XXXIII Всероссийская олимпиада школьников по математике

Четвертый (федеральный окружной) этап Всероссийской олимпиады школьников по математике прошел с 24 по 29 марта 2007 года в городах Санкт-Петербург (Северо-Западный федеральный округ), Ярославль (Центральный), Майкоп (Южный), Пенза (Приволжский), Курган (Уральский), Абакан (Сибирский) и Биробиджан (Дальневосточный).

Заключительный, пятый этап олимпиады проходил с 23 по 28 апреля 2007 года в Майкопе. Столица Адыгеи, успешно приняв за последние годы большое число математических соревнований, стала традиционным местом встреч юных математиков. В нынешней олимпиаде приняли участие 239 школьников России – дипломантов IV этапа и победителей Московской и Санкт-Петербургской олимпиад, а также команды гостей из Болгарии и Китая, участие которых во Всероссийской олимпиаде уже стало хорошей традицией. Впервые пятый этап проводился в параллели 8 класса (ранее пятый этап проводился по трем параллелям, с 9 по 11 класс).

За оригинальные решения жюри отметило специальными призами четырех участников: восьмиклассника Хомутова Никиту (станица Динская Краснодарского края) – за решение трудной комбинаторной задачи (задача 8 для 8 класса), девятиклассников Царькова Олега (Москва) и Ненашева Глеба (Санкт-Петербург) – за красивое и оригинальное решение геометрической задачи (задача 6 для 9 класса) и десятиклассника Янушевича Леонида (Москва) – за усиление результата задачи по теории чисел (задача 8 для 10 класса). Набрать максимальное количество баллов (56) удалось лишь выступавшему за 9 класс Линь Бо (Китай) и 11-класснику Есину Алексею (Краснодарский край).

Ниже приводятся условия задач IV и V этапов и список дипломантов V (заключительного) этапа XXXIII Всероссийской олимпиады школьников по математике.

Окружной этап

8 класс

1. В выпуклом четырехугольнике семь из восьми отрезков, соединяющих вершины с серединами противоположных сторон, равны. Докажите, что все восемь отрезков равны.

Н.Агаханов

2. Петя задумал натуральное число и для каждой пары его цифр выписал на доску их разность. После этого он стер некоторые разности, и на доске остались числа 2, 0, 0, 7. Какое наименьшее число мог задумать Петя?

М.Мурашкин

3. Существуют ли такие простые числа $p_1, p_2, \ldots, p_{2007}$, что $p_1^2 - 1$ делится на p_2, $p_2^2 - 1$ делится на $p_3, \ldots, p_{2007}^2 - 1$ делится на p_1?

В.Сендеров

4. На шахматной доске расставлены во всех клетках 32 белые и 32 черные пешки. Пешка может бить пешки противоположного цвета, делая ход по диагонали на одну клетку и становясь на место взятой пешки (белые пешки могут бить только вправо-вверх и влево-вверх, а черные – только влево-вниз и вправо-вниз). Другим образом пешки ходить не могут. Какое наименьшее количество пешек может остаться на доске?

И.Богданов

5. Среди 11 внешне одинаковых монет 10 настоящих, весящих по 20 г, и одна фальшивая, весящая 21 г. Имеются чашечные весы, которые оказываются в равновесии, если груз на правой их чашке ровно вдвое тяжелее, чем на левой. (Если груз на правой чашке меньше, чем удвоенный груз на левой, то перевешивает левая чашка, если больше, то правая.) Как за три взвешивания на этих весах найти фальшивую монету?

И.Рубанов

6. См. задачу М2056 «Задачника «Кванта».

7. Внутри равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$) выбрана точка M таким образом, что $\angle AMC = 2\angle ABC$. На отрезке AM нашлась такая точка K, что $\angle BKM = \angle ABC$. Докажите, что $BK = KM + MC$.

С.Берлов

8. В классе учатся 15 мальчиков и 15 девочек. В день 8 марта некоторые мальчики позвонили некоторым девочкам и поздравили их с праздником (никакой мальчик не звонил одной и той же девочке дважды). Оказалось, что детей можно единственным образом разбить на 15 пар так, чтобы в каждой паре оказались мальчик с девочкой, которой он звонил. Какое наибольшее число звонков могло быть сделано?

С.Берлов

9 класс

1. Петя придумал 1004 приведенных квадратных трехчлена $f_1, \ldots, f_{1004}$, среди корней которых встречаются все целые числа от 0 до 2007. Вася рассматривает всевозможные уравнения $f_i = f_j$ ($i \neq j$), и за каждый найденный у них корень Петя платит Васе по рублю. Каков наименьший возможный доход Васи?

И.Рубанов

2. См. задачу 3 для 8 класса.

3. См. задачу М2057 «Задачника «Кванта».

4. У двух треугольников равны наибольшие стороны и равны наименьшие углы. Строится новый треугольник со сторонами, равными суммам соответствующих сторон данных треугольников (складываются наибольшие стороны двух треугольников, средние по длине стороны и наименьшие стороны). Докажите, что площадь нового треугольника не меньше удвоенной суммы площадей исходных.

Н.Агаханов

5. См. задачу 5 для 8 класса.

6. На стороне BC треугольника ABC выбрана произвольная точка D. В треугольники ABD и ACD вписаны окружности с центрами K и L соответственно. Докажите, что описанные окружности треугольников BKD и CLD вторично пересекаются на фиксированной окружности.

Л.Емельянов

7. См. задачу 2059 «Задачника «Кванта».

8. Среди натуральных чисел от 1 до 1200 выбрали 372 различных числа так, что никакие два из них не различаются на 4, 5 или 9. Докажите, что число 600 является одним из выбранных.

Д.Храмцов

10 класс

1. В 25 коробках лежат шарики нескольких цветов. Известно, что при любом k ($1 \le k \le 25$) в любых k коробках лежат шарики ровно $k+1$ различных цветов. Докажите, что шарики одного из цветов лежат во всех коробках.

С.Волчёнков

2. Для вещественных $x > y > 0$ и натуральных $n > k$ докажите неравенство $\left(x^k - y^k\right)^n < \left(x^n - y^n\right)^k$.

В.Сендеров

3. При каком наименьшем n для любого набора **A** из 2007 множеств найдется такой набор **B** из n множеств, что каждое множество набора **A** является пересечением двух различных множеств набора **B**?

И.Богданов, Г.Челноков

4. См. задачу М2064 «Задачника «Кванта».

5. См. задачу М2056 «Задачника «Кванта».

6. Точка D на стороне BC треугольника ABC такова, что радиусы вписанных окружностей треугольников ABD и ACD равны. Докажите, что радиусы окружностей, вневписанных в треугольники ABD и ACD, касающихся отрезков BD и CD соответственно, также равны.

Л.Емельянов

7. Дано натуральное число $n > 6$. Рассматриваются натуральные числа, лежащие в промежутке $\left(n(n-1); n^2\right)$ и взаимно простые с $n(n-1)$. Докажите, что наибольший общий делитель всех таких чисел равен 1.

В.Астахов

8. В клетках таблицы 15×15 изначально записаны нули. За один ход разрешается выбрать любой ее столбец или любую строку, стереть записанные там числа и записать туда все числа от 1 до 15 в произвольном порядке – по одному в каждую клетку. Какую максимальную сумму чисел в таблице можно получить такими ходами?

М.Мурашкин

11 класс

1. См. задачу 1 для 10 класса.

2. Квадратные трехчлены $f_1(x)$ и $f_2(x)$ таковы, что

$$f_1'(x)\,f_2'(x) \ge \left|f_1(x)\right| + \left|f_2(x)\right|$$

при всех действительных x. Докажите, что произведение $f_1(x)\,f_2(x)$ равно квадрату некоторого трехчлена.

Н.Агаханов

3. В треугольнике ABC на стороне BC выбрана точка M так, что точка пересечения медиан треугольника ABM лежит на описанной окружности треугольника ACM, а точка пересечения медиан треугольника ACM лежит на описанной окружности треугольника ABM. Докажите, что медианы треугольников ABM и ACM из вершины M равны.

А.Бадзян

4. На столе лежат купюры достоинством 1, 2, …, $2n$ тугриков. Двое ходят по очереди. Каждым ходом игрок снимает со стола две купюры, бóльшую отдает сопернику, а меньшую забирает себе. Каждый стремится получить как можно больше денег. Сколько тугриков получит начинающий при правильной игре?

Г.Челноков, И.Богданов

5. При каких натуральных n найдутся такие целые a, b, c, что их сумма равна нулю, а число $a^n + b^n + c^n$ – простое?

В.Сендеров

6. На плоскости отмечено несколько точек, каждая покрашена в синий, желтый или зеленый цвет. На любом отрезке, соединяющем одноцветные точки, нет точек этого же цвета, но есть хотя бы одна другого цвета. Каково максимально возможное число всех точек?

М.Мурашкин

7. См. задачу М2063 «Задачника «Кванта».

8. Для положительных чисел $x_1, x_2, \ldots, x_n$ докажите неравенство

$$\left(1 + x_1\right)\left(1 + x_1 + x_2\right)\ldots\left(1 + x_1 + x_2 + \ldots + x_n\right) \ge$$

$$\ge \sqrt{(n+1)^{n+1}}\sqrt{x_1 x_2 \ldots x_n}\,.$$

М.Мурашкин

Заключительный этап

8 класс

1. Даны числа a, b, c. Докажите, что хотя бы одно из уравнений $x^2 + (a-b)x + (b-c) = 0$, $x^2 + (b-c)x + (c-a) = 0$, $x^2 + (c-a)x + (a-b) = 0$ имеет решение.

О.Подлипский

2. В клетках таблицы 10×10 произвольно расставлены натуральные числа от 1 до 100, каждое по одному разу. За один ход разрешается поменять местами любые два числа. Докажите, что за 35 ходов можно добиться того, чтобы сумма любых двух чисел, стоящих в клетках с общей стороной, была составной.

Н.Агаханов

3. На стороне BC ромба $ABCD$ выбрана точка M. Прямые, проведенные через M перпендикулярно диагоналям BD и AC, пересекают прямую AD в точках P и Q соответственно. Оказалось, что прямые PB, QC и AM пересекаются в одной точке. Чему может быть равно отношение BM/MC?

С.Берлов, Ф.Петров, А.Акопян

4. См. задачу М2062 «Задачника «Кванта».

5. От Майкопа до Белореченска 24 км. Три друга должны добраться: двое из Майкопа в Белореченск, а третий – из Белореченска в Майкоп. У них есть один велосипед, первоначально находящийся в Майкопе. Каждый из друзей может идти, со скоростью не более 6 км/ч, и ехать на велосипеде, со скоростью не более 18 км/ч. Оставлять велосипед без присмотра нельзя. Докажите, что через 2 часа 40 минут все трое друзей могут оказаться в пунктах назначения. Ехать на велосипеде вдвоем нельзя.

Фольклор

6. Через точку I пересечения биссектрис треугольника ABC проведена прямая, пересекающая стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Треугольник BMN оказался остроугольным. На стороне AC выбраны точки K и L так, что $\angle ILA = \angle IMB$, $\angle IKC = \angle INB$. Докажите, что $AM + KL + CN = AC$.

С.Берлов

7. Для натурального $n > 3$ будем обозначать через $n?$ (n-вопросиал) произведение всех простых чисел, меньших n. Решите уравнение $n? = 2n + 16$.

В.Сендеров

8. См. задачу М2061 «Задачника «Кванта».

9 класс

1. Приведенные квадратные трехчлены $f(x)$ и $g(x)$ таковы, что уравнения $f(g(x)) = 0$ и $g(f(x)) = 0$ не имеют вещественных корней. Докажите, что хотя бы одно из уравнений $f(f(x)) = 0$ и $g(g(x)) = 0$ тоже не имеет вещественных корней.

С.Берлов

2. На доске написали 100 дробей, у которых в числителях стоят все числа от 1 до 100 по одному разу и в знаменателях стоят все числа от 1 до 100 по одному разу. Оказалось, что сумма этих дробей есть несократимая дробь со знаменателем 2. Докажите, что можно поменять местами числители двух дробей так, чтобы сумма стала несократимой дробью с нечетным знаменателем.

Н.Агаханов, И.Богданов

3. Два игрока по очереди проводят диагонали в правильном $(2n+1)$-угольнике ($n > 1$). Разрешается проводить диагональ, если она пересекается (по внутренним точкам) с четным числом ранее проведенных диагоналей (и не была проведена раньше). Проигрывает игрок, который не может сделать очередной ход. Кто выигрывает при правильной игре?

К.Сухов

4. В треугольнике ABC проведена биссектриса BB_1. Перпендикуляр из B_1 на BC пересекает дугу BC описанной окружности треугольника ABC в точке K. Перпендикуляр из B на AK пересекает AC в точке L. Докажите что точки K, L и середина дуги AC (не содержащей точку B) лежат на одной прямой.

В.Астахов

5. В каждой вершине выпуклого 100-угольника написано по два различных числа. Докажите, что можно вычеркнуть по одному числу в каждой вершине так, чтобы оставшиеся числа в любых двух соседних вершинах были различными.

Ф.Петров

6. Дан остроугольный треугольник ABC. Точки M и N – середины сторон AB и BC соответственно, точка H – основание высоты, опущенной из вершины B. Описанные окружности треугольников AHN и CHM пересекаются в точке P ($P \neq H$). Докажите, что прямая PH проходит через середину отрезка MN.

В.Филимонов

7. См. задачу 8 для 8 класса.

8. Дима посчитал факториалы всех натуральных чисел от 80 до 99, нашел числа, обратные к ним, и напечатал получившиеся десятичные дроби на 20 бесконечных ленточках (например, на последней ленточке было напечатано число $\frac{1}{99!} = 0,\underbrace{00\ldots00}_{155\text{ нулей}}10715\ldots$). Саша хочет вырезать из одной ленточки кусок, на котором записано N цифр подряд и нет запятой. При каком наибольшем N он сможет это сделать так, чтобы Дима не смог определить по этому куску, какую ленточку испортил Саша?

А.Голованов

10 класс

1. Грани куба $9 \times 9 \times 9$ разбиты на единичные клетки. Куб оклеен без наложений бумажными полосками 2×1 (стороны полосок идут по сторонам клеток). Докажите, что число согнутых полосок нечетно.

А.Полянский

2. Дан многочлен $P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_{n-1}x + a_n$. Положим $m = \min\{a_0, a_0 + a_1, \ldots, a_0 + a_1 + \ldots + a_n\}$. Докажите, что $P(x) \geq mx^n$ при $x \geq 1$.

А.Храбров

3. См. задачу 4 для 9 класса.

4. Фокусник с помощником собираются показать такой фокус. Зритель пишет на доске последовательность из N цифр. Помощник фокусника закрывает две соседних цифры черным кружком. Затем входит фокусник. Его задача – отгадать обе закрытые цифры (и порядок, в котором они расположены).При каком наименьшем N фокусник может договориться с помощником так, чтобы фокус гарантированно удался?

К.Кноп, О.Леонтьева

5. Дан набор из $n > 2$ векторов. Назовем вектор набора длинным, если его длина не меньше длины суммы остальных векторов набора. Докажите, что если каждый вектор набора – длинный, то сумма всех векторов набора равна нулю.

Н.Агаханов

6. Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B. Пусть PQ и RS – отрезки общих внешних касательных к этим окружностям (точки P и R лежат на ω_1, точки Q и S – на ω_2). Оказалось, что $RB \parallel PQ$. Луч RB вторично пересекает ω_2 в точке W. Найдите отношение RB/BW.

С.Берлов

7. У выпуклого многогранника одна вершина A имеет степень 5, а все остальные – степень 3 (степенью вершины называется количество выходящих из нее ребер). Назовем раскраску ребер многогранника в синий, красный и лиловый цвета хорошей, если для любой вершины степени 3 все выходящие из нее ребра покрашены в разные цвета. Оказалось, что количество хороших раскрасок не делится на 5. Докажите, что в одной из хороших раскрасок какие-то три последовательных ребра, выходящие из A, покрашены в один цвет.

Д.Карпов

8. См. задачу 8 для 9 класса.

11 класс

1. Докажите, что при $k > 10$ в произведении

$$f(x) = \cos x \cos 2x \cos 3x \ldots \cos 2^k x$$

можно заменить один cos на sin так, что получится функция $f_1(x)$, удовлетворяющая при всех действительных x неравенству $|f_1(x)| \leq \frac{3}{2^{k+1}}$.

Н.Агаханов

2. См. задачу М2060 «Задачника «Кванта».

3. См. задачу 4 для 10 класса.

4. См. задачу М2065 «Задачника «Кванта».

5. См. задачу 5 для 9 класса.

6. Существуют ли ненулевые числа a, b, c такие, что при любом $n > 3$ можно найти многочлен вида $P_n(x) = x^n + \ldots \ldots + ax^2 + bx + c$, имеющий ровно n (не обязательно различных) целых корней?

Н.Агаханов, И.Богданов

7. Дана треугольная пирамида. Леша хочет выбрать два ее скрещивающихся ребра и на них, как на диаметрах, построить шары. Всегда ли он может выбрать такую пару, что любая точка пирамиды лежит хотя бы в одном из этих шаров?

А.Заславский

8. В стране есть N городов. Некоторые пары из них соединены беспосадочными двусторонними авиалиниями. Оказалось, что для любого k ($2 \le k \le N$) при любом выборе k городов количество авиалиний между этими городами не будет превосходить $2k - 2$. Докажите, что все авиалинии можно распределить между двумя авиакомпаниями так, что не будет замкнутого авиамаршрута, в котором все авиалинии принадлежат одной компании.

И. Богданов, Г. Челноков

Призеры олимпиады

Дипломы I степени

по 8 классам получили
Ивлев Федор – Москва, гимназия 1543,
Матдинов Марсель – Оренбург, гимназия 1;

по 9 классам –
Ерохин Станислав – Санкт-Петербург, ФМЛ 239,
Брагин Владимир – Снежинск, гимназия 127;

по 10 классам –
Ардинарцев Никита – Санкт-Петербург, ФМЛ 239,
Горинов Евгений – Киров, ФМЛ,
Кевер Михаил – Санкт-Петербург, ФМЛ 239,
Омельяненко Виктор – Белгород, лицей 38, 8 кл.,
Бабичев Дмитрий – Долгопрудный, школа 5,
Кудык Никита – Омск, школа 117;

по 11 классам –
Есин Алексей – Краснодарский кр., ст.Старонижестеблиевская, школа 55.

Дипломы II степени

по 8 классам получили
Медведь Никита – Москва, лицей «Вторая школа»,
Мокин Василий – Саратов, ФТЛ 1,
Блинов Андрей – Москва, школа-интернат «Интеллектуал»;

по 9 классам –
Ненашев Глеб – Санкт-Петербург, ФМЛ 239,
Погорелов Дмитрий – Нижний Новгород, лицей 165,
Гусев Даниил – Дзержинск, школа 2,
Орлов Олег – Пермь, школа 146,
Шабалин Филипп – Киров, ФМЛ,
Бочкарёв Михаил – Пермь, школа 9,
Глюз Борис – Майкоп, гимназия 22,
Нижибицкий Евгений – Краснодар, школа 73,
Русских Марианна – Санкт-Петербург, ФМЛ 239,
Семенов Александр – Белорецк, Белорецкая компьютерная школа,
Царьков Олег – Москва, лицей «Вторая школа»,
Кондакова Елизавета – Москва, лицей «Вторая школа»,
Попов Леонид – Пермь, школа 146,
Черкашин Данила – Санкт-Петербург, лицей 533,
Кушнир Андрей – Иркутск, лицей 2, 8 кл.,
Савенков Кирилл – Санкт-Петербург, ФМЛ 239, 8 кл.,
Савчик Алексей – Москва, Московская государственная Пятьдесят седьмая школа;

по 10 классам –
Бойкий Роман – Санкт-Петербург, ФМЛ 239,
Янушевич Леонид – Москва, дистанционная школа «i-школа»,
Поляков Владимир – Санкт-Петербург, ФМЛ 239,
Бажов Иван – Екатеринбург, гимназия 9,
Андреев Михаил – Москва, Московская государственная Пятьдесят седьмая школа;

по 11 классам –
Волков Владислав – Санкт-Петербург, ФМЛ 239, 10 кл.,
Илюхина Мария – Москва, лицей «Вторая школа»,
Матвеев Константин – Омск, лицей 66,
Дроздов Сергей – Санкт-Петербург, лицей «ФТШ»,
Митрофанов Иван – Коломна, гимназия 2,
Лысов Михаил – Москва, лицей «Вторая школа»,
Сафин Станислав – Краснодар, лицей «ИСТЭК»,
Лишанский Андрей – Санкт-Петербург, ФМЛ 239,
Логунов Александр – Санкт-Петербург, ФМЛ 239,
Сеплярскмя Анна – Черноголовка, школа 82,
Ярушин Дмитрий – Челябинск, лицей 31,
Арутюнов Владимир – Москва, гимназия 1543.

Дипломы III степени

по 8 классам получили
Бондаренко Михаил – Санкт-Петербург, ФМЛ 239,
Юдин Сергей – Вологда, Вологодский многопрофильный лицей,
Голова Анна – Краснодар, школа 74,
Исаак Евгений – Курган, школа 38,
Печина Анна – Долгопрудный, школа 5,
Пивень Никита – Майкоп, школа 8,
Беляков Сергей – Омск, лицей 64,
Кондратьев Михаил – Майкоп, гимназия 22,
Курносов Артем – Нижнекамск, лицей-интернат 24,
Сергиенко Ярослав – Краснодар, лицей «ИСТЭК», 7 кл.,
Степанов Борис – Екатеринбург, гимназия 9,
Южанин Денис – Киров, ФМЛ,
Довгалюк Екатерина – Нижний Новгород, лицей 165;

по 9 классам –
Климовицкий Иосиф – Санкт-Петербург, ФМЛ 239, 8 кл.,
Лукьянец Евгений – Санкт-Петербург, ФМЛ 239,
Горбачева Ирина – Краснодар, школа 64, 8 кл.,
Гусев Антон – Омск, лицей 64,
Кузнецов Ростислав – Киров, ФМЛ,
Радонец Алексей – Краснодар, лицей «ИСТЭК»,
Тыщук Константин – Санкт-Петербург, ФМЛ 239, 8 кл.,
Устинов Никита – Санкт-Петербург, ФМЛ 239, 8 кл.;

по 10 классам –
Машковский Артем – Челябинск, лицей 31,

Распопов Алексей – Ростов-на-Дону, ФМЛ 33,
Шамшурин Алексей – Ижевск, гуманитарно-естественный лицей 41,
Архипов Дмитрий – Ярославль, школа 33,
Калачёв Глеб – Москва, лицей «Вторая школа»,
Семенов Иван – Долгопрудный, школа 5,
Титов Иван – Екатеринбург, гимназия 9,
Хасанов Тимур – Казань, ФМЛ 131,
Ромаскевич Елена – Москва, гимназия 1543;

по 11 классам –
Остроумова Людмила – Ярославль, школа 33,
Воробьев Сергей – Киров, ФМЛ,
Мартемьянов Роман – Барнаул, школа 107,
Баранов Эдуард – Санкт-Петербург, ФМЛ 239,
Лурье Денис – Жуковский, гимназия 1,
Михайловский Никита – Челябинск, лицей 31,
Чмутин Георгий – Москва, Московская государственная Пятьдесят седьмая школа,
Авилов Артем – Москва, Московская государственная Пятьдесят седьмая школа,
Викулаев Павел – Рыбинск, лицей 2,
Малеев Андрей – Снежинск, гимназия 127,
Руденко Даниил – Санкт-Петербург, ФМЛ 239,
Фельдман Григорий – Новосибирск, гимназия 1,
Кожин Евгений – Долгопрудный, школа 5,
Коровкин Михаил – Ижевск, ИЕГЛ «Школа-30»,
Руденко Наталья – Киров, ФМЛ,
Хайруллин Равиль – Челябинск, лицей 31,
Чувашов Сергей – Киров, ФМЛ,
Шмаров Владимир – Саров, лицей 15,
Погудин Глеб – Москва, СУНЦ МГУ,
Миссарова Алсу – Казань, лицей им. Н.И.Лобачевского при КГУ.

Публикацию подготовили Н.Агаханов, И.Богданов, П.Кожевников, О.Подлипский

XLI Всероссийская олимпиада школьников по физике

В этом году Всероссийская олимпиада школьников по физике проходила в Санкт-Петербурге, точнее – в его историческом пригороде Петергофе. Все основные хлопоты по приему гостей, их размещению, организации культурной программы, проведению туров олимпиады, апелляции, церемоний открытия и закрытия легли на плечи коллектива физического факультета Санкт-Петербургского государственного университета.

Всего в олимпиаде приняли участие 215 школьников, включая призеров окружного этапа олимпиады текущего года и школьников, удостоенных дипломов I, II и III степени на прошлогодней олимпиаде.

Задачи для теоретического тура были разработаны методической комиссией при Центральном организационном комитете Всероссийских олимпиад школьников. Экспериментальные задания разрабатывали и готовили члены жюри из Санкт-Петербургского государственного университета.

Ниже приводятся условия задач теоретического тура заключительного этапа и список призеров олимпиады.

Теоретический тур

9 класс

Задача 1. Шайба на льду

По гладкой горизонтальной поверхности скользит пластинка, на которой отмечены 3 точки A, B и C, лежащие в вершинах прямоугольного треугольника с углом 30° при вершине B (рис.1). Гипотенуза треугольника равна L. В некоторый момент времени скорость точки A равна по модулю v_0 и направлена под углом 30° к катету BC. Известно также, что скорость точки B в этот момент времени направлена вдоль линии a_1a_2, параллельной катету AC. Определите: модуль и направление скорости точки B; модуль и направление скорости точки C; положение точки O, скорость в которой в данный момент времени равна нулю. Изобразите на чертеже векторы скоростей точек B и C, а также положение точки O.

Фольклор

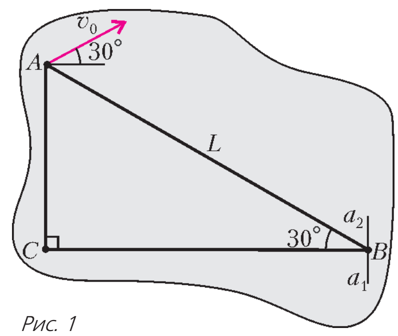

Рис. 1

Задача 2. Случай на станции

Пассажирский поезд длиной l стоял на первом пути. В последнем вагоне сидел Дядя Федор (герой книги Э.Успенского «Каникулы в Простоквашино») и ожидал письмо, которое ему должен был передать Шарик от кота Матроскина. В тот момент, когда поезд тронулся, на привокзальной площади, как раз напротив первого вагона, появился Шарик (рис.2). Он определил, что расстояние до последнего вагона равно L. С какой минимальной скоростью v_0 должен бежать пес, чтобы передать письмо, если поезд движется с постоянным ускорением a?

В.Слободянин

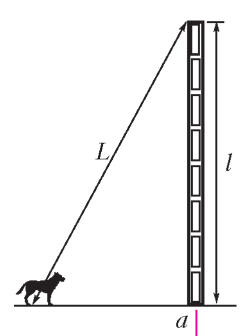

Рис. 2

Задача 3. Отопление дачного домика

Дачный домик отапливается с помощью электрических батарей. При температуре батарей $t_{б1} = 40\ ^\circ\mathrm{C}$ и температуре наружного воздуха $t_1 = -10\ ^\circ\mathrm{C}$ в домике устанавливается температура $t = 20\ ^\circ\mathrm{C}$. Во сколько раз надо увеличить силу тока в батареях, чтобы прежняя температура в комнате поддерживалась в холодные дни при температуре $t_2 = -25\ ^\circ\mathrm{C}$? Какова при этом будет температура батарей $t_{б2}$? Считать электрическое сопротивление нагревательных элементов не зависящим от температуры.

М.Соболев

Задача 4. «Черный ящик»

В «черном ящике» с тремя выводами находятся два резистора и нелинейный элемент (лампочка от карманного фонарика), вольт-амперная характеристика которого изображена на рисунке 3 (график *ВАХ Л*). На том же рисунке изображены вольт-амперные характеристики «черного ящика»,

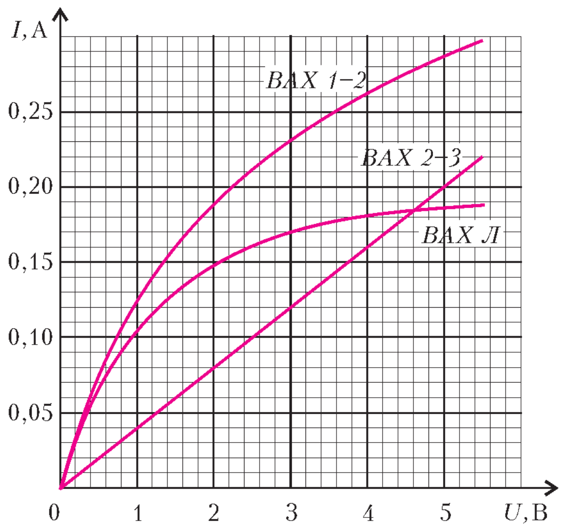

Рис. 3

снятые между выводами *2–3* и *1–2*. Определите сопротивления обоих резисторов. Нарисуйте схему соединения элементов «черного ящика» и укажите на ней значения сопротивлений резисторов. Графически постройте вольт-амперную характеристику «черного ящика» между выводами *1–3*. Предполагая, что лампочка рассчитана на напряжение $U_0 = 4{,}5$ В, определите, какое напряжение нужно создать между выводами *1* и *3*, чтобы она горела полным накалом.

Примечание. Необходимые построения следует производить непосредственно на приведенном рисунке.

С.Козел

10 класс

Задача 1. Столкновение дисков

На горизонтальной плоскости находятся два одинаковых диска с гладкими боковыми поверхностями. Первый покоится, а второму сообщают скорость v. Найдите скорости дисков после их упругого соударения, используя рисунок 4, где отмечены положения центра первого диска до столкновения – точка A – и положения центров первого и второго дисков в один и тот же момент времени после столкновения – точки B и C соответственно. Трением пренебречь.

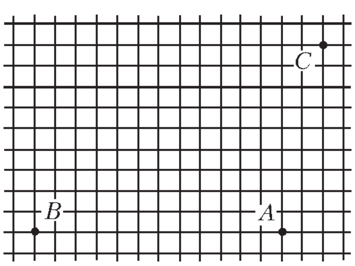

Рис. 4

И.Воробьев

Задача 2. Кривизна траектории Луны

В астрономии за единицу длины принято среднее расстояние R от Земли до Солнца, называемое астрономической единицей (1 а.е.). В геоцентрической системе отсчета, связанной с Землей, Луна вращается по круговой орбите радиусом $r_Л = 2{,}57 \cdot 10^{-3}$ а.е. В гелиоцентрической системе траектория нашего естественного спутника выглядит гораздо более сложно, поскольку Луна вращается вокруг Земли, которая в свою очередь вращается вокруг Солнца (вращения происходят в одну сторону). Вычислите радиусы кривизны $r_п$ и $r_н$ траектории Луны в гелиоцентрической системе отсчета во время полнолуния и новолуния. Ответ выразите в астрономических единицах. Отметьте качественно положения соответствующих центров кривизны (точки $O_п$ и $O_н$) на

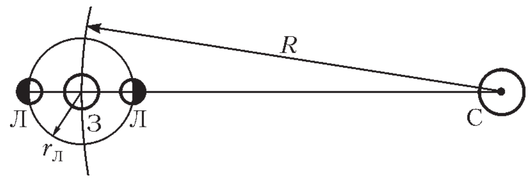

Рис. 5

рисунке 5, на котором изображены Солнце, Земля и Луна. Отношение массы Земли к массе Солнца равно $m_З/m_С = 3 \cdot 10^{-6}$.

Фольклор

Задача 3. Скорость потока воды

Для измерения скорости потока воды в отопительной системе используется устройство, изображенное на рисунке 6 (так называемый манометр Вентури). Скорость потока измеряется в трубе с диаметром $d_1 = 2$ см, вблизи установки манометра труба сужается до диаметра $d_2 = 0{,}6$ см. В верхней части П-образной манометрической трубки содержится масло с плотностью $\rho_м = 0{,}82$ г/см^3. Вертикальные колена трубки врезаны в широкую и узкую части трубы с текущей водой. Рассматривая воду как идеальную несжимаемую жидкость, определите объем воды, протекающей через трубу в 1 с, если разность уровней воды в вертикальных коленах манометрической трубки $h = 1{,}2$ см. Плотность воды $\rho = 1$ г/см^3.

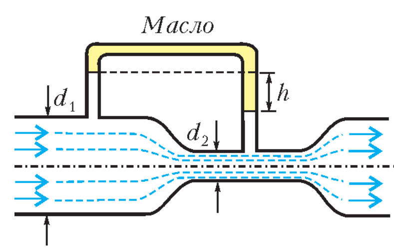

Рис. 6

С.Козел

Задача 4. Пузырек воздуха в воде

В высоком вертикально расположенном закрытом цилиндрическом сосуде сечением S и высотой h находится вода, занимающая весь объем сосуда, кроме маленького пузырька воздуха объемом V, образовавшегося у дна (рис.7). Давление воды в верхней части сосуда равно атмосферному давлению p_0. Определите, каким будет давление воды в верхней части сосуда, после того как пузырек поднимется вверх. Процесс считать изотермическим. Модуль всестороннего сжатия жидкости равен K. Рассмотрите предельные переходы: а) $V \to 0$; б) $K \to 0$ (сильно сжимаемая жидкость); в) $K \to \infty$ (несжимаемая жидкость). Найдите численное решение для случая $h = 3$ м, $S = 10$ см^2, $V = 0{,}2$ см^3, $K = 2 \cdot 10^9$ Па, плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м^3, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

Примечание. Модуль всестороннего сжатия жидкости K определяется соотношением $\Delta p = -K\Delta V_*/V_*$, где Δp – изменение давления, $|\Delta V_*/V_*| = \varepsilon$ – относительное изменение объема жидкости.

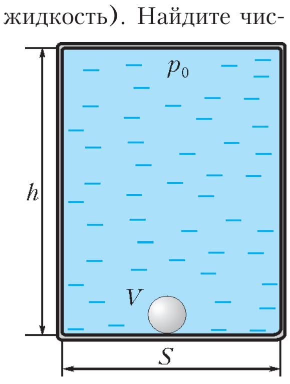

Рис. 7

В.Плис

Задача 5. «Черный ящик»

Школьнику Васе Незнайкину на олимпиаде по физике предложили разгадать схему «черного ящика» с тремя выводами (рис.8), в котором по условию задачи находились два резистора и нелинейный элемент – автомобильная лампочка, рассчитанная на номинальные напряжение $U_N = 12$ В и мощность $P_N = 6$ Вт. Были приведены две вольт-амперные характеристики (рис.9), снятые между выводами *1* и *2* (*ВАХ 1–2*) и выводами *2* и *3* (*ВАХ 2–3*). Нужно было: проанализировать возможные схемы включения элементов черного ящика, совместимые с условием задачи; выбрать одну из возможных схем и определить для этой схемы сопротивления резисторов; построить вольт-амперную характеристику нелинейного элемента; построить вольт-амперную характеристику, снятую между выводами *1* и *3*.

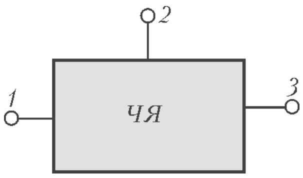

Рис. 8

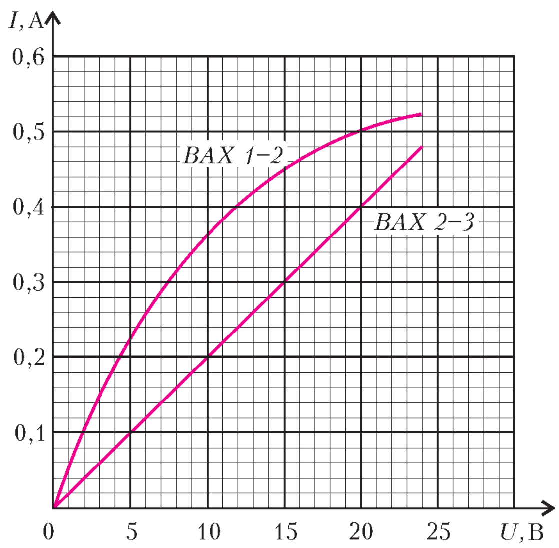

Рис. 9

Примечание. Необходимые построения следует выполнять непосредственно на данном рисунке.

С.Козел

11 класс

Задача 1. Аннигиляция частиц

В вакууме на расстоянии $L = 10$ см друг от друга находятся протон p^+ и антипротон p^-. Обе частицы имеют одинаковые массы $m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг и одинаковые по модулю заряды $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ Кл. В первый момент частицы неподвижны. При сближении частиц до расстояния $l = 10^{-13}$ м происходит их аннигиляция с рождением γ-квантов. Какие скорости будут иметь частицы при таком сближении? Через какое время произойдет аннигиляция частиц? Нужно ли при решении задачи учитывать гравитационные силы, действующие между частицами? Ответ поясните расчетом. Электрическая постоянная $\varepsilon_0 = 0{,}885 \cdot 10^{-11}$ Кл$^2/(\text{Н} \cdot \text{м}^2)$. Гравитационная постоянная $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н $\cdot$ м^2/кг^2.

С.Козел

Задача 2. Столкновение дисков

На горизонтальной плоскости с коэффициентом трения μ находятся два одинаковых малых диска с гладкими боковыми поверхностями. Первый диск покоится, а второй налетает на него со скоростью v в момент удара. Считая столкновение дисков упругим, но не обязательно лобовым, найдите, на каком расстоянии окажутся диски к моменту их остановки, если первый диск остановился, пройдя расстояние x_1. Чему равны наибольшее и наименьшее возможные конечные расстояния между дисками при данных значениях модуля скорости v и коэффициента трения μ? Размерами дисков пренебречь. Ускорение свободного падения равно g.

И.Воробьев

Задача 3. Теплотрасса

ТЭЦ снабжает жилой район горячей водой под высоким давлением, имеющей на выходе из котельной температуру $t_0 = 120$ °С. Вода течет по стальной трубе радиусом $R = 20$ см, покрытой теплоизолирующим слоем минеральной ваты толщиной $h = 4$ см и расположенной на открытом воздухе. Расход воды $\mu = 100$ кг/с. Температура окружающего воздуха $t = -20$ °С. Коэффициент теплопроводности ваты $\chi = 0{,}08$ Вт/(м · К). Коэффициент теплопроводности стали на несколько порядков больше, чем у минеральной ваты. Найдите температуру воды t_1 на конце теплотрассы в двух случаях: а) длина теплотрассы $L_1 = 10$ км; б) длина теплотрассы $L_2 = 100$ км. Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг · К).

Примечание. Количество теплоты Δq, проходящее через слой вещества площадью S и толщиной h за время $\Delta\tau$ при разности температур Δt определяется соотношением $\Delta q = \chi (S/h)\Delta t \Delta\tau$, где χ – коэффициент теплопроводности.

В.Дельцов

Задача 4. Светодиоды

Между круглыми полюсами радиусом $R = 5$ см большого электромагнита, создающего в зазоре однородное магнитное поле с индукцией $B = 1$ Тл, перпендикулярно линиям магнитной индукции движется с постоянной скоростью $v = 10$ м/с металлический стержень (рис.10). Концы стержня, длина которого больше $2R$, соединены гибкими проводами со схемой, включающей батарею с ЭДС $\mathcal{E}_0 = 0{,}5$ В и два светодиода C_1 и C_2, которые горят при напряжении $U \ge 0{,}25$ В и определенной полярности, указанной на рисунке. Будем считать, что в начальный момент времени стержень касается окружности (т.е. начинает пересекать при своем движении линии магнитной индукции). Определите напряжение $U(t)$ на светодиодах и найдите моменты времени их зажигания и гашения на интервале времени движения стержня в магнитном поле ($0 \le t \le 2R/v$). Качественно постройте график зависимости $U(t)$ и укажите на нем интервалы зажигания светодиодов.

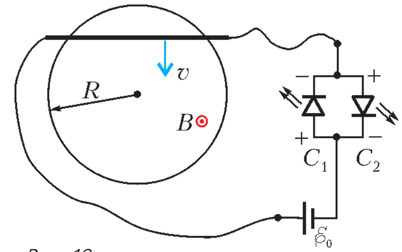

Рис. 10

А.Малеев

Задача 5. Параметрические колебания

В схеме, изображенной на рисунке 11, емкость конденсатора C периодически изменяется путем механического перемещения пластин. Допустим, что вследствие некоторого возмущения в схеме возникли малые колебания с амплитудой напряжения на конденсаторе порядка нескольких милливольт. В момент времени,

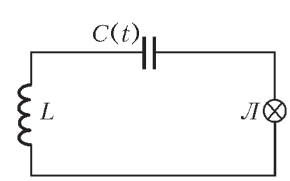

Рис. 11

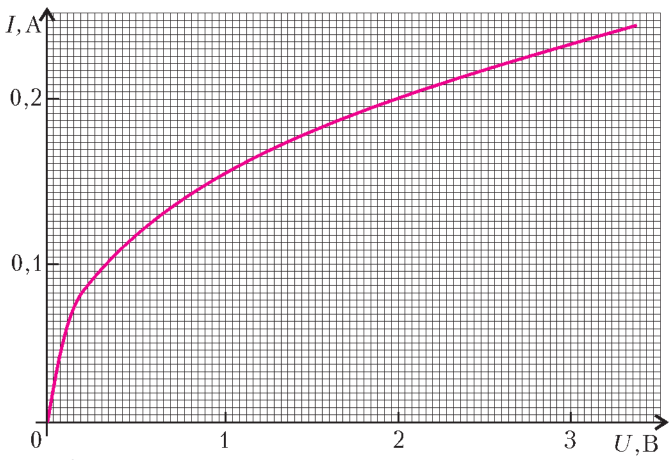

Рис. 12

когда напряжение на конденсаторе максимально, его емкость скачкообразно уменьшают на долю $\varepsilon = |\Delta C|/C$. Через четверть периода $\pi\sqrt{LC}/2$ емкость скачком увеличивают до прежнего значения, еще через четверть периода емкость вновь скачкообразно уменьшают на долю ε и так далее. При определенных условиях в схеме могут возбудиться незатухающие электрические колебания. В схему включен нелинейный элемент (лампочка накаливания *Л*), вольт-амперная характеристика которой представлена на рисунке 12. Найдите минимальное значение $\varepsilon_{\min}$, при котором в схеме возбуждаются незатухающие колебания, если $L = 0{,}1$ Гн, $C = 10^{-7}$ Ф. Найдите также амплитуду U_0 установившихся колебаний напряжения на лампочке, если $\varepsilon = 3\%$.

Примечание. Необходимые построения следует выполнять непосредственно на данном рисунке.

С.Жак

Призеры олимпиады

Дипломы I степени

по 9 классам получили

Соболев Антон – Санкт-Петербург,
Григорьевых Даниил – Удмуртская Республика,
Землянов Владислав – Ханты-Мансийский автономный округ,
Кравчук Петр – Санкт-Петербург,
Бычин Андрей – Алтайский край,
Бычина Ольга – Алтайский край;

по 10 классам –

Зеленеев Андрей – Кировская область,
Плешаков Руслан – Приморский край,
Степанов Евгений – Москва,
Мельников Игорь – Челябинская область,
Самойлов Леонид – Саратовская область,
Сашурин Александр – Москва;

по 11 классам –

Кулиев Виталий – Кировская область,
Дроздов Илья – Санкт-Петербург,
Ефимов Сергей – Алтайский край,
Мыльников Дмитрий – Самарская область,
Пех Павел – Красноярский край.

Дипломы II степени

по 9 классам получили

Лисицкий Дмитрий – Республика Башкортостан,
Мосунова Дарья – Нижегородская область,
Старков Григорий – Ямало-Ненецкий автономный округ,
Либерзон Даниил – Кировская область,
Берсенев Никита – Москва,
Горностаев Дмитрий – Республика Мордовия,
Мельников Михаил – Санкт-Петербург,
Толмачев Лев – Москва,
Кузнецов Иван – Москва,
Усманова Динара – Челябинская область,
Чернышов Иван – Москва;

по 10 классам –

Матвеев Харитон – Москва,
Павлов Артем – Республика Коми,
Шалашугина Елена – Свердловская область,
Шульчевский Дмитрий – Москва,
Ларченко Илья – Брянская область,
Фейзханов Рустем – Москва,
Анисимов Кирилл – Саратовская область,
Барсков Кирилл – Омская область,
Кузьмин Александр – Новосибирская область,
Малышев Евгений – Санкт-Петербург;

по 11 классам –

Белан Сергей – Республика Адыгея,
Бельтюков Ярослав – Санкт-Петербург,
Власов Владислав – Красноярский край,
Соловьева Ксения – Пермский край,
Будкин Григорий – Санкт-Петербург,
Пестременко Максим – Санкт-Петербург,
Поташёв Александр – Москва,
Дербышев Андрей – Ярославская область,
Котов Андрей – Москва,
Еловиков Андрей – Алтайский край,
Кострыгин Анатолий – Санкт-Петербург,
Проскурин Михаил – Ханты-Мансийский автономный округ.

Дипломы III степени

по 9 классам получили

Кудряшова Нина – Алтайский край,
Корольков Андрей – Московская область,
Дорошенко Андрей – Омская область,
Галашин Павел – Санкт-Петербург,
Куняев Дмитрий – Московская область,
Трегубов Дмитрий – Кировская область,
Матросов Михаил – Воронежская область,
Рунов Борис – Санкт-Петербург,
Лебедев Вадим – Санкт-Петербург,
Штенников Михаил – Пермский край,
Даниленко Иван – Москва,
Захаров Дмитрий – Московская область,
Алюшин Алексей – Тамбовская область,
Булдашев Иван – Челябинская область,
Казеев Александр – Камчатская область;

по 10 классам –

Маслов Ярослав – Кемеровская область,

Тамбова Александра – Республика Башкортостан,
Матвеев Алексей – Челябинская область,
Шурыгин Борис – Иркутская область,
Анютин Николай – Москва,
Кусков Дмитрий – Владимирская область,
Трихин Петр – Московская область,
Шевцов Сергей – Саратовская область,
Буслаев Павел – Санкт-Петербург,
Дряженков Андрей – Ярославская область,
Таамазян Ваге – Челябинская область,
Черников Юрий – Московская область,
Валгушев Даниил – Москва,
Кузнецов Максим – Москва,
Макарова Мария – Москва,
Бурмистров Михаил – Тамбовская область,
Демин Михаил – Тульская область,
Фомин Александр – Москва;

по 11 классам –
Петухов Антон – Республика Татарстан,
Андреев Андрей – Республика Чувашия,
Кононенко Даниил – Новосибирская область,
Сокко Анастасия – Московская область,
Воробьев Вадим – Санкт-Петербург,
Тихонов Юлий – Москва,
Федоров Илья – Санкт-Петербург,
Мандельбаум Константин – Новосибирская область,
Михасенко Михаил – Свердловская область,
Разуваев Антон – Московская область,
Алексеев Дмитрий – Москва,
Тараканов Александр – Курганская область,
Головизин Артем – Ростовская область,
Чертков Андрей – Воронежская область.

Публикацию подготовили С.Козел, В.Слободянин

XIII Всероссийская заочная математическая олимпиада школьников

Всероссийская школа математики и физики «АВАНГАРД» при участии журнала «Квант» проводит очередную Всероссийскую заочную математическую олимпиаду для школьников 6–10 классов. Срок проведения олимпиады октябрь–декабрь 2007 года.

Чтобы принять участие в олимпиаде, нужно в течение недели после получения этого номера журнала решить предлагаемые ниже задачи, аккуратно оформить решения (каждую задачу – на отдельном листочке) и отослать по адресу: 115446 Москва, а/я 450, ОРГКОМИТЕТ, «М-КВАНТ» – номер класса.

В письмо вложите два пустых маркированных конверта с надписанным домашним адресом.

Заметим, что для участия в олимпиаде необязательно решить все задачи – достаточно хотя бы одной. Победители олимпиады получат призы, среди которых несколько бесплатных подписок на журнал «Квант». (Оргкомитет приложит все усилия к тому, чтобы поощрения и призы получили все, приславшие хотя бы одно правильное решение.)

Все учащиеся, приславшие свои работы в Оргкомитет олимпиады, независимо от результатов их проверки получат приглашение учиться на заочном отделении Всероссийской школы математики и физики «АВАНГАРД» в 2007/08 учебном году.

Вниманию учителей математики 6–10 классов!
Пригласите к участию в олимпиаде своих учеников!

Задачи олимпиады

6 класс

1. На прямой через равные промежутки поставили 10 точек, они заняли отрезок длины l. На другой прямой через такие же промежутки поставили 100 точек, они заняли отрезок длины L. Во сколько раз L больше l?

2. Вот очень простая

$$Г + О = Л - О = В \times О = Л - О = М - К = А.$$

Замените буквы цифрами так, чтобы получились верные равенства; при этом одинаковым буквам должны соответствовать одинаковые цифры, а разным – разные.

3. В классе учатся менее 50 школьников. За контрольную работу $1/7$ учеников получили пятерки, $1/3$ – четверки, $1/2$ – тройки. Остальные работы оказались неудовлетворительными. Сколько было таких работ?

4. На лугу растет трава. Пустили на луг 9 коров, они опустошили луг за 4 дня. Если бы на луг пустили 8 коров, то они съели бы всю траву за 6 дней. Сколько коров могут кормиться на лугу все время, пока растет трава?

5. На клетке e1 шахматной доски находится белый конь, а на клетке d8 – черный конь. Первый ход белый конь может сделать либо на d3,либо на g3, а черный конь – только на e6. Второй ход белого коня может быть сделан на любую доступную для него клетку. Какова вероятность того, что белый конь окажется под боем черного коня?

Комментарий. Вероятность $P(A)$ события A – того, что белый конь в итоге окажется под боем черного коня, равна $P(A) = n_A/N$, где n_A – общее число возможных маршрутов белого коня за два хода, приводящих к событию A, N – число всех возможных маршрутов белого коня за два хода.

7 класс

1. Последовательностью цифр

1401200614012010 1201

зашифровано слово следующим образом: каждой букве поставлено в соответствие двузначное число. Расшифруйте.

К сожалению, в нумерации предыдущих олимпиад произошел сбой.

2. На покраску большого деревянного куба размером $2007 \times 2007 \times 2007$ ушел 1 кг краски. Однако понадобились кубики поменьше, и большой куб распилили на кубики размером $1 \times 1 \times 1$. Сколько необходимо еще краски для докраски маленьких кубиков?

3. Изобразите на координатной плоскости $0xy$ множество точек, координаты x и y которых удовлетворяют уравнению

$$2x^2 - 5xy + 2y^2 = 0 .$$

4. Существует ли треугольник, у которого все стороны меньше 0,2007 мм, а радиус описанной окружности больше 2007 км?

5. Сколькими способами можно расставить на шахматной доске черного и белого королей так, чтобы они не били друг друга (не стояли на соседних клетках)?

Примечание. Расстановки, при которых черный и белый короли меняются местами, считаются разными.

8 класс

1. См. задачу 1 для 7 класса.

2. В треугольнике ABC выбрали точку P на стороне BC и провели через нее отрезки PQ и PR, параллельные сторонам AC и AB соответственно, до пересечения с этими сторонами. Известно, что площадь треугольника BQP равна S_1, а треугольника CRP – S_2. Найдите площадь треугольника ABC.

3. Решите уравнение

$$(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) = 24 .$$

4. Какое из двух чисел имеет больше делителей, включая как простые, так и составные: 2007^{2007} или $2007!$?

Примечание. Для любого натурального числа n символ $n!$ (n факториал) обозначает произведение всех натуральных чисел от 1 до n.

5. См. задачу 5 для 7 класса.

9 класс

1. См. задачу 1 для 7 класса.

2. Решите уравнение $2x^2 + y^2 + 2xy + 2x + 1 = 0$.

3. Рассмотрим точку P внутри треугольника ABC и проведем через нее три отрезка, параллельных соответствующим сторонам треугольника. Пусть S_1, S_2, S_3 – площади трех треугольников, возникающих при разбиении исходного треугольника этими отрезками. Найдите площадь треугольника ABC.

4. См. задачу 5 для 7 класса.

5. Известно, что для некоторых чисел a, b и c выполняются неравенства

$$(9a + 3b + c)(4a + 2b + c) < 0 \quad \text{и}$$

$$(16a - 4b + c)(9a - 3b + c) < 0 .$$

Что можно сказать о знаке произведения $(4a - 2b + c)(a + b + c)$?

10 класс

1. Решите уравнение

$$\sin^2 \frac{x}{2} + \sin^2 \frac{x}{3} + \sin^2 \frac{x}{5} = 0.$$

2. Даны два вектора $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$, имеющие общее начало – точку A. Опишите множество точек D таких, что $\overrightarrow{AD} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC}$, где α и β – положительные числа.

3. См. задачу 3 для 9 класса.

4. Найдите сумму

$$1 + \frac{2}{10} + \frac{3}{100} + \ldots + 2008\frac{1}{10^{2007}} .$$

5. См. задачу 5 для 9 класса.

КОЛЛЕКЦИЯ ГОЛОВОЛОМОК

Спор головоломок в Австралии

(Начало см. на 2-й с. обложки)

Японская головоломка «Петля» покорила жюри съезда любителей головоломок тем, что проста на вид, содержит очевидную задачу, не нуждающуюся в разъяснении, демонстрирует новый вариант соединения деталей друг с другом, имеет изящный внешний вид и трудна (но не слишком) в решении.

Когда вам дают в руки эту игрушку, она уже почти собрана. Лишь косые срезы мешают соединить два полукольца, замкнуть их в одно кольцо (см. фото на обложке). Единственный выход из этого положения – разобрать кольцо, а затем попытаться собрать заново. После нескольких попыток удается решить головоломку случайно, не вникая в ее смысл. Для логической игрушки это существенный недостаток, который не учли члены жюри.

Осмысленное решение приходит тогда, когда сообразишь, что винтовое соединение может иметь два конца или, что то же самое, два начала. Раз не удается завинтить деталь с одного из них, значит, решение состоит в том, чтобы сделать это с другого.

К сожалению, «Петлю» невозможно изготовить в домашних условиях. Поэтому вашему вниманию предлагается другая головоломка «Собачка и мячики», тоже привезенная в Австралию из Японии. На фото (см. обложку) показано, что в головоломке требуется поменять местами красный и зеленый кружки, т.е. фишки 14 и 15 игры «15», не вынимая их из коробочки, а лишь передвигая любые фишки. В начале решения лучше убрать из коробочки желтый кружок. В этом случае задача сильно облегчается, и, самое главное, становится понятно, как нужно двигаться к решению головоломки с тремя кружочками.

По примеру игрушки «Собачка и мячики» вы можете придумать собственную головоломку типа игры «15». Например, прикрепить некоторые квадратики ко дну коробочки, склеить между собой фишки не так, как в японской головоломке, изменить размер коробочки и ее конфигурацию. Присылайте ваши изобретения в редакцию журнала.

В 2008 году съезд любителей головоломок состоится в Европе, недалеко от границ России – в столице Чехии Праге. Если вы интересуетесь головоломками, коллекционируете и решаете их, у вас есть шанс побывать на самом интересном головоломном мероприятии 2008 года. За разъяснением и помощью можно обращаться по электронному адресу 4429.g23@g23.relcom.ru.

А.Калинин