева, Н.Х.Розов,
А.П.Савин, И.Ш.Слободецкий,
М.Л.Смолянский, Я.А.Сморodinский,
В.А.Фабрикант, Я.Е.Шнайдер

Бюро  Квантум

© 2009, РАН,
Фонд Осипяна, «Квант»

- 2 На пути к квантовому компьютеру. *А.Варламов, Ю.Гальперин*
8 Аффинная геометрия. *А.Заславский*
13 «Электроны, фононы, магноны». *М.Каганов*
15 Метод интерпретаций. *А.Анджанс, Д.Бонка*

НОВОСТИ НАУКИ

- 19 Премия за нарушения

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ МИР

- 20 Самозаклинивающиеся структуры. *А.Белов*
24 Интервью с А.Кузнецовым

ЗАДАЧНИК «КВАНТА»

- 25 Задачи М2116–М2123, Ф2123–Ф2129
26 Решения задач М2096–М2100, Ф2108–Ф2117

КАЛЕЙДОСКОП «КВАНТА»

- 32 Частицы и поля

К М Ш

- 34 Задачи
35 Конкурс имени А.П.Савина «Математика 6–8»
35 Математическая сказка
36 Абу-л-Вафа и циркуль постоянного раствора. *Г.Филипповский*
38 Несколько рифмованных физических задач. *В.Акимов*

ШКОЛА В «КВАНТЕ»

- 40 Метод эквивалентных деформаций. *В.Эпштейн*
41 От точки росы до точки кипения. *В.Птушенко, А.Пятаков*
43 Легенда об искажении сигнала. *С.Дворянинов*

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КРУЖОК

- 44 Парадоксы командных соревнований. *Л.Ильков*

ЛАБОРАТОРИЯ «КВАНТА»

- 47 Отражение от тонких цилиндрических зеркал. *А.Андреев, А.Панов*

ПРАКТИКУМ АБИТУРИЕНТА

- 50 Силы сопротивления в задачах динамики. *В.Лосев, В.Плис*
53 Параллельное проектирование в задачах. *В.Мирошин*

ОЛИМПИАДЫ

- 56 XXX Турнир городов

ИНФОРМАЦИЯ

- 57 Заочное отделение Малого мехмата МГУ
59 Ответы, указания, решения
Вниманию наших читателей (46, 55)

НА ОБЛОЖКЕ

- I Иллюстрация к статье *А.Белова*
II Математические этюды
III Шахматная страничка
IV Прогулки с физикой



В издании журнала «Квант» финансовое участие принимает
ОАО «ТЕХСНАБЭКСПОРТ»



На пути к квантовому компьютеру

А.ВАРЛАМОВ, Ю.ГАЛЬПЕРИН

Папенька поставил на стол табакерку. «Поди-ка сюда, Миша, посмотри-ка», — сказал он. Миша был послушный мальчик; тотчас оставил игрушки и подошел к папеньке. Да уж и было чего посмотреть! Какая прекрасная табакерка! пестренькая, из черепахи. А что на крышке-то! Ворота, башенки, домик, другой, третий, четвертый, — и счесть нельзя, и все мал мала меньше, и все золотые...

В.Одоевский. Городок в табакерке

НА РИСУНКЕ 1 ВЫ ВИДИТЕ ЗНАМЕНИТЫЙ РОЗЕТТСКИЙ камень, найденный в 1799 году в Египте, близ города Розетта. На плите из темного гранита размером 114×72 см в честь годовщины вхождения на престол фараона Птолемея V Епифана (196 до н.э.)

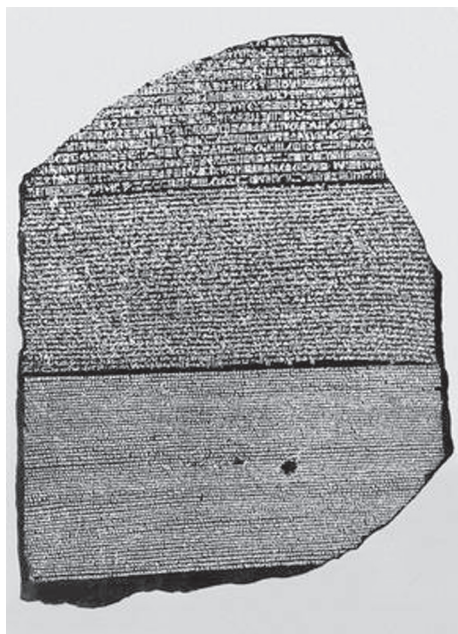


Рис.1. Розеттский камень

были высечены благодарственные слова: «Новому царю, получившему царство от отца...» К счастью, текст этот был написан трижды: древнеегипетскими иероглифами — священными знаками, употреблявшимися жрецами, египетским демотическим письмом — широко распространенной в ту эпоху скорописью и на древнегреческом. Это и позволило в 1822 году Ж.Ф.Шампольону разгадать тайну египетских иероглифов.

В 1970 году инженеры Японской электрической компании (NEC) создали первый динамический элемент памяти — чип (рис.2). Он состоял из 1024 ячеек (маленькие прямоугольнички), расположенных по 32

ячейки в ряд, всего 32 таких ряда. Размер этого элемента памяти составлял $0,28 \times 0,35$ см, и в нем

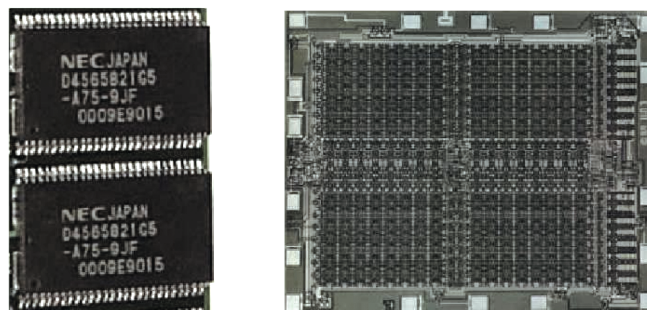


Рис.2. Первый динамический элемент памяти

нашлось место для всей информации, записанной на Розеттском камне. Сам процесс записи информации на чип занимал около 300 микросекунд.

Вехи компьютерной эры

Принципиально новый подход к хранению и переработке информации был сформулирован в 1936 году Аланом Тьюрингом в статье «О вычислительных числах применительно к проблеме выбора решений». В ней автор излагает основные идеи логического устройства универсальной вычислительной машины, которая впоследствии получила название машины Тьюринга.

Первое поколение вычислительных машин, «реализованное в железе», появилось через десять лет. Основным рабочим элементом в них являлись вакуумные лампы — такие же, какие использовались и в старинных телевизорах. Это были доисторические времена компьютерной эры. Большинство из этих вычислительных машин предназначались для проверки того или иного теоретического утверждения и являлись, по существу, экспериментальными установками. Вес и размеры этих «динозавров» были огромны: часто под них строили отдельные здания.

Примерно в это же время качественный прогресс был достигнут и в электронике. Так, в 1947 году Уолтер Браттейн, Уильям Шокли и Джон Бардин изобретают

первый полупроводниковый транзистор (за что в 1956 году удостоиваются Нобелевской премии по физике). Он был создан с помощью точечного контакта на полупроводниковой подложке и имел размеры порядка сантиметра. Вскоре такие транзисторы начинают активно использоваться в электронике в качестве усилителей электрических сигналов или управляемых электрическими сигналами прерывателей и практически повсеместно вытесняют вакуумные лампы. В 1958 году Джек Кирби создает первый полупроводниковый чип (микросхему), состоящий всего из двух транзисторов. Проходит совсем немного времени, и появляются микросхемы, объединяющие на общей подложке уже десятки и сотни транзисторов. Одновременно с прогрессом в создании на основе полупроводниковой электроники процессоров для переработки данных развиваются также и способы их хранения. В качестве таких запоминающих устройств начинают использоваться магнитные сердечники и барабаны, далекие предки современных жестких дисков.

Наряду с бурным развитием материальных элементов вычислительных машин существенно меняются и логические решения при проведении вычислений, а также архитектура используемых программ. Выдающийся математик Джон фон Нейман в 1946 году представляет работу «Предварительное рассмотрение логической конструкции электронно-вычислительного устройства», в которой не только описывает саму электронно-вычислительную машину, но также подробно обсуждает и используемую в ее работе логику, обосновывает использование двоичной системы для представления данных в ЭВМ. С этого момента компьютеры становятся объектом научного исследования, и даже сегодня некоторые ученые продолжают называть компьютер «машиной фон Неймана».

Все эти фундаментальные открытия и изобретения знаменуют начало второго периода компьютерной эры (1955–1964).

На основе интегральных схем создаются компьютеры третьего поколения (1965–1974). Массивные магнитные накопители информации заменяются более миниатюрными и в то же время более емкими полупроводниковыми запоминающими устройствами. Они и сегодня используются в персональных компьютерах в качестве оперативных запоминающих устройств. Достигнутые в последней трети XX века успехи теоретической кибернетики, физики и технологии способствовали быстрому развитию компьютерной техники, ее миниатюризации и резкому удешевлению. Все это сделало компьютер доступным широкой публике. С середины 70-х годов компьютеры становятся важным элементом повседневной жизни. Неслыханный прогресс в технологии позволяет сегодня на той же площади в 3 квадратных сантиметра, которую использовал Кирби, размещать в больших интегральных схемах десятки миллионов транзисторов. Так, современные элементы памяти позволяют хранить содержимое всей коллекции одной из крупнейших библиотек мира – библиотеки Конгресса США (а это 150 миллионов книг и документов) – в одном ноутбуке. Широко известный

закон Мура (эмпирическое наблюдение, сделанное в 1965 году Гордоном Муром) в одной из своих формулировок устанавливает экспоненциальный рост со временем емкости новых элементов памяти и числа транзисторов в процессоре. Его «действие» на протяжении тридцати лет представлено на рисунке 3.

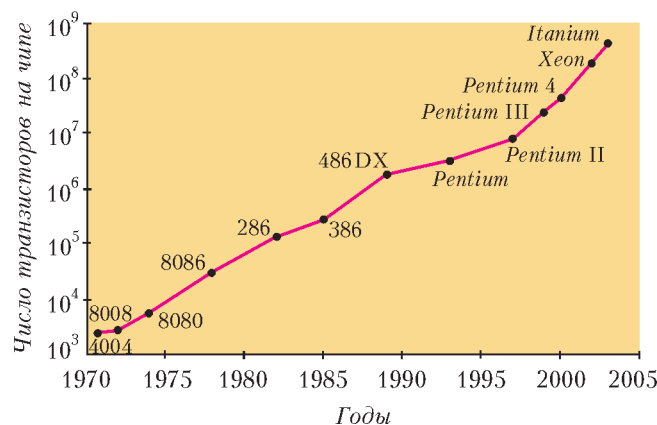


Рис.3. Иллюстрация закона Мура: рост числа транзисторов в микропроцессоре с годами (время удвоения – 2 года)

Больше транзисторов на квадратный сантиметр, более высокая тактовая частота (характеризующая быстродействие компьютера) – эти требования стали навязчивой идеей производителей. В 2004 году интеловский процессор Prescott, выполненный по 90-нанометровой технологии (это означает, в частности, что на одном квадратном сантиметре его площади было расположено несколько миллионов транзисторов), содержал в себе 150 миллионов транзисторов и работал с тактовой частотой 3,4 ГГц. В 2007–2008 году производители уже перешли на 45-нанометровую технологию, а к 2013 году ожидается переход на 25-нанометровую. Тем не менее, этот прямой путь повышения быстродействия и объема памяти компьютеров рано или поздно исчерпывается. Например, одним из очевидных ограничений на пути дальнейшей миниатюризации является конечность скорости распространения электромагнитного сигнала в цепи: ее конкретная величина зависит от специфики технической реализации процессора, однако определенно не может превысить скорость света $c = 300\,000\,000$ км/с. Хотя эта величина представляется недостижимо большой, давайте все-таки сделаем простую оценку. Тактовая частота $\nu = 3,4$ ГГц означает, что интервал времени между двумя последовательными операциями оказывается порядка $t = 1/\nu \approx 3 \cdot 10^{-10}$ с, т.е. элементы процессора, в которых проводятся две последовательные операции, не могут находиться на расстоянии, превышающем $L = ct \approx 10$ см. И это, заметьте, даже в идеальном случае, когда сигнал распространяется со скоростью света в вакууме! Таким образом, неизбежным условием увеличения тактовой частоты (а следовательно, и увеличении числа транзисторов в процессоре) является дальнейшая миниатюризация. И инженеры уже давно идут по этому пути.

Однако недалек тот момент, когда миниатюризация вступит в конфликт с фундаментальными физическими

ми свойствами базовых элементов процессора (во всяком случае, сегодняшних). Главным бедствием является перегрев процессора из-за возрастающей плотности выделения джоулева тепла – даже если токи, протекающие в сотнях миллионов транзисторов, и чрезвычайно малы. Другим существенным ограничением на миниатюризацию является рост величины электрического поля в изолирующем оксидном слое между электродами транзистора: в слишком тонкой прослойке может случиться электрический пробой. Третье ограничение накладывается характерным масштабом флуктуации в плотности распределения примесей – а именно, эти флуктуации должны успевать самоусредняться на размере самых малых элементов процессора. Таким образом, чем миниатюрнее процессор, тем более слабые токи должны в нем протекать. Однако уменьшать напряжение совсем до нуля тоже нельзя: начиная с некоторого предела полезные токи (сигналы) оказываются столь малыми, что просто теряются на фоне различного рода шумов, всегда присутствующих в электрических схемах. Поэтому проектировщики новых процессоров вовсе не заинтересованы специально понижать напряжение, однако они вынуждены это делать при дальнейшей миниатюризации.

Таким образом, мы видим, что не за горами то время, когда концепция дальнейшего увеличения быстродействия процессора за счет миниатюризации и роста числа транзисторов в нем будет исчерпана.

XXI век: в поисках новой парадигмы

Ввиду указанных трудностей, возникших на пути прямого увеличения тактовой частоты традиционного процессора, два ведущих производителя Intel и AMD с 2005 года были фактически вынуждены перейти к реализации принципиально новой архитектуры «мозга компьютера» – многоядерному процессору. Сначала это были двухядерные процессоры, а теперь на подходе процессоры с четырьмя и более ядрами. Такие устройства объединяют два и более независимых процессоров, имеющих при этом общую сверхоперативную память и ее контроллер. Такая архитектура позволяет существенно увеличивать быстродействие компьютера без увеличения тактовой частоты и, следовательно, избегать перечисленных выше проблем. Однако не следует думать, что с двумя ядрами быстродействие просто возрастает вдвое. Ситуация оказывается гораздо более сложной: производительность многоядерного процессора существенно зависит от типа решаемой задачи, от программного обеспечения, основанного на новых (использующих преимущества параллелизма) алгоритмах. В некоторых случаях быстродействие действительно возрастает почти вдвое, в других задачах – это не так.

Хотя развитие многоядерных технологий – эффективное инженерное решение, оно остается полумерой, не является качественно новым направлением дальнейшего развития компьютерной техники. Нужно ясно осознавать, что, оставаясь в рамках старой парадигмы, современная технология вплотную приближается к пределам макромира, где становятся неприменимыми

уже сами законы классической физики, явно или неявно используемые при разработке новых процессоров.

Вот почему на протяжении последнего десятилетия ученые пытаются разработать принципиально новые идеи создания вычислительной техники, основанные на иной, по сравнению с Тьюрингом и фон Нейманом, логике и новой элементной базе. Это и развитие новых так называемых квантовых алгоритмов вычисления (квантовый компьютер), и создание новых размером в нанометры приборов (нанопизика, нанотехнология). Ниже мы попытаемся дать читателю представление о некоторых идеях, стоящих за этими словами.

Где лежат границы между макро- и микромирами?

Как уже говорилось, ближайшим технологическим новшеством в компьютерных технологиях ожидается переход на 25-нанометровую технологию. Много это или мало по сравнению с масштабами квантового мира? Для того чтобы дать ответ на этот вопрос, давайте взглянем на рисунок 4, где представлены характерные масштабы нанопизики.

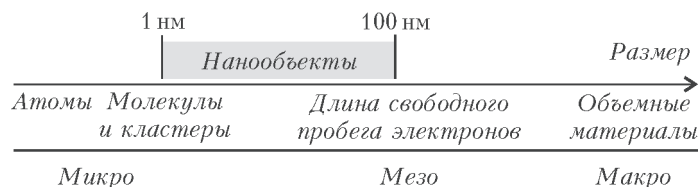


Рис.4. Характерные масштабы нанопизики ($1 \text{ нм} = 10^{-9} \text{ м}$)

Первой микроскопической длиной, которую следует иметь в виду при миниатюризации элементарных блоков процессора, является длина свободного пробега электронов l_e при их движении внутри металлических слоев. Напомним, что закон Ома основан на предположении о диффузном характере движения, в процессе которого электрон, двигаясь по проводнику, испытывает многократные рассеяния на примесях или других дефектах. При этом становится несущественным конкретное расположение дефектов – транспортные свойства определяются длиной свободного пробега электронов l_e , усредненной по положению примесей. Поэтому металлические мостики между элементарными транзисторами в микросхеме можно считать обычными резисторами, подчиняющимися закону Ома лишь до тех пор, пока их размеры L остаются гораздо большими длины свободного пробега электронов: $L \gg l_e$ (в используемых в микросхемах напыленных металлических пленках l_e оказывается порядка нанометров). В противоположном пределе, $L \ll l_e$, движение электрона имеет баллистический характер, т.е. электроны вместо диффузии с постоянной средней скоростью просто ускоряются электрическим полем на протяжении всего проводника. Понятно, что свойства таких «нанопроводов» будут существенно отличаться от свойств обычных омических элементов электрических цепей.

Следующим важным масштабом, указывающим на

границу между классическим макромиром и квантовым микромиром, служит дебройлевская длина волны электрона $\lambda_F = h/p_0$ (здесь h – постоянная Планка, а p_0 – импульс электрона). Характерными свойствами квантового мира являются квантование и интерференция. Поэтому, как только наименьший из размеров проводника $L_{\min}$ сравнивается с дебройлевской длиной волны ($L_{\min} \sim \lambda_F$), электрон оказывается как бы «запертым» в этом направлении и ведет себя согласно законам квантовой механики. В этом случае можно сказать, что рассматриваемый нанопроводник становится «квантовой ямой», движение электрона в которой квантуется. Величина λ_F существенно зависит от концентрации электронов в металле. Для нормального металла она оказывается порядка нескольких ангстрем, т.е. атомного масштаба. В полупроводниках, однако, λ_F может оказаться намного большей, и квантование движения электронов в таких нанопроводниках может существенно изменить их свойства по сравнению с массивными образцами, выполненными из того же материала. Например, квантование поперечного движения лишь в одном из направлений позволяет создать новый объект – двумерный электронный газ, который служит элементарным строительным блоком для современных электронных приборов.

Еще одним важным масштабом длины, отсутствующим в классическом макромире, является так называемая длина когерентности l_ϕ . Дело в том, что импульс электрона меняет свое направление при рассеянии на примесях, однако сохраняет свою абсолютную величину, а значит, сохраняется и энергия электрона. Такое рассеяние называют упругим. Заметим, что в квантовой механике помимо энергии существует еще одна важная характеристика – фаза волновой функции. Обычно даже после многих актов упругого рассеяния электрон сохраняет свою фазу и, следовательно, может по-прежнему участвовать в процессах квантовой интерференции. Наряду с упругим рассеянием электрона на примесях может происходить также его неупругое рассеяние на колебаниях кристаллической решетки (фононах). В результате изменяется энергия электрона, а с ней и фаза – поэтому электрон больше не может участвовать в процессах интерференции. Аналогично, на фазу волновой функции электрона влияют и столкновения с переворотом спина, переводящие электрон в квантовое состояние, обращенное во времени. Характерная длина, на которой фаза волновой функции электрона из-за рассеяния изменяется на 2π (что означает полную потерю фазовой памяти), называется длиной фазовой когерентности l_ϕ . Если геометрические размеры элемента процессора становятся меньше l_ϕ , в приборе могут проявляться интерференционные явления.

Напомним, наконец, что в классической физике величина заряда электрона рассматривается как бесконечно малая, и поэтому поток заряда в процессе зарядки или разрядки конденсатора предполагается непрерывным. Понятно, что если емкость C единичного элемента процессора настолько мала, что электростатическая энергия одного электрона на нем $e^2/(2C)$

становится сравнимой с другими энергетическими масштабами (тепловая энергия kT или энергия электрона eV в поле приложенного к конденсатору потенциала), то в системе могут проявиться себя новые явления, связанные с так называемым одноэлектронным туннелированием.

Выбор при конструировании элементов наноэлектроники различных соотношений между их геометрическими размерами, в сравнении с перечисленными выше масштабами квантового мира, приводит к появлению многочисленных новых возможностей для реализации принципиально нового, по сравнению с классической микроэлектроникой, квантового транспорта в таких системах. Их качественно новые свойства могут дать совершенно неожиданные возможности для применений. Ниже мы кратко обсудим лишь некоторые из кандидатов на базовые элементы будущей наноэлектроники.

Квантовые провода и квантовые точечные контакты

Рассмотрим, как электрический заряд протекает через так называемый квантовый провод – очень тонкий проводящий канал,

содержащий носители заряда, однако свободный от примесей или иных дефектов кристаллической решетки (рис.5). Как уже говорилось, при $L_{\min} = L_\perp \leq \lambda_F$ электрон оказывается запертым в квантовой яме, и его движение в поперечном направлении оказывается квантованным. Это означает, что часть кинетической энергии, соответствующая поперечному движению, может принимать

только определенные дискретные значения E_n , в то время как движение электрона вдоль провода остается свободным. Так как полная энергия электрона E есть величина постоянная, то, чем больше оказывается величина E_n , тем меньшая часть кинетической энергии соответствует продольному движению. Чем меньше энергия, тем меньше соответствующая составляющая импульса и, следовательно, тем больше длина волны. Таким образом, каждому уровню поперечного квантования E_n соответствует своя плоская волна с длиной λ_n – волновая мода.

Электрон, двигаясь в квантовом проводе, скорее напоминает совокупность различных мод в волноводе, чем частицу, диффундирующую сквозь примеси в обычном проводнике (рис.6). Каждая мода дает свой вклад в перенос заряда. Полная же проводимость определяется суммой всех этих вкладов. Вклад единич-

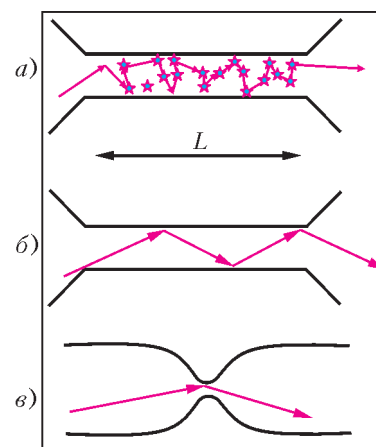


Рис.5. а) Обычный резистор с примесями; б) баллистическое движение в квантовом проводе; в) квантовый точечный контакт

ного квантового канала в перенос заряда можно оценить привычным нам методом размерностей. В идеальном случае его проводимость не должна зависеть от свойств самого квантового провода,

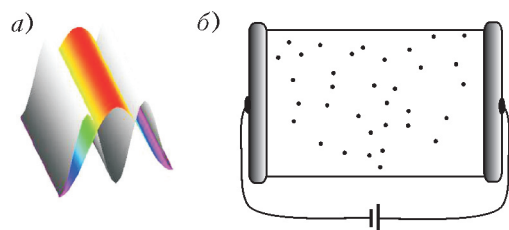


Рис. 6. а) Волновые моды в квантовом проводе; б) обычный резистор с примесями

а должна быть просто комбинацией универсальных физических постоянных. Единственная такая комбинация с размерностью сопротивления – это h/e^2 , которой, понятно, в классической физике возникнуть было бы неоткуда. Оказывается, что e^2/h является предельной величиной проводимости, которая в принципе может быть реализована при распространении одной моды в квантовом проводе. На рисунке 7 пред-

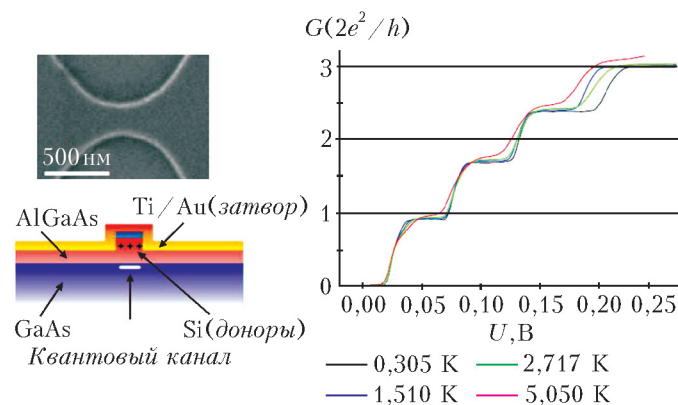


Рис. 7. Экспериментальное воплощение квантового точечного контакта и зависимость его проводимости от напряжения на затворе при различных температурах

ставлен реальный квантовый точечный контакт. Его проводимость G при температуре жидкого гелия $T = 1,7$ К вместо того чтобы быть постоянной, в согласии с представлениями классической электронной теории, дискретно изменяется в зависимости от напряжения на затворе, которое контролирует эффективную ширину проводящего канала. Высота каждой такой ступеньки соответствует $2e^2/h$. Квантование проводимости точечного контакта обычно исчезает при $L \gtrsim 2$ нм; оно также размывается и с ростом температуры.

Кулоновская блокада и одноэлектронный транзистор

Рассмотрим свойства так называемой квантовой точки – малой металлической капли (ее размер должен быть порядка 1 нм или даже еще меньше), расположенной на изолирующей подложке (рис. 8). Металлические электроды выполняют разные функции. Первый электрод – это затвор, меняющий электростатический

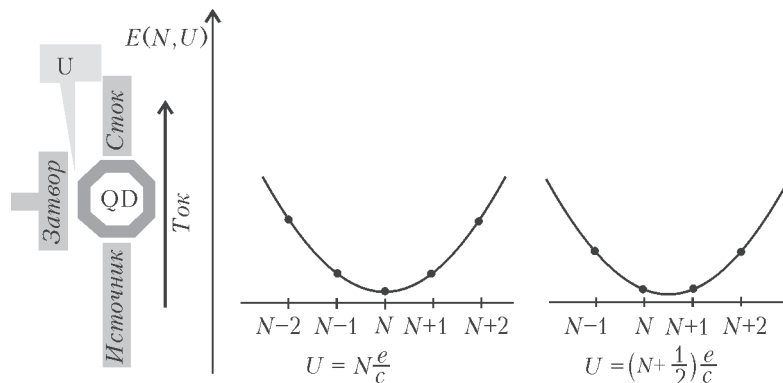


Рис. 8. Квантовая точка (QD) – малая металлическая капля, расположенная на изолирующей подложке; вокруг нее – металлические электроды

потенциал квантовой точки. Вторая пара электродов – это источник и сток, которые поставляют и удаляют электроны с квантовой точки.

Предположим, что на квантовой точке присутствует N избыточных электронов и, таким образом, ее полный заряд $Q = Ne$. В отсутствие внешнего электростатического поля этому заряду соответствует электростатическая энергия квантовой точки $Q^2/(2C) = N^2e^2/(2C)$, где C – емкость квантовой точки (обычно очень малая). Эта энергия возникает благодаря отталкиванию распределенных по поверхности точки избыточных зарядов.

Если к затвору приложено конечное напряжение U , то электростатическая энергия квантовой точки складывается из двух слагаемых – найденной выше энергии электростатического отталкивания избыточных зарядов и работы внешнего электрического поля по переносу этих зарядов из бесконечности на квантовую точку:

$$E(N, U) = \frac{N^2e^2}{2C} - UNe.$$

Как видно, $E(N, U)$ является квадратичной функцией от числа электронов N . Формально ее минимум достигается при $N = CU/e$ – там, где производная dE/dN равна нулю.

Тут самое время вспомнить, что N должно быть целым числом. Поэтому в зависимости от напряжения на затворе, возможны различные ситуации (см. рис. 8). В первом случае, когда $U = Ne/C$, минимум параболы действительно соответствует реальному состоянию с целым числом электронов N . Однако когда напряжение на затворе достигает величины $U = (N + 1/2)e/C$, минимум полной энергии должен был бы соответствовать полуполному числу электронов, что невозможно. Ближайшие по энергии к этому формальному минимуму реализуемые состояния – это состояния с целыми числами электронов N и $N + 1$. Важно, что оба этих состояния имеют одну и ту же энергию:

$$\begin{aligned} E\left(N = \frac{CU}{e} - \frac{1}{2}, U\right) &= E\left(N = \frac{CU}{e} + \frac{1}{2}, U\right) = \\ &= \frac{CU^2}{2} + \frac{e^2}{8C}. \end{aligned}$$

Таким образом, мы приходим к выводу, что при значении напряжения на затворе $U = Ne/C$ состояния квантовой точки с N и $N + 1$ электронами разделены энергетической щелью $e^2/(2C)$, и, следовательно, закон сохранения энергии как бы блокирует перенос электронов между источником и стоком – квантовая точка оказывается «запертой». Наоборот, при напряжении $U = (N + 1/2)e/C$ электроны можно переносить на квантовую точку «бесплатно», так как состояниям с N и $N + 1$ электронами соответствует одно и то же значение энергии – квантовая точка оказывается «открытой».

Итак, мы видим, что металлическая капля размером порядка десяти ангстрем может работать как эффективный транзистор – то пропускает ток, то запираясь. При низких температурах, $kT \ll e^2/(2C)$, ток, протекающий сквозь такой, «одноэлектронный транзистор», чрезвычайно мал при всех напряжениях на затворе, кроме особых значений $U(N) = (N + 1/2)e/C$. Вблизи этих значений в проводимости должны наблюдаться резкие всплески. Вы можете их увидеть на экспериментально измеренной зависимости дифференциальной

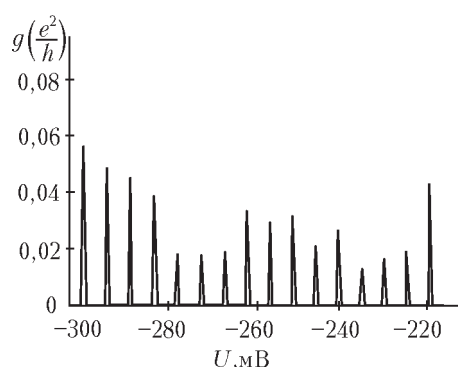


Рис.9. Экспериментально измеренная зависимость дифференциальной проводимости квантовой точки от напряжения на затворе

проводимости квантовой точки g от напряжения на затворе U , представленной на рисунке 9.

Можно надеяться, что одноэлектронные транзисторы позволят в скором будущем создать логические схемы, работающие со слабейшими из возможных токов и, соответственно, в которых энергия будет рассеиваться минимально.

* * *

Мы дали очень короткий и поверхностный обзор всего лишь нескольких вопросов увлекательной области современной науки. По-английски она называется nanoscience (нано-наука), по-русски мы говорим о нанофизике, нанохимии и других нанодисциплинах. Назовем еще несколько других возможных «кандидатов» в строительные блоки наноприборов, исследование свойств которых сегодня находится на переднем крае науки. Среди них графен – монослой графита, в котором электроны образуют двумерный газ с релятивистским спектром (т.е. движутся подобно квантам света); углеродные и неуглеродные нанотрубки; нано-электрохимические системы; гибридные приборы для квантовых вычислений, основанные на сверхпроводящих и нормальных элементах; так называемые спинтронные приборы, действие которых основано на манипуляциях с отдельными электронными и атомными спинами; наносверхпроводники, наномангниты и многие другие. Для полного понимания свойств этих систем необходимо решить целый ряд фундаментальных и прикладных проблем. Главные из них связаны с особенностями квантового транспорта, влияния на него процессов рассеяния на дефектах, фононах, а также электрон-электронного взаимодействия, учета роли контактов и окружающей наноприбор электромагнитной среды. Все эти задачи еще далеки от завершения. Поэтому исследованию каждой из этих систем посвящено много научных работ, формирующих передний край современной науки и техники.

НАША ОБЛОЖКА

Сколько лучей у солнечного блика?

(См. 4-ю с. обложки)

Оптические приборы (кино- и фотоаппараты, телескопы, микроскопы и т.п.) всегда искажают изображаемые ими объекты. Например, на фотографиях ярких ламп, вспышек электросварки или солнечных бликов эти яркие объекты часто окружены симметрично расходящимися лучами. Если на фотографии таких объектов несколько, то число расходящихся лучей и их ориентация одинаковы.

Причиной появления на фото лучей вокруг ярких объектов является дифракция света – способность электромагнитных волн огибать границы препятствий и проникать в область геометрической тени. В оптических приборах дифракция происходит, как правило, на краях диафрагмы, используемой для изменения освещенности и глубины резкости изображений.

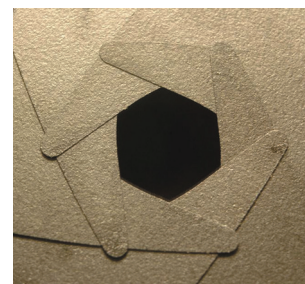


Рис.1. Объектив фотоаппарата с ирисовой диафрагмой из семи (слева) или шести (справа) лепестков

Чаще всего диафрагма состоит из нескольких заходящих друг за друга тонких непрозрачных серповидных пластинок-лепестков, образующих отверстие в виде пра-

(Продолжение см. на с. 12)



Аффинная геометрия

А.ЗАСЛАВСКИЙ

ХОТЯ ВСЕ ШКОЛЬНИКИ ПРОХОДЯТ ГЕОМЕТРИЮ, мало кто может четко сформулировать, что именно они при этом изучают. Задавая школьникам этот вопрос, я обычно получал в ответ что-нибудь вроде: «Геометрия изучает геометрические свойства фигур». При этом на следующий вопрос: «А какие именно свойства фигур являются геометрическими?» — ответа получить уже не удавалось.

На самом деле, объектом изучения традиционной школьной геометрии являются те свойства фигур, которые не меняются при преобразованиях подобия. Например, два правильных треугольника, один из которых нарисован мелом на доске, а другой карандашом в тетради, с точки зрения геометрии одинаковы. Однако часто интерес представляют более глубокие

свойства (например, параллельности), в результате чего на стене возникает изображение этого чертежа. Если плоскости стекла и стены параллельны, изображение в точности повторяет чертеж, но в противном случае оно может подвергаться значительным искажениям. Например, равные отрезки могут перейти в неравные, не сохраняются величины углов и т.д. Однако нетрудно видеть, что следующие свойства чертежа сохраняются и на изображении.

1. Любой прямой чертежа соответствует прямая на изображении, причем параллельным прямым соответствуют параллельные.

2. Сохраняются отношения длин параллельных отрезков.

3. Отношение площади любой фигуры к площади ее образа постоянно для всех фигур.

Отметим еще одно важное свойство параллельной проекции.

Утверждение 1. Любой треугольник можно параллельной проекцией перевести в правильный.

Доказательство. Пусть дан треугольник ABC , лежащий в плоскости π . Возьмем плоскость π' , пересекающую π по прямой AB , и расположенный в ней правильный треугольник ABC' . Очевидно, что проекция π на π' параллельно прямой CC' — искомая.

Упражнение. Докажите, что любой треугольник можно перевести в любой другой композицией (последовательным применением) нескольких параллельных проекций.

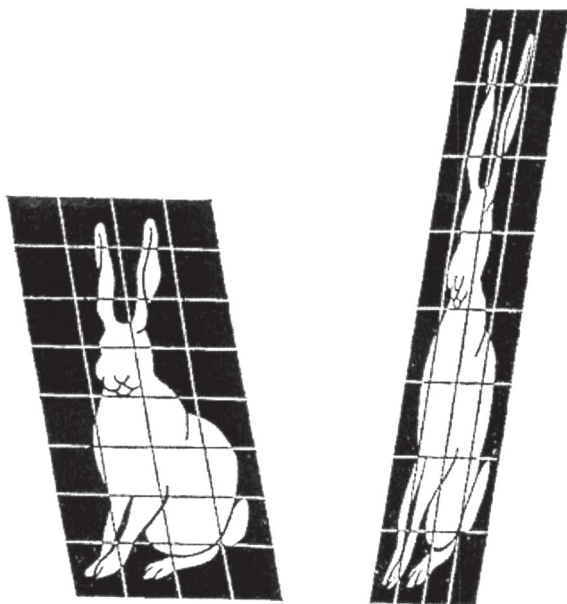
Указание. Покажите, что композицией двух проекций можно перевести один правильный треугольник в другой.

Из утверждения 1 вытекает, что любое свойство треугольника, которое относится только к отношениям длин параллельных отрезков или площадей, достаточно доказать для треугольника специального вида, например, правильного. Аналогичное утверждение верно для параллелограммов, так как можно разрезать каждый параллелограмм диагональю на два равных треугольника и спроецировать «половину» одного параллелограмма в «половину» другого. В частности, совершенно очевидной становится теорема о том, что медианы треугольника пересекаются в одной точке и делят друг друга в отношении $2 : 1$ — поскольку в ней говорится лишь об отношениях отрезков, лежащих на одной прямой, а эти отношения при параллельной проекции не меняются, достаточно доказать ее для правильного треугольника.

Рассмотрим несколько задач.

Задача 1. Докажите, что точка пересечения диагоналей трапеции, точка пересечения ее боковых сторон и середины оснований лежат на одной прямой.

Решение. Пусть боковые стороны трапеции AB и CD



свойства, которые сохраняются не только при подобиях, но и при других преобразованиях. В первую очередь это относится к так называемым аффинным преобразованиям, с которыми приходится иметь дело даже в обычной школьной программе. Например, делая чертеж куба, мы не пытаемся, да и не смогли бы изобразить все его грани квадратами, но рисуем их в виде параллелограммов, т.е. существенным свойством для нас является не равенство или перпендикулярность ребер куба, а их параллельность.

Параллельная проекция и ее свойства

Предположим, что некоторый чертеж, сделанный на стекле, освещается солнцем (солнечные лучи считают-

пересекаются в точке E . Спроецировав треугольник AED в равнобедренный, переведем данную трапецию также в равнобедренную, для которой четыре указанных точки лежат на оси симметрии.

В некоторых учебниках утверждение этой задачи называется теоремой о трапеции. Заметим также, что, решая задачу, мы фактически доказали еще одно свойство трапеции: отрезок, параллельный основаниям и проходящий через точку пересечения диагоналей, делится этой точкой пополам.

Задача 2. На сторонах параллелограмма $ABCD$ площади S взяты точки A', B', C', D' , такие что $BC' = \frac{AB}{3}$, $CD' = \frac{BC}{3}$, $DA' = \frac{CD}{3}$, $AB' = \frac{DA}{3}$. Найдите площадь четырехугольника, образованного прямыми AA' , BB' , CC' , DD' .

Решение. Достаточно решить задачу для квадрата со стороной 1. В этом случае указанный четырехугольник тоже будет квадратом. При этом длина отрезка BB' равна $\frac{\sqrt{10}}{3}$, а отношение отрезков, на которые он делится прямыми AA' и CC' , равно 1 : 6 : 3. Поэтому сторона маленького квадрата равна $\frac{\sqrt{10}}{5}$, а его площадь $\frac{2}{5}$ (рис.1).

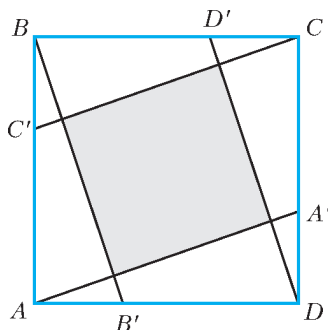


Рис. 1

Задача 3. На основании AB треугольника ABC отложены равные отрезки $AA' = BB' = a$ и через точки A' и B' проведены прямые, параллельные сторонам BC и AC соответственно. Какую ли-

нию описывает точка пересечения этих прямых при изменении величины a ?

Задача 4. Вершины треугольника $A'B'C'$ лежат на сторонах треугольника ABC и делят их в одном и том же отношении. Докажите, что центры тяжести, т.е. точки пересечения медиан, обоих треугольников совпадают.

Задача 5. Через каждую вершину треугольника ABC проведены две прямые, делящие противоположную сторону на три равные части. Докажите, что три прямые, соединяющие противоположные вершины полученного шестиугольника, пересекаются в одной точке.

Решение. В правильном треугольнике эти три прямые совпадают с его осями симметрии, следовательно, в общем случае они совпадут с медианами данного треугольника.

Отметим еще несколько свойств описанной конфигурации. Занумеруем прямые, соединяющие вершины треугольника с точками на противоположных сторонах, цифрами 1–6 и обозначим точку пересечения прямых i и j как P_{ij} . Тогда треугольники $P_{14}P_{25}P_{36}$ и $P_{16}P_{23}P_{45}$ гомотетичны данному относительно его центра тяжести, стороны шестиугольника $P_{13}P_{46}P_{15}P_{24}P_{35}P_{26}$ параллельны сторонам данного тре-

угольника, а прямые, соединяющие середины его противоположных сторон, пересекаются в его центре тяжести (рис.2). Доказательства этих свойств полностью аналогичны решению задачи.

Задача 6. На сторонах AB , BC , CA треугольника ABC взяты точки C' ,

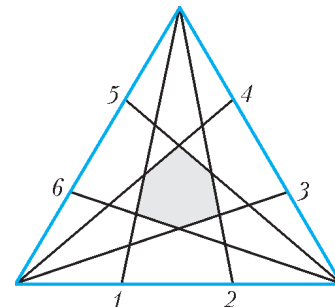


Рис. 2

A' , B' так, что $\frac{AC'}{AB} = \frac{BA'}{BC} = \frac{CB'}{CA} = \frac{1}{3}$. Докажите, что площадь треугольника, образованного прямыми AA' , BB' и CC' , равна $\frac{1}{7}$ площади треугольника ABC .

Решение. Пусть ABC – правильный треугольник со стороной 1. Тогда $AA' = BB' = CC' = \frac{\sqrt{7}}{3}$. Обозначим точки пересечения прямых AA' и BB' , BB' и CC' , CC' и AA' через C'' , A'' , B'' . Треугольники $A'C''B$ и $B'C''C$ подобны с коэффициентом $k = \frac{A'B}{B'B} = \frac{1}{\sqrt{7}}$. Следовательно, $BC'' = \frac{1}{\sqrt{7}}$, $B'A'' = C''A' = \frac{1}{3\sqrt{7}}$, $A''C'' = C''B'' = B''A'' = \frac{1}{\sqrt{7}}$,

т.е. площадь треугольника $A''B''C''$ в 7 раз меньше площади ABC (рис.3). Это отношение остается верным для любого треугольника.

Задача 7. Докажите, что, пользуясь только линейкой, нельзя построить правильный треугольник.

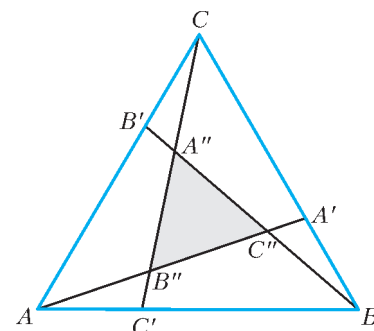


Рис. 3

Подробнее о свойствах параллельной проекции можно прочесть в статье «Параллельная проекция» (см. «Квант» № 4 за 2001 г.).

Определение и основные свойства аффинных преобразований

Свойство 1 параллельной проекции принимается за основу следующего определения.

Определение. Аффинным (от латинского *affinis* – родственный) называется преобразование (т.е. взаимно однозначное отображение) плоскости, переводящее каждую прямую в прямую.

Из определения сразу следует, что параллельные прямые при аффинном преобразовании переходят в параллельные. Действительно, в противном случае бы никакая точка плоскости.

Аффинная геометрия изучает свойства геометрических фигур, сохраняющиеся при аффинных преобразованиях. В этой статье мы опишем эти свойства и

покажем, как аффинные преобразования помогают при решении задач.

Из определения сразу вытекает, что композиция (последовательное применение) двух аффинных преобразований также будет аффинным преобразованием и преобразование, обратное аффинному, тоже аффинное. Совокупность преобразований, удовлетворяющая этим свойствам, называется **группой**. Очевидно, что группа аффинных преобразований включает, в частности, все подобия. Однако подобиями эта группа не исчерпывается, что показывает следующая теорема.

Теорема 1. Для любых данных треугольников ABC и $A'B'C'$ существует единственное аффинное преобразование, переводящее A в A' , B в B' , C в C' .

Доказательство. Существование искомого преобразования фактически доказано утверждением 1. Докажем единственность. На прямой AC отметим все точки, расстояние от которых до точки C ратно длине отрезка AC , и проведем через них прямые, параллельные BC . Аналогично, на прямой BC отметим точки, расстояние от которых до C кратно BC , и проведем через них прямые, параллельные AC . В результате вся плоскость разобьется на параллелограммы со сторонами, равными AC и BC , и углом, равным углу ACB . Докажем, что вершины этих параллелограммов переходят в вершины параллелограммов, построенных аналогичным образом по треугольнику $A'B'C'$. Действительно, четвертая вершина D параллелограмма с вершинами A, B, C перейдет в четвертую вершину D' параллелограмма с вершинами A', B', C' , так как прямые AD и BD , параллельные BC и AC , перейдут в прямые $A'D'$ и $B'D'$, параллельные $B'C'$ и $A'D'$. Прямая, проходящая через D параллельно AB , перейдет в прямую, проходящую через D' параллельно $A'B'$, а ее точки пересечения с AC и BC , являющиеся вершинами параллелограммов первой решетки, – в аналогичные вершины параллелограммов второй решетки. Повторяя это рассуждение, построим образы всех вершин параллелограммов. Очевидно, что центры всех параллелограммов первой решетки переходят в центры соответствующих параллелограммов второй решетки. Проведя через них прямые, параллельные сторонам параллелограммов, получим решетки из параллелограммов вдвое меньшего размера, которые также соответствуют друг другу (рис.4).

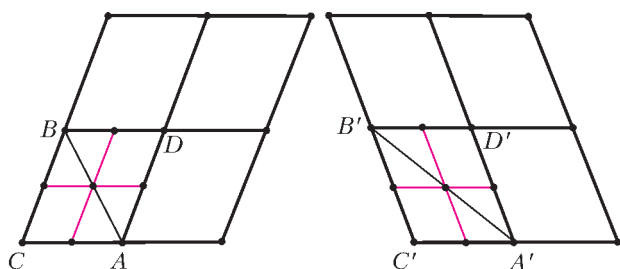


Рис. 4

Этот процесс уменьшения сторон параллелограммов можно повторять неограниченно. Рассмотрим теперь произвольную точку M плоскости. Она определяет последовательность вложенных параллелограммов пер-

вой решетки с неограниченно уменьшающимися сторонами, каждый из которых содержит точку M . Этой последовательности соответствует аналогичная последовательность параллелограммов второй решетки, которая определяет единственную принадлежащую всем параллелограммам последовательности точку M' .

Следовательно, образ любой точки определяется однозначно. Теорема доказана.

Примечание. На самом деле, проведенное рассуждение является неполным, так как в нем предполагается, что при аффинном преобразовании близкие точки остаются близкими, т.е. аффинное преобразование непрерывно. Непрерывность аффинного преобразования можно вывести из его определения, но здесь мы этого делать не будем.

Фактически, при решении задач предыдущего раздела мы пользовались утверждением существования из теоремы 1. В следующем разделе мы, используя утверждение единственности, покажем, как устроено произвольное аффинное преобразование, и с помощью этого решим еще несколько задач.

Вопрос для самопроверки: при каких условиях будут аффинно эквивалентны

- два параллелограмма;
- две трапеции;
- два четырехугольника?

Примеры аффинных преобразований

Выясним теперь, как устроено произвольное аффинное преобразование. Прежде всего приведем пример аффинного преобразования, не являющегося подобием.

Определение. Сжатием относительно прямой l с коэффициентом k называется преобразование, переводящее произвольную точку M в такую точку M' , что точки M и M' лежат по одну сторону от l , прямая MM' перпендикулярна l и $OM' = kOM$, где O – точка пересечения MM' и l .

Следует отметить, что при $k > 1$ сжатие относительно прямой не «сжимает», а наоборот «растягивает» плоскость.

Утверждение 2. Сжатие относительно прямой является аффинным преобразованием.

Доказательство. Очевидно, что сжатие относительно l сохраняет параллельность и перпендикулярность прямых прямой l . Поэтому рассмотрим прямую AB , наклонную к l и пересекающую ее в точке O . Опустим перпендикуляры AM и BN на l , построим образ A' точки A при сжатии и найдем точку B' пересечения прямых OA' и BN . Из подобия треугольников OAM и $OB'N$, $OA'M$ и $OB'N$ вытекает, что B' – образ точки B , т.е. сжатие переводит прямую в прямую. Отношение тангенсов углов AOM и $A'OM$ не зависит от положения точки O и равно k , следовательно, параллельные прямые переходят в параллельные (рис.5).

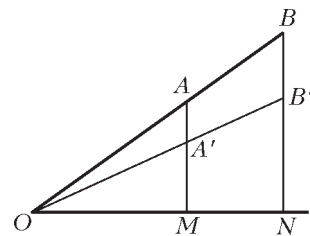


Рис. 5

Сжатием относительно прямой можно считать применяемую в черчении ортогональную проекцию. Если две не перпендикулярные плоскости π и π' пересекаются по прямой l , то отношение расстояний до l от любой точки X плоскости π и ее проекции X' на π' постоянно. Кроме того, проекции X и X' на l , очевидно, совпадают. Поэтому, если считать π и π' двумя экземплярами одной плоскости, то ортогональная проекция будет сжатием относительно l с коэффициентом, равным косинусу угла между плоскостями. Оказывается, однако, что сжатием относительно прямой в определенном смысле является любое аффинное преобразование. Точнее, верна следующая теорема.

Теорема 2. Любое аффинное преобразование можно представить как композицию сжатия относительно прямой и подобия.

Доказательство. Возьмем на плоскости произвольную квадратную решетку. Данное аффинное преобразование переводит ее в решетку из параллелограммов. Если эти параллелограммы являются прямоугольниками, утверждение теоремы очевидно. В противном случае рассмотрим некоторый квадрат решетки $OACB$. Пусть в соответствующем параллелограмме $O'A'C'B'$ угол $A'O'B'$ острый. Будем поворачивать квадратную решетку вокруг точки O . Параллелограмм $O'A'C'B'$ при этом будет поворачиваться вокруг O' , меняя свою форму. Когда квадратная решетка повернется на прямой угол, точка A' перейдет в B' , а B' в вершину параллелограмма, смежного с $O'A'C'B'$, при этом угол $A'O'B'$ станет тупым (рис.6). Поэтому существует

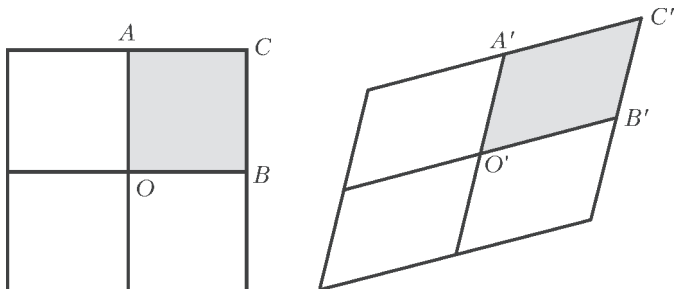


Рис. 6

промежуточное значение угла поворота, при котором этот угол прямой. Соответствующая этому углу квадратная решетка переходит в прямоугольную, что и доказывает теорему.

Отметим, что сжатие относительно прямой легко реализовать с помощью рассмотренного в начале статьи параллельного проецирования. Действительно, если направление проецирования перпендикулярно линии пересечения плоскостей стекла и стены, результатом проецирования будет сжатие относительно этой линии. Изменяя угол между плоскостями и направление проецирования, можно добиться, чтобы коэффициент сжатия принял любое заданное значение. Таким образом, параллельное проецирование можно считать универсальным примером аффинного преобразования.

Следующая задача легко решается применением теоремы 2.

Задача 8. Докажите, что аффинное преобразование, переводящее данную окружность в окружность, является подобием.

Решение. Опишем вокруг данной окружности квадрат и повернем его так, чтобы данное преобразование переводило его в прямоугольник. Окружность, являющаяся образом данной, будет вписана в этот прямоугольник. Но в прямоугольник, отличный от квадрата, вписать окружность нельзя. Поэтому данное преобразование переводит квадратную решетку в квадратную и, значит, является подобием.

Приведем еще два интересных примера аффинных преобразований. Выберем на плоскости систему координат и рассмотрим преобразование, переводящее точку с координатами (x, y) в точку (x', y') , где $x' = kx$, $y' = y/k$, $k > 0$. Это преобразование является аффинным, так как его можно представить в виде композиции двух сжатий к осям координат. Кроме того, очевидно, что $xy = x'y'$. Это означает, что любая гипербола с уравнением $xy = c$ переходит в себя, причем, выбирая значение параметра k , можно перевести любую точку гиперболы в любую другую ее точку (рис.7). Таким образом, под действием данного преобразования каждая такая гипербола как бы скользит сама по себе подобно тому, как скользят сами по себе под действием поворота вокруг начала координат окружности с уравнениями $x^2 + y^2 = R^2$. Поэтому такое преобразование называется *гиперболическим поворотом*.

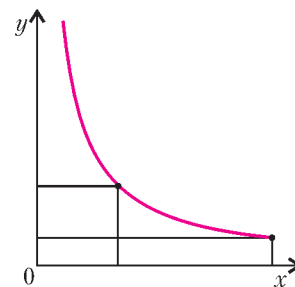


Рис. 7

Задача 9. Касательная к гиперболе пересекает оси координат в точках X , Y . Докажите, что площадь треугольника OXY не зависит от точки касания.

Указание. Докажите, что гиперболический поворот сохраняет площади.

Задача 10. Прямая пересекает гиперболу в точках A , B , а оси координат в точках X и Y . Докажите, что $AX = BY$.

Решение. Гиперболическим поворотом переведем точки A , B в точки A' , B' , симметричные относительно биссектрисы угла XOY . Затем симметрией относительно биссектрисы поменяем точки A' , B' местами и обратным гиперболическим поворотом переведем их в точки B , A . В результате отрезки AX и BY перейдут друг в друга, а их отношение сохранится, что возможно только при $AX = BY$.

Рассмотрев вырожденный случай этой задачи, когда прямая касается гиперболы, получим, что точка касания делит отрезок XY пополам.

Рассмотрим теперь преобразование, переводящее точку (x, y) в точку (x', y') , где $x' = x + v/2$, $y' = vx + y + v^2/4$. Непосредственно проверяется, что это преобразование переводит прямые в прямые, причем $y' - x'^2 = y - x^2$. Следовательно, данное преобразование сохраняет параболы с уравнениями $y = x^2 + c$.

Соответственно, оно называется *параболическим поворотом*.

Задача 11. Найдите геометрическое место середин параллельных хорд параболы.

Решение. Выбрав соответствующий параметр параболического поворота, можно перевести данные две точки параболы в точки, симметричные относительно ее оси. Следовательно, данное семейство параллельных хорд можно перевести в семейство хорд, перпендикулярных оси параболы. Геометрическим местом середин этих хорд является ось параболы. Значит, геометрическим местом середин хорд данного семейства является луч с вершиной на параболе. Причем этот луч будет параллелен оси, так как в противном случае он пересекал бы параболу еще в одной точке.

Аналогично доказывается, что середины параллельных хорд гиперболы лежат на одной прямой, проходящей через ее центр.

Заключение

Аффинная геометрия изучает свойства фигур, сохраняющиеся при аффинных преобразованиях, т.е. при параллельном проектировании. Однако иногда инте-

рес могут представлять какие-то другие свойства фигур. Например, если заменить параллельное проектирование центральным, возникает так называемая проективная геометрия, прочитать о которой можно, скажем, в статье «Некоторые факты проективной геометрии» (см. «Квант» №1 за 1996 г.). Таким образом, ключевым понятием для геометрии является совокупность преобразований, которая и определяет изучаемые свойства фигур (нетрудно видеть, что для получения содержательных результатов эта совокупность должна быть группой). При этом, чем больше группа рассматриваемых преобразований, тем меньше остается существенных с точки зрения соответствующей геометрии свойств. Такой подход к геометрии был впервые сформулирован в 1872 году немецким математиком Феликсом Клейном, работавшим тогда в городе Эрлангене, и получил название «Эрлангенской программы». Именно после этого стала активно развиваться и рассматриваться как отдельное направление аффинная геометрия.

Автор благодарит В.Протасова и С.Маркелова за полезные замечания, позволившие существенно улучшить первоначальную версию статьи.

Сколько лучей у солнечного блика?

(Начало см. на с. 7)

вильного многоугольника (рис.1). Вращая диафрагменное кольцо объектива и связанные с ним рычаги, можно изменять размер этого отверстия. Такую диафрагму называют ирисовой, так как ее действие напоминает то, как радужная оболочка (iris по-английски) глаза изменяет входящий световой поток.

Дифракция света происходит на каждом из прямолинейных краев ирисовой диафрагмы. Если источник света достаточно удален от диафрагмы, то падающую на нее световую волну можно считать плоской, т.е. поверхности равной фазы (волновые поверхности) этой волны представляют собой плоскости. Дифракция такой волны на краю непрозрачного экрана приводит к возникновению лучей света, перпендикулярных границе экрана и направленных за него и в сторону от него. Возникшие в результате дифракции лучи, падая на фотопленку или на светочувствитель-



Рис.2. Знаменитый Биг Бен ночью

ную матрицу цифрового фотоаппарата, оказываются рядом с изображением яркого объекта и «пририсовывают» ему две яркие линии, перпендикулярные одному из краев диафрагмы.

Легко догадаться, что если у ирисовой диафрагмы нечетное число лепестков N , то



Рис.3. Солнечный блик на стекле автомобиля



Рис.4. Яркая вспышка электросварки

число лучей на изображении яркого объекта будет равно $2N$ (рис.2). При четном числе лепестков лучи, возникшие от дифракции на противоположных и параллельных краях диафрагмы, будут накладываться друг на друга, давая в результате только N лучей (рис.3 и 4).

К.Богданов