

# ИНФОРМАЦИЯ

## Малый мехмат МГУ

Более 25 лет при механико-математическом факультете Московского государственного университета (МГУ) им. М.В.Ломоносова работает школа юных математиков – Малый механико-математический факультет (МММФ). Основные задачи Малого мехмата – углубление знаний по темам школьного курса и расширение математического кругозора по разделам математики, не входящим в программу средней школы.

Малый мехмат состоит из двух отделений: вечернего и заочного. На вечернем отделении работают кружки по математике для школьников 6–11 классов, а для учащихся 9–11 классов организованы еще и лекции. Занятия бесплатные и проходят по субботам, во второй половине дня. Обучение на заочном отделении осуществляется по переписке. Школьники выполняют задания по рассылаемым им методическим разработкам Малого мехмата и высылают их для проверки.

В 2008 году заочное отделение Малого мехмата объявляет прием учащихся на 2008/09 учебный год в 8 и 9 классы, а также на неполный курс обучения в 10 и 11 классы. Принимаются учащиеся из России (в том числе и проживающие в Москве), стран СНГ и Прибалтики.

Обучение на заочном отделении платное. Информация об условиях оплаты будет выслана учащимся, зачисленным на заочное отделение, осенью 2008 года. В 2007/08 учебном году плата за одно задание составляет, в зависимости от того насколько успешно была выполнена вступительная работа, 140 – 280 руб. (для «Коллективного ученика» – 280 руб), однако в 2008/09 учебном году она может быть повышена. За год учащийся выполняет 6–9 заданий.

Существует возможность обучения нескольких учеников из одной школы по форме «Коллективный ученик». Группа работает под руководством преподавателя и может включать в себя не более 15 учащихся из одной параллели. Как правило, группы изучают материалы методических разработок во время факультативных (кружковых) занятий. Группа «Коллективный ученик» обучается как один учащийся, т.е. оформляет по каждому заданию *одну* работу и оплачивает обучение всей группы как обучение *одного* учащегося.

Школьники, прошедшие полный курс обучения (трех- или четырехлетний) и успешно закончившие обучение на заочном отделении (с итоговой оценкой «хорошо» или «отлично»), получают свидетельства об окончании Малого мехмата.

Зачисление для индивидуальных учеников производится *на конкурсной основе* по результатам выполнения приведенной ниже вступительной работы. Желающие поступить должны *не позднее 30 апреля 2008 года* выслать в наш адрес *письмом* или *по электронной почте* решения задач вступительной работы (при этом не обязательно должны быть решены все задачи). При отсылке по почте вступительную работу необходимо выполнить *в школьной тетради в клетку*. Записывать решения в тетрадь следует в том порядке, в котором задачи идут во вступительной работе. На обложку тетради следует наклеить лист бумаги со следующими данными:

- 1) Фамилия, имя, отчество учащегося
- 2) Класс (в 2008/09 учебном году)
- 3) Полный домашний адрес с указанием индекса почтового отделения
- 4) Электронный адрес, по которому с вами можно связаться (если он есть)
- 5) Откуда вы узнали о наборе на заочное отделение

Вступительные работы обратно не высылаются.

Группам «Коллективный ученик» *не нужно* выполнять вступительную работу, необходимо лишь *не позднее 15 сентября 2008 года* выслать *письмом* или *по электронной почте* такие данные:

- 1) Фамилия, имя, отчество руководителя группы
  - 2) Фамилии, имена и отчества учащихся (не более 15 человек) в алфавитном порядке
  - 3) Класс (в 2008/09 учебном году)
  - 4) Полный адрес руководителя группы (по которому следует высылать задания) с указанием индекса почтового отделения
  - 5) Электронный адрес, по которому с вами можно связаться (если он есть)
  - 6) Откуда вы узнали о наборе на заочное отделение.
- Наш почтовый адрес: 119991 Москва, ГСП-1, Воробьевы горы, МГУ, мехмат, МММФ  
Электронные адреса:  
вечернее отделение – mmmf\_v@math.msu.ru  
заочное отделение – zaoch@math.msu.ru  
Телефон для справок: (495) 939-39-43  
Наш сайт в Интернете: <http://mmmf.math.msu.ru>

## Вступительная работа

1. Волк побегал за Зайцем по кольцевой дороге, увидев его на  $1/3$  круга впереди себя. Скорость Зайца, который в тот же момент помчался прочь от Волка, 5 кругов в час. Скорость Волка 7 кругов в час. Через какое время после начала движения Волк догонит Зайца?

2. Докажите, что число  $11\dots1 + 22\dots2 + \dots + 99\dots9$ , в котором каждое слагаемое состоит из 2008 цифр, делится на 9.

3. Решите неравенство  $x^2(x^2 - 1)(x^2 + 3) \geq 0$ .

4. В выпуклых четырехугольниках  $ABCD$  и  $A_1B_1C_1D_1$  выполняются равенства  $AB = A_1B_1$ ,  $BC = B_1C_1$ ,  $CD = C_1D_1$ ,  $DA = D_1A_1$ . Кроме того, известно, что наименьшая сторона четырехугольника  $ABCD$  равна наибольшей стороне четырехугольника  $A_1B_1C_1D_1$ . Верно ли, что четырехугольники  $ABCD$  и  $A_1B_1C_1D_1$  равны (две фигуры называются равными, если их можно совместить наложением)?

5. Переменные  $x_1, x_2, \dots, x_{100}$  могут принимать значения 0 или 1. Обозначим через  $S$  сумму  $x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + \dots + x_{98}x_{99}x_{100}$  (в сумму входят по одному разу все слагаемые вида  $x_i x_j x_k$ , где  $1 \leq i < j < k \leq 100$ ). Может ли  $S$  равняться 5?

6. По кругу расставлены цифры 1, 2, 3, ..., 9 в произвольном порядке (каждая цифра встречается один раз). Каждые три цифры, стоящие подряд по часовой стрелке, образуют трехзначное число. Чему равна сумма всех девяти таких чисел? Укажите все возможные варианты.

7. Найдите все решения ребуса, в котором одинаковыми буквами зашифрованы одинаковые цифры, разными – разные:

$$\begin{array}{r} \text{ВАГОН} \\ + \text{ВАГОН} \\ \hline \text{СОСТАВ} \end{array}$$

8. В выпуклом четырехугольнике  $ABCD$  известны три угла:  $\angle A = 60^\circ$ ,  $\angle B = 40^\circ$ ,  $\angle C = 120^\circ$ ; известно также, что стороны  $CD$  и  $AD$  равны. Докажите, что  $BC + CD = AB$ .

9. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x+y)^2 + (x+z)^2 + (y+z)^2 = 1, \\ \frac{1}{6}(x+y) = \frac{1}{3}(x+z) = \frac{1}{2}(y+z). \end{cases}$$

10. Несколько друзей решили устроить турнир по игре в «камень-ножницы-бумагу». Каждый сыграл с каждым по одному поединку. За победу в каждом поединке игроку начислялось одно очко, за поражение одно очко вычиталось, а ничья число набранных очков не изменяла. Оказалось, что один из участников набрал +7 очков, а другой набрал -2 очка. Верно ли, что хотя бы одна игра на турнире завершилась вничью?