

журнал© Квант МАЙ 2007 №3 июнь

НАУЧНО-ПОПУЛЯРНЫЙ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1970 ГОДА

В номере:



Учредители — Президиум Российской академии наук, Фонд поддержки фундаментальной науки и образования (Фонд Осипяна)

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

Ю.А.Осипьян

ПЕРВЫЕ ЗАМЕСТИТЕЛИ
ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА

С.С.Кротов, С.П.Новиков

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

А.Я.Белов, Ю.М.Брук, А.А.Варламов,
А.Н.Виленин, В.И.Голубев, С.А.Гордюнин,
Н.П.Долбилин

(заместитель главного редактора),

В.Н.Дубровский, А.А.Егоров, А.В.Жуков,
А.Р.Зильберман, П.А.Кожевников,
В.В.Козлов, С.П.Коновалов, А.А.Леонovich,
Ю.П.Лысов, В.В.Произволов, Н.Х.Розов,
А.Б.Сосинский, А.Л.Стасенко, В.Г.Сурдин,

В.М.Тихомиров,

В.А.Тихомирова, В.М.Уроев,

А.И.Черноуцан

(заместитель главного редактора)

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

А.В.Анджанс, В.И.Арнольд, М.И.Башмаков,
В.И.Берник, В.Г.Болтянский, А.А.Боровой,
Н.Н.Константинов, Г.Л.Коткин,
Е.Л.Сурков, Л.Д.Фаддеев

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ
1970 ГОДА

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

И.К.Кикоин

ПЕРВЫЙ ЗАМЕСТИТЕЛЬ
ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА

А.Н.Колмогоров

Л.А.Арцимович, М.И.Башмаков,
В.Г.Болтянский, И.Н.Бронштейн,
Н.Б.Васильев, И.Ф.Гинзбург, В.Г.Зубов,
П.Л.Капица, В.А.Кириллин, Г.И.Косоуров,
В.А.Лешковцев, В.П.Лишевский,
А.И. Маркушевич, М.Д.Миллионщиков,
Н.А.Патрикеева, Н.Х.Розов,
А.П.Савин, И.Ш.Слободецкий,
М.Л.Смолянский, Я.А.Сморodinский,
В.А.Фабрикант, Я.Е.Шнайдер

Бюро



Квантум

© 2007, Президиум РАН,
Фонд Осипяна, «Квант»

- 2 Леонард Эйлер (к 300-летию со дня рождения).
В.Тихомиров
8 Лазер – замечательное достижение XX века. П.Крюков

ИЗ ИСТОРИИ НАУКИ

- 18 Бугенвилль. А.Васильев

ЗАДАЧНИК «КВАНТА»

- 19 Задачи М2041–М2050, Ф2048–Ф2057
21 Решения задач М2021–М2025, Ф2033–Ф2042
27 Победители конкурса «Задачник «Кванта» 2006 года

К М Ш

- 28 Задачи
29 Случай с Толей Клюквиным. С.Дворянинов

ШКОЛА В «КВАНТЕ»

- 31 С полюса – на полюс. А.Стасенко
34 От простого – к сложному. В.Эпштейн
36 Размерности и ... правило квантования Бора. Г.Бакунин

КАЛЕЙДОСКОП «КВАНТА»

- 32 Переменный поток

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КРУЖОК

- 37 Эйлер и геометрия. А.Заславский

ЛАБОРАТОРИЯ «КВАНТА»

- 41 Резонанс против резонанса. В.Майер

ПРАКТИКУМ АБИТУРИЕНТА

- 43 Работа газа при переходе из начального состояния в
конечное. В.Можаев
46 Формулы геометрии помогают алгебре. В.Мирошин

ОЛИМПИАДЫ

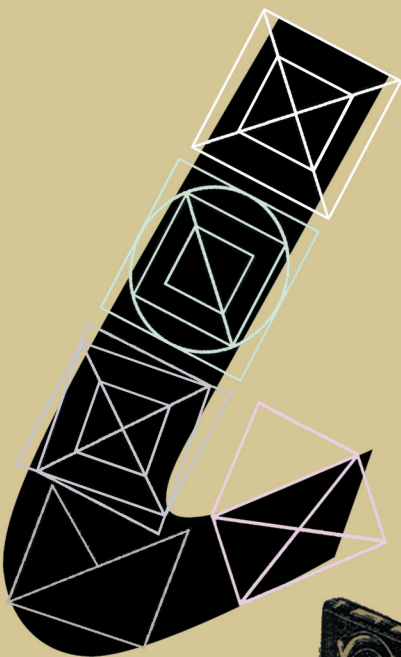
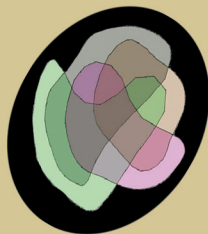
- 51 XV Международная олимпиада «Интеллектуальный
марафон»
54 Всероссийская студенческая олимпиада по физике

ИНФОРМАЦИЯ

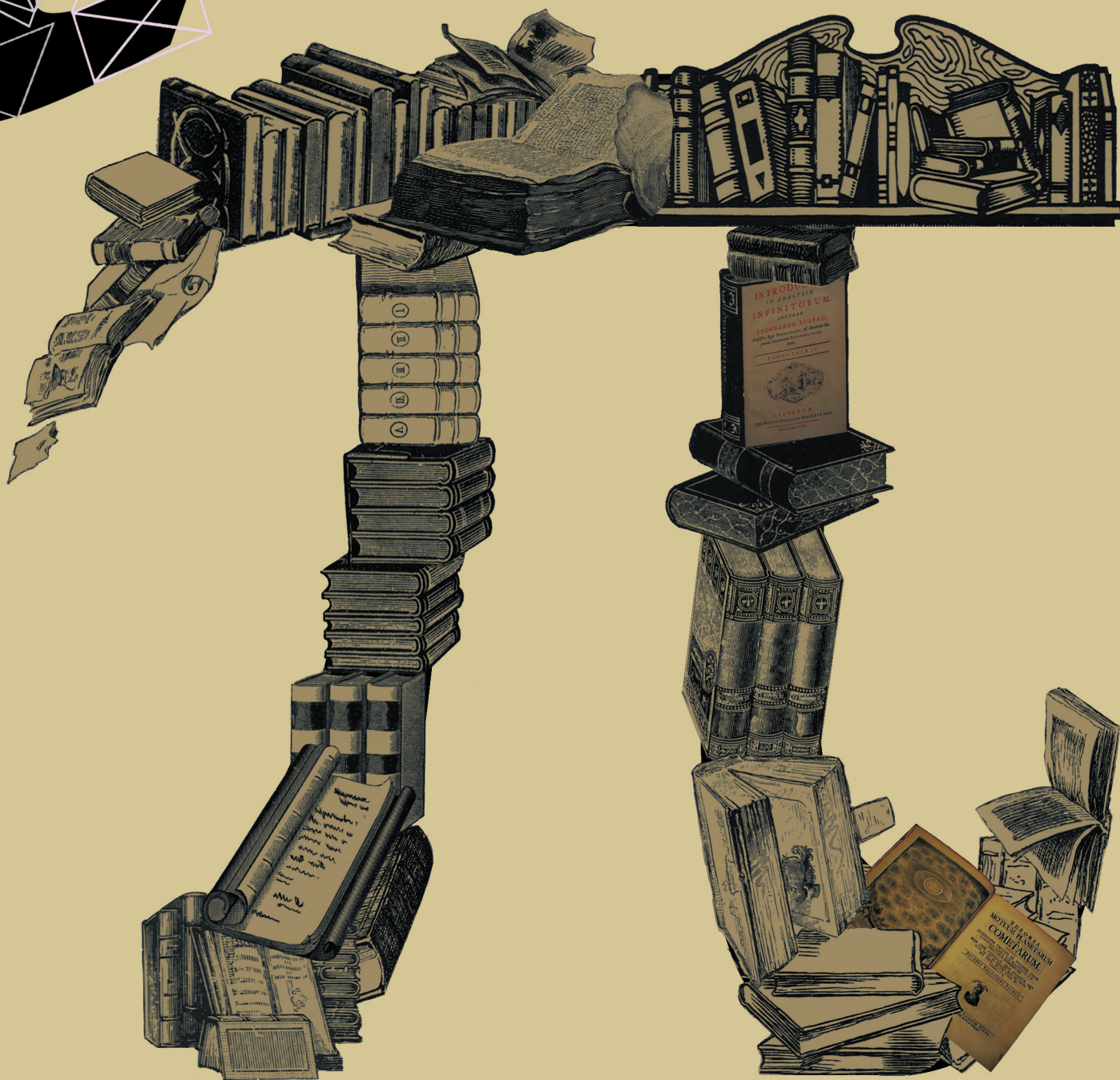
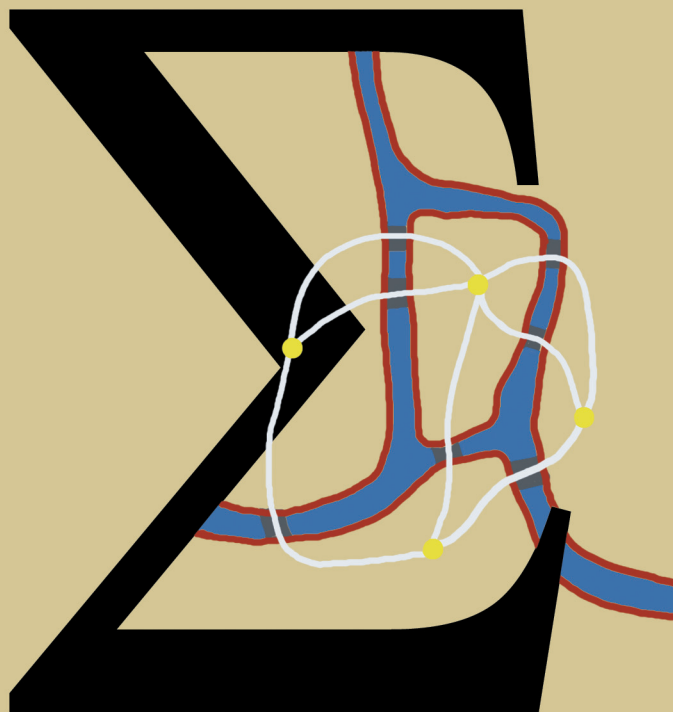
- 55 Рождественская аэромодельная фиеста
57 Заочная школа СУНЦ НГУ
59 Ответы, указания, решения

НА ОБЛОЖКЕ

- I Иллюстрация к статье П.Крюкова
II Коллекция головоломок
III Шахматная страничка
IV Физики и математики на монетах мира



$$e^{i\pi} = -1$$



Леонард Эйлер

(к 300-летию со дня рождения)

В. ТИХОМИРОВ

Жизненный путь

15 апреля 1707 года в городе Базеле (Швейцария) у Пауля Эйлера и его жены Маргариты Брюкнер родился мальчик, которого назвали Леонардом. В следующем году семья переехала в деревню Рюген, неподалеку от Базеля, где Пауль Эйлер стал пастором евангелической реформистской церкви. В молодые годы Пауль Эйлер занимался математикой под руководством Якоба Бернулли, старшего из математиков знаменитого бернуллиевского семейства. Пауль и младший брат Якоба – Иоганн Бернулли, сыгравший большую роль в жизни Леонарда, – некоторое время даже жили вместе в доме Якоба. Фамилия Бернулли еще не раз появится в данной статье, и чуть позже о ней будет рассказано подробнее.

В раннем детстве Леонард получил начальные сведения о математике от своего отца, а затем его отправили в латинскую школу в Базеле. Математику там не преподавали. В 1720 году тринадцатилетнего мальчика принимают на философский факультет Базельского университета. Эйлер получает диплом об окончании университета и затем некоторое время пытается (без успеха) занять там должность профессора логики и права. Потом он становится студентом теологического факультета, выполняя пожелание отца, который мечтал направить сына по своему пути. В параллель с богословием юноша стал серьезно заниматься математикой.

Вот что он писал в своем автобиографическом очерке: «Вскоре я нашел возможность быть представленным знаменитому профессору Иоганну Бернулли. Он был действительно очень занят, поэтому наотрез отказался давать мне частные уроки, но зато он преподавал мне весьма ценный совет – начать самостоятельно читать более сложные математические книги, изучая их как можно более прилежно; в случае же препятствий или затруднений я получил разрешение свободно посещать его каждую субботу в послеобеденное время, и он

благожелательно разъяснял мне все, чего я не мог понять».

В 1724 году Эйлер защищает диссертацию, в которой сравнивает концепции естествознания Декарта и Ньютона, и получает степень магистра искусств. В это же время он знакомится с двумя членами клана Бернулли более молодого поколения – Николаем и Даниилом.

Здесь, пожалуй, уместно дать краткую справку о семействе Бернулли. Корни этого семейства лежали в Голландии, но вследствие религиозных преследований часть семейства переехала в Германию, а затем в Швейцарию. Там основатель рода знаменитых ученых – Николай Бернулли (1623–1708) – был членом базельского Высокого Совета и Суда. У Николая было четверо сыновей: Якоб (1654–1705), ставший профессором в Базеле, Иоганн (1667–1748), профессорствовавший в Гронингене и затем в Базеле, и еще двое, наукой не занимавшиеся. У Иоганна было трое сыновей, двое из которых, Николай (1695–1726) и Даниил (1700–1782), стали друзьями Эйлера.

Иоганн Бернулли убедил отца Эйлера в том, что истинное призвание Леонарда – математика и что не следует препятствовать его стремлению стать ученым, и отец согласился с этим. В 1726 году появляется первая

публикация Леонарда Эйлера, посвященная теории звука. С того момента разумно исчислять начало его беспримерной творческой биографии.

Список трудов Эйлера, составленный в 1910 году, насчитывает 886 наименований различных книг, статей и заметок. В 1909 году Швейцарское общество естествоиспытателей задумало издать полное собрание сочинений Эйлера. Первоначально предполагалось, что собрание будет состоять из 75 томов, и было намерение закончить издание к середине века, потом планировалось завершить работу к трехсотлетию юбилею Эйлера. Сейчас представляется возможным закончить этот огромный труд к 2009 году – столетию с его начала. Уже вышли из печати 72 тома научных трудов (29 по математике, 33 по механике и астрономии и 10 по физике) и часть из заключительных восьми



томов, посвященных переписке и разного рода заметкам. Собрание будет включать в себя порядка 160000 страниц! Немыслимо даже вообразить, как все это могло быть создано за полвека одним человеком, который последние 17 лет был почти слепым (подсчитано, что, для того чтобы просто переписать труды Эйлера при ежедневной работе в течение восьми часов, потребуется 50 лет). Мне представляется, что если собрать все опубликованное величайшими творцами нашей науки, начиная с Архимеда и кончая Пуанкаре (исключив, впрочем, Коши), то получится собрание трудов, лишь сопоставимое по масштабу с тем, что было содеяно одним Эйлером.

Начало развития математического естествознания пришлось на семнадцатый век, век истинных гигантов. Достаточно назвать имена Галилея, Кеплера, Декарта, Ферма, Ньютона, Лейбница и Гюйгенса. Восемнадцатый век – век двух титанов: Эйлера и Лагранжа. В этом веке математика была как никогда едина и развивалась в теснейших связях с естествознанием.

В 1727 году Эйлер получает приз Парижской Академии наук. Эта академия ежегодно объявляла конкурсы на работы по прикладному естествознанию. В тот год надо было найти наилучший способ расположения мачты на корабле. Великий кораблестроитель Алексей Николаевич Крылов, мастер яркого и запоминающегося слова, преклоняясь перед гением Эйлера, так выразил свое восхищение этой инженерной работой Эйлера (она была опубликована в 1728 году): «В гористой Швейцарии, из которой до того времени Эйлер не выезжал, он, конечно, имел случай видеть корабль не иначе как на картинках» (но с поставленной задачей справился). Эйлер не получил тогда первого приза, который достался Пьеру Бугезу, чье имя сохранилось в истории как имя «отца морской архитектуры». В дальнейшем Эйлер 12 раз принимал участие в конкурсах Парижской Академии наук и неизменно брал первые призы.

В 1725 году братья Бернулли – Николай и Даниил – прибыли в Санкт-Петербург и заняли должности: Николай – профессора физики, а Даниил – профессора математики. Эйлер писал Даниилу, что у него возникло желание также отправиться в российскую столицу. Даниил через некоторое время по прибытии сообщил Эйлеру, что открылась вакансия адъюнкта по физиологии. Эйлер соглашается приехать. Иоганн Бернулли в связи с отъездом трех молодых людей в Россию писал: «Лучше несколько потерпеть от сурового климата в стране льдов, где приветствуют муз, чем умереть от голода в стране с умеренным климатом, в которой муз презирают и обижают».

Эйлер прибыл в Россию 17 мая 1727 года и пробыл там до 1741 года, когда переехал в Германию, чтобы снова вернуться в 1766 году.

Было бы неплохо, если бы кто-нибудь из историков составил реестр содеянного Эйлером на благо России. Он едва ли не в одиночку обрабатывает данные переписи населения России; пишет учебники для гимназий; упорядочивает российскую картографию (он писал, что его трудами российская география приве-

дена «гораздо в наилучшее состояние, нежели география немецкой земли» – кому из нас не понятно, каких фантастических усилий это могло потребовать); помогает организовать службу мер и весов; занимается преподаванием в морских училищах математики, астрономии, основ кораблестроения и управления кораблями; дает заключения по проектам мостов через Неву, в том числе о кулибинском одноарочном мосте; постоянно выступает с докладами; пишет популярные статьи. Эйлер подготовил к научной и педагогической деятельности многих крупных русских ученых, таких как академики С.К.Котельников, С.Я.Румовский, М.Е.Головин; Эйлер оказывал большую поддержку М.В.Ломоносову. Этот список нескончаем, и не так легко сообразить, с деятельностью кого из наших ученых за всю историю российской науки можно сравнить тот исполинский труд, который был совершен Эйлером во благо нашей страны.

Эйлер никогда не отказывался ни от какой работы и ни от каких поручений. Первоначально он занял вакансию по медицине и добросовестно исполнял свои обязанности. По поручению Академии наук Эйлер написал «Руководство к арифметике» (1738), сыгравшее выдающуюся роль в математическом просвещении в нашей стране, а также двухтомную монографию «Морская наука», изданную в Петербурге в 1749 году.

Что же касается поручений, то трудно удержаться и не процитировать А.С.Пушкина, который писал, что в 1740 году, «когда родился Иоанн Антонович, императрица Анна Иоанновна послала к Эйлеру приказание составить гороскоп новорожденному. Эйлер сначала отказывался, но потом вынужден был повиноваться. Он занялся гороскопом вместе с другим академиком. Они составили его по всем правилам астрологии, как добросовестные немцы, хотя и не верили ей. Заключение, выведенное ими, испугало обоих математиков – и они послали императрице другой гороскоп, в котором предсказывали новорожденному всякие благополучия. Эйлер сохранил, однако ж, первый и показывал его К.Г.Разумовскому, когда судьба несчастного Иоанна Антоновича свершилась».

В Петербурге Эйлер создал свою семью. В 1733 году он женился на Екатерине Гзель. Она была дочерью живописца родом из Швейцарии. Екатерина родила Эйлеру тринадцать детей, но лишь пятеро – три сына и две дочери – пережили ранние годы. Эйлер очень любил детей, играл с ними, учил их. И работал не прерываясь. Современники вспоминают, как он писал свои труды, держа на коленях ребенка, когда другие дети резвились вокруг него. Потомки детей Эйлера играли заметную роль в российской культуре XIX века.

В 1733 году Даниил Бернулли вернулся в Базель, и Эйлер занял положение ведущего математика в Петербургской Академии наук.

В 1735 году у Эйлера начались проблемы со здоровьем: он едва не умер от лихорадки и начал слепнуть.

В 1736 году был завершен его труд по механике, в которой впервые Эйлер выразил ньютоновскую динамику средствами математического анализа. С той поры,

собственно, и началась современная эра этой естественно-научной дисциплины.

К концу десятилетия положение в России осложнилось, и Эйлер принял предложение переехать в Берлин. 29 мая 1741 года Эйлер увольняется со службы в России и переезжает в Потсдам. Известен рассказ о том, что первое время в Германии Эйлер был необычно молчалив. Когда он был спрошен о причинах этого, ученый ответил: «Я приехал из страны, где вешают тех, кто много разговаривает».

По поводу того, как жилось Эйлеру в Германии, пишут разное. Одни – что сам Эйлер считал эти годы лучшими в своей жизни, иные рассказывают о трудностях, которые он испытывал там (отношения Эйлера с королем Фридрихом II были непростыми). Но так или иначе, великий ученый написал в эти годы 380 книг и статей о дифференциальном исчислении, вариационном исчислении, расчетах планетарных орбит и траектории Луны, о баллистике, строении судов и о многом еще.

Отметим три великих труда Эйлера, выполненных в Германии, – они до нынешнего времени сохранили свое значение. Это знаменитый мемуар «Метод нахождения кривых линий...», изданный в 1744 году, в котором были заложены начала вариационного исчисления, и два его знаменитых труда по анализу: «Введение в анализ» (1748) и «Дифференциальное исчисление» (1755). В сороковые годы Эйлер становится членом Лондонского Королевского общества и Парижской Академии наук. В эти же годы он получает свою знаменитую формулу, связывающую число вершин, ребер и граней выпуклого полиэдра, – один из наиболее известных его результатов. В период между 1760 и 1762 годами он пишет свои «Письма к немецкой принцессе...» (их число равняется 234), в которых преподает уроки математики принцессе Ангальт-Дессауской – племяннице короля Фридриха II. Вне всякого сомнения, это наиболее успешное в восемнадцатом веке популярное издание, посвященное изложению основ математики и естествознания.

В Германии Эйлер прожил 24 года. И вернулся в Россию. Последний период его жизни был также необычайно продуктивен. Он издал два тома «Алгебры» (1768–1769), три тома «Интегрального исчисления» (1768–1770), три тома «Диоптрики» (1760–1771), три тома «Писем к немецкой принцессе...» (1768–1774), огромную «Новую теорию Луны» (1772).

Но в эти же годы ему довелось перенести тяжелые испытания. В 1771 году в доме Эйлера случился пожар. Ему удалось спастись только благодаря героизму его слуги и сохранить лишь математические рукописи. Екатерина II возполнила материальный ущерб. В 1776 году умерла жена. И в том же году он полностью лишился зрения. Но он работал до последней минуты. 18 сентября 1783 года Эйлер провел перед обедом трудные вычисления. Пообедал, потом попросил принести ему внука. Внезапно он почувствовал себя дурно. Сказал: «Я умираю», и, как написал Ж.Кондорсе в некрологе, «...il cessa de calculer et de vivre» – он перестал вычислять и жить.

Научное творчество

Нам предстоит дать краткий обзор эйлерова творчества, которое, по словам А.Н.Крылова, «изумительно и в науке беспримерно».

Скажу сначала несколько общих слов. Эйлеру довелось разработать планировку здания и из отдельных кирпичей и блоков, созданных его предшественниками, начать строительство грандиозного строения, в котором объединены естествознание и математика. Большинство ветвей математической науки были лишь только обозначены – алгебра, аналитическая геометрия, тригонометрия, дифференциальное и интегральное исчисления, дифференциальные уравнения, механика и многое другое, и ничто не имело систематического описания. Эйлер научил всех нас пониманию сути этих разделов математики и создал язык, на котором мы и поныне все разговариваем. Как не привести здесь слова Лапласа: «Читайте Эйлера – он учитель всех нас». Сейчас мы уже не читаем Эйлера, но если взглянуть на его труды, то убеждаешься, что учебники, по которым учились наши учителя в первой половине XX века, – это переработка эйлеровских текстов. Сейчас на это наслонилось многое, связанное с влиянием идей Г.Кантора, но истинная суть осталась в нашей науке после трудов Эйлера фактически без изменений.

Начать хотя бы с символики. Для обозначения функциональной зависимости Эйлер стал употреблять символ $f(x)$ (с 1755 года); он ввел букву Σ для обозначения суммирования (1755); ему же принадлежат символы $\cos$ (1748) и $\tan$ (1753) для тригонометрических функций. Три основных числа – e , π и i – получили свои имена после того, как их стал употреблять Эйлер: e – с 1736 года; π раньше (в 1706 году) впервые употребил Джонс, но символ закрепился в литературе после того, как начиная с 1736 года его постоянно стал использовать Эйлер; символ i Эйлер ввел в 1777 году.

Впервые с творчеством Эйлера мы встречаемся в школьные годы на уроках геометрии и на кружках. Мы узнаем, что точка пересечения высот, точка пересечения медиан и центр описанной окружности треугольника (рис.1) лежат на одной прямой, называемой **прямой Эйлера** (впер-

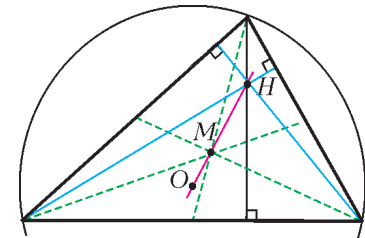


Рис. 1

вые она появилась у Эйлера в 1765 году), а также, что середины сторон треугольника, основания его высот и середины отрезков от вершин до точки пересечения высот лежат на одной окружности, называемой **окружностью девяти точек**, или **окружностью Эйлера** (рис.2). Решая многие красивейшие геометрические задачи, нередко мы не догадываемся, что они впервые появились в сочинениях Эйлера. Например, Эйлер нашел связь между расстоянием ρ между центрами вписанной и описанной окружностей и их радиусами r и R : $\rho^2 = R^2 - 2Rr$, откуда следует **неравенство Эйлера**: $R \geq 2r$.

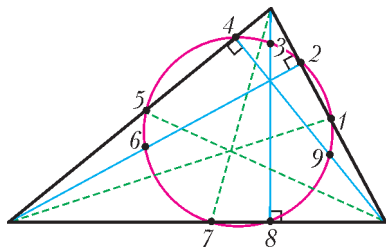


Рис. 2

В школьных кружках много времени уделяют теории чисел. Теория делимости началась с исследований Ферма, с его «малой теоремы», согласно которой если число a не делится на простое число p , то число $a^{p-1} - 1$ всегда делится на p . Эйлер нашел для этой теоремы несколько различных доказательств и обобщил ее на случай, когда p взаимно просто с a . Достижения Эйлера в области теории чисел трудно переоценить. Помимо множества доказанных им теорем, он оставил будущим поколениям большое число «экспериментальных наблюдений», которые потом превратились в строго доказанные теоремы. Так было, например, с разложением в простую дробь корня квадратного из натурального числа, не являющегося квадратом. На численных примерах Эйлер обнаруживает периодичность непрерывных дробей, представляющих такие числа. Факт периодичности был доказан Лагранжем. Эйлер экспериментально пришел к квадратичному закону взаимности. Доказательство его — одно из высших достижений Гаусса. В переписке Эйлера с Христианом Гольдбахом можно найти обсуждение трех замечательных проблем теории чисел: всякое нечетное число есть сумма трех простых, четное — сумма двух простых, нечетное — сумма простого и удвоенного квадрата целого числа (Эйлер проверил эту гипотезу до 2500). Эйлер развенчивает гипотезу Ферма, согласно которой числа вида $2^{2^n} + 1$ — простые, обнаружив, что $2^{32} + 1 = 4294967297 = 641 \cdot 6700417$.

Если просматривать любые математические энциклопедии, никто не сравнится с Эйлером по числу задач, формул, понятий, которые носят имя их первооткрывателя. Приведем примеры.

Эйлер явился основоположником теории графов, решив в 1736 году задачу о кенигсбергских мостах (в математической энциклопедии она идет под рубрикой **Эйлера задача**). На реке Прегель, протекающей через

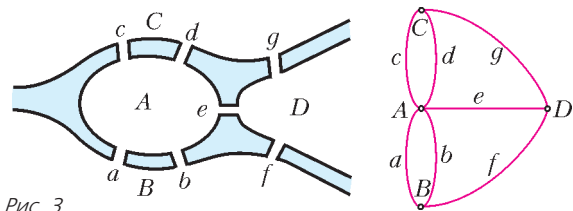


Рис. 3

город Кенигсберг и омывающей два острова, было построено семь мостов (рис. 3). Эйлер задумался над вопросом: можно ли обойти все мосты, пройдя по каждому из них только один раз, и вернуться в исходную точку? Это — один из очень многих вопросов, на первый взгляд не имеющих никакой практической пользы, которые вызвали любопытство Эйлера. Ему принадлежат замечательные слова: «Математика никогда не достигла бы такой степени совершенства, если бы древние не посвятили столько сил развитию вопро-

сов, которыми сегодня многие пренебрегают из-за их мнимой бесполезности». Ныне теория графов — одна из актуальных областей науки. (Эйлер доказал, что граф, связанный с кенигсбергскими мостами, нельзя-таки обойти и вернуться в исходную точку, пройдя по каждому ребру лишь однажды.)

В 1740 году Эйлер доказал существование предела последовательности

$$x_n = \sum_{k=1}^n k^{-1} - \ln(n+1).$$

Для этого предела, часто обозначаемого буквой C и называемого **постоянной Эйлера**, был придуман алгоритм, позволяющий вычислять его с любым числом знаков. Все константы Эйлер вычислял обычно с большим числом знаков. Например,

$$C = 0,577215664901532...$$

В 1743 году Эйлер установил равенства, связывающие тригонометрические функции с показательной функцией, и, в частности, получил формулу $e^{i\pi} = -1$. Эта **формула Эйлера** многократно признавалась красивейшей формулой во всей математике. Помню, какое потрясающее впечатление она произвела на меня, когда я увидел ее впервые. А.Н.Крылов видел в этой формуле символ единства всей математики, ибо в ней « -1 представляет арифметику, i — алгебру, π — геометрию и e — анализ». Формула Эйлера базируется на следующем фундаментальном равенстве, также принадлежащем ему: $e^{ix} = \cos x + i \sin x$.

Эйлер доказал равенство

$$\zeta(s) = \sum_{n \geq 1} n^{-s} = \prod_p (1 - p^{-s})^{-1},$$

где произведение берется по всем простым числам p . Это тождество, верное при вещественной части s большей единицы, было найдено Эйлером в 1737 году. По сути дела, Эйлер тем самым ввел функцию, впоследствии получившую название **дзета-функции Римана**; произведение, представляющее дзета-функцию, называют **произведением Эйлера**.

Эйлер подходил к математическим проблемам простодушно, как бы играючи. Ему было известно разложение в ряд синуса, откуда следует, что $\frac{\sin x}{x} = 1 - \frac{x^2}{6} + \frac{x^4}{120} - \dots$. С другой стороны, у этой функции нули в точках $k\pi$, и Эйлер бесхитростно представляет ту же функцию в виде произведения,

как будто это многочлен: $\frac{\sin x}{x} = \left(1 - \frac{x^2}{\pi^2}\right) \left(1 - \frac{x^2}{4\pi^2}\right) \dots$

Раскрывая скобки, он получает формулы для $\zeta(2k)$, $k \geq 1$. В частности,

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} = \frac{\pi^4}{90}.$$

И вообще, число последовательностей, исследованных Эйлером, необычайно велико. Например, он рассмотрел последовательность чисел z_n , названных впоследствии, в честь известного математика XIX века,

числами Каталана. Эти числа – 2, 5, 14, 42... – возникают во многих задачах. В частности, n -е число Каталана равно числу способов соединить на окружности $2n$ точек непересекающимися хордами. Эйлер нашел формулу для них: $z_n = \frac{(4n-2)!!!!}{(n+1)!}$, где $(4n-2)!!!! = 2 \cdot 6 \cdot 10 \cdot \dots \cdot (4n-2)$ (умножение чисел от 2 до $4n-2$ «через четыре»). Он очень гордился этой формулой.

Огромен вклад Эйлера в широко понимаемый математический анализ, куда включаются вещественный и комплексный анализ, теория дифференциальных уравнений, вариационное исчисление, дифференциальная геометрия, уравнения математической физики. Число фундаментальных понятий и фактов анализа, которые впервые появились в сочинениях Эйлера, исчисляются сотнями. Вот некоторые из них:

эйлеровы интегралы – это так называемые бета- и гамма-функции, обобщающие понятие биномиальных коэффициентов;

подстановки Эйлера в интегральном исчислении – подстановки, приводящие к возможности проинтегрировать выражения вида $\int R(x, y) dx$, где $y = \sqrt{ax^2 + bx + c}$, а $R(x, y)$ – отношение двух полиномов;

уравнение Эйлера – важнейшее необходимое условие экстремума в вариационном исчислении;

числа Эйлера E_n – коэффициенты при $\frac{t^n}{n!}$ при разложении в степенной ряд функции $\frac{1}{\operatorname{ch} t}$ ($\operatorname{ch} t = \frac{e^t + e^{-t}}{2}$ – гиперболический косинус), они играют важную роль в прикладном анализе;

формулы Эйлера – формулы для радиусов кривизны нормальных сечений.

Все сказанное и многое другое, связанное с именем Эйлера, составляют существеннейшую долю современного математического образования.

Личность

Эйлер был необыкновенно светлой, благородной личностью. Душевная красота его отразилась во множестве его поступков. Так, Эйлеру удалось доказать одну красивейшую теорему из теории чисел, формулировка которой принадлежала Ферма. Эта теорема гласит: *простое число представимо в виде суммы квадратов двух натуральных чисел тогда и только тогда, когда при делении на четыре оно дает единицу* (как 5 или 17). Ферма не опубликовал доказательства, написав лишь в одном из писем, что основная идея его доказательства состоит в методе спуска, позволяющем из допущения, что для некоторого простого числа вида $4n+1$ заключение теоремы неверно, доказать, что оно неверно и для меньшего числа того же вида. Поступая аналогично, мы приходим к тому, что заключение теоремы неверно для числа 5, а значит, приходим к противоречию, потому что оно-то представимо в виде суммы двух квадратов. Эйлер, желая утвердить приоритет Ферма, к которому он испытывал глубочайшее уважение, придумал доказательство, соответствующее

описанному только что замыслу Ферма. Эйлер передоказал результат Ферма, что уравнение $x^4 + y^4 = z^4$ в целых числах неразрешимо, а потом доказал эту теорему для третьих степеней и тем самым повлиял на интерес математиков к великой теореме Ферма.

Переписка Эйлера составляет несколько тысяч писем. Почти все современники Эйлера, интересовавшиеся математикой и естествознанием, делились с ним плодами своих размышлений, просили высказать свое суждение по интересующим их проблемам и всегда находили отклик и поддержку.

Когда Лагранж в 1759 году (ему было тогда 23 года) посвятил Эйлера в свои исследования в новой области анализа, которую позже Эйлер назовет *вариационным исчислением*, Эйлер сразу же ответил своему молодому коллеге. «Твое аналитическое решение изопериметрической проблемы, – писал он, – содержит, насколько я вижу, все, что только можно желать в этой области, и я чрезвычайно рад, что эта теория, которой после моих первых попыток я занимался едва ли не один, доведена до величайшего совершенства. Важность вопроса побудила меня к тому, что я с помощью твоего освещения сам вывел аналитическое решение; я, однако, решил скрывать это, пока ты не опубликуешь свои результаты, так как я никоим образом не хочу отнимать часть заслуженной тобою славы». Не устаю восхищаться таким поразительным и почти беспрецедентным благородством великого ученого.

Необыкновенная щедрость и благородство Эйлера отразились в известной шутке, касающейся самого определения – кого следует считать математиком. Определение математика, согласно этой шутке, индуктивно. Основание индукции составляет утверждение: «Эйлер – математик». И далее: математиком называется человек, которого математик называет математиком. При этом можно быть почти уверенным, что человек, сделавший в математике что-то содержательное, будет математиком в смысле этого определения. Но если в начальной позиции взять другого математика, список может оказаться далеко не полным.

В замечательной книге С.Г.Гиндикина «Рассказы о физиках и математиках» в главе об Эйлере (которую я очень рекомендую читателю) рассказывается о том, что в 1899 году на общем собрании Петербургской Академии наук обсуждался вопрос о сооружении памятника Эйлеру в Петербурге. Против этого решительно выступил академик Н.Я.Сонин. Не буду повторять его аргументы, мне даже трудно представить себе, что такое было возможно. Я считаю, что памятник Эйлеру нужен прежде всего нам самим. В нашей истории было так много случаев, когда происходило глумление над великими учеными, столько раз их травили, гнали из страны, а то и просто уничтожали, что памятник одному из величайших гениев человечества, благороднейшей и светлой личности, который избрал нашу страну и наш великий город, чтобы в нем жить и где ему было суждено умереть, просто необходим. Пусть этот памятник станет предметом нашей гордости.



Лазер — замечательное достижение XX века

П. КРЮКОВ

Введение

В XX веке успехи физики и наукоемких технологий привели к достижениям, радикально повлиявшим на жизнь человеческого общества. Это — создание атомной бомбы, овладение атомной энергией с помощью ядерных реакторов и изобретение транзистора. Сюда же можно добавить создание в 1960 году принципиально нового источника света — лазера, обладающего удивительными свойствами.

Лазер способен испускать свет с очень узким спектром (монохроматическое излучение) в виде направленного пучка. Высокая направленность пучка лазерного излучения, т.е. малое увеличение площади сечения пучка при увеличении дистанции, на которое он распространяется, означает, что энергию излучения можно передавать на значительные расстояния и концентрировать ее с помощью фокусирования подходящей оптической системой. Успехи в разработке лазеров разных типов позволили получить значительные энергии и мощности лазерного излучения.

Становятся реальностью и предание об Архимеде, сжигающем римский флот сфокусированными солнечными лучами, и фантастические описания Г.Уэллса и А.Толстого. Действительно, в настоящее время в США создается мощный химический лазер, размещаемый на самолете «Боинг-747». С помощью этой системы предполагается уничтожать баллистические ракеты на взлете на расстоянии около 100 миль. В обычной жизни лазеры также получают широкое распространение. Они применяются в медицине, в промышленности (прецизионная резка и сварка), в новейших устройствах электроники (DVD проигрыватели, компьютеры), в системах волоконно-оптической связи и в лазерном шоу.

Но, пожалуй, главные применения — это научные исследования. Высокие научные результаты отмечаются Нобелевскими премиями, и их присуждение является определенным показателем важности работы. В 1964 году Ч.Таунс, Н.Г.Басов и А.М.Прохоров были награждены Нобелевской премией по физике за вклад в создание лазера. С тех пор почти треть Нобелевских премий по физике присуждалась за работы, связанные с использованием лазеров.

Научное применение лазеров в значительной степени связано с тем, что излучение может быть сосредоточено в весьма узком диапазоне длин волн, иными словами, оно высоко монохроматично и представляет

собой чрезвычайно узкую спектральную линию. Это обеспечивает исключительно высокую точность спектральных измерений, что, в свою очередь, очень важно для изучения строения вещества.

С другой стороны, лазерное излучение может быть сосредоточено в весьма короткой вспышке — импульсе. Это позволяет получить высокую пиковую мощность излучения (энергия, деленная на интервал времени, в котором она сосредоточена).

За счет высокой направленности светового пучка можно сфокусировать излучение в пятне, размеры которого близки к длине волны лазерного излучения. В результате удастся сосредоточить огромную мощность излучения в малом объеме вещества и получить очень высокие температуры — порядка миллионов градусов.

Таким образом, на короткий промежуток времени лазерного импульса можно реализовать в лабораторных условиях состояния вещества, близкие к тем, что имеют место при ядерном взрыве или вблизи астрофизических объектов (звезды, черные дыры).

Можно задать вопрос: где самое холодное место в мире? Возможный ответ — в глубинах космоса — будет неверен. Самые низкие температуры (отличающиеся на миллионные доли градуса от абсолютного нуля) получаются, как это не удивительно, тоже с помощью лазеров.

Дело в том, что лазерный свет способен сообщать движение атомам. Можно так подобрать взаимодействие лазерного света с атомом, что его движение замедлится и он остановится. Удастся создать целую систему таких «остановленных» атомов. Поскольку температура определяется скоростями движения, такая система будет обладать сверхнизкой температурой. Вещество при столь низких температурах переходит в особое состояние — так называемый *бозе-эйнштейновский конденсат*. Отметим, что исследования в этой области тоже были удостоены Нобелевской премии.

В предлагаемой вниманию читателей статье, излагается краткая история создания лазера, обсуждаются принцип действия и особенности лазера, перечисляются некоторые типы лазеров с указанием их области применения. Особое внимание уделяется лазерам, способным генерировать импульсы ультракороткой длительности, и применениям, связанным с этой особенностью лазеров.

Принцип действия лазера

История создания лазера тесно связана с историей радио. С момента появления генераторов радиоволн было ясно, что они принципиально отличаются от источников света не только длиной волны. Дело в том, что излучаемый свет обычных источников света – таких как Солнце, газонаполненные лампы и лампы накаливания – обусловлен совокупностью независимых, т.е. несогласованных между собой, процессов испускания света каждым атомом (молекулой) излучающего тела. Напротив, радиоволны обусловлены единообразным, стройным движением электронов в виде электрических токов. Иными словами, излучение, испускаемое передатчиком радиоволн, является в высшей степени *когерентным*, что означает согласованность в пространстве и во времени амплитуды и фазы колебаний в волне. Высокая степень когерентности обусловлена тем, что для получения радиоволн используются генераторы, которые способны создавать непрерывные (на протяжении работы генератора) колебания в виде синусоиды. Очевидно, что все периоды синусоиды согласованы между собой. Принципиальная особенность лазера состоит в том, что он также является генератором, в котором испускание света отдельными атомами (молекулами) происходит, в отличие от обычных источников света, строго согласованно. Образно излучение обычного источника света можно представить себе как ревущую толпу на стадионе, а излучение лазера – как ту же толпу, но поющую в унисон.

Генератор электромагнитных волн включает колебательную систему с источником энергии для своего возбуждения, которая определяет период и частоту, и *положительную обратную связь*. Известно, что в любой колебательной системе, предоставленной самой себе, колебания затухают из-за неизбежных потерь. Для получения непрерывных колебаний необходимо скомпенсировать эти потери. Положительная обратная связь означает, что некоторая часть энергии колебаний выводится наружу, усиливается и вновь возвращается в колебательную систему в нужной фазе. Если эта возвращенная энергия равна сумме энергии, теряемой в колебательной системе, и энергии, выведенной наружу, то в колебательной системе будут поддерживаться непрерывные, незатухающие колебания. Итак, для работы генератора требуется усиление и положительная обратная связь.

Развитие физики XX века привело к осознанию факта, что атомы и молекулы являются системами колебаний с определенными частотами, характерными для каждого вида атомов и молекул, и способны поглощать или испускать электромагнитные волны с этими частотами. Согласно модели Бора, эти частоты соответствуют переходам между определенными энергетическими состояниями (уровнями) атома с испусканием или поглощением порции (кванта) излучения, причем частота и, соответственно, длина волны определяются разностью энергий этих состояний. Такие кванты излучения получили название *фотонов*. А.Эйнштейн описал взаимодействие фотона с атомом. Для

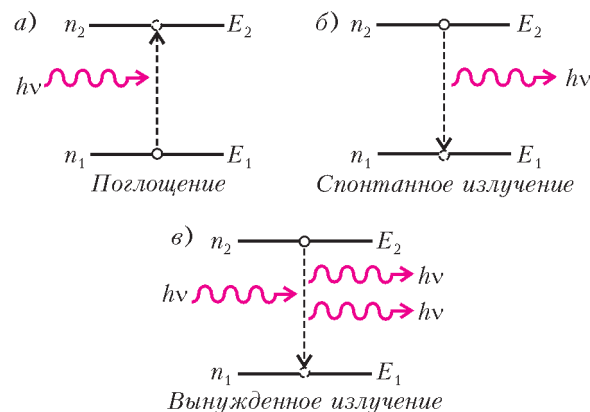


Рис. 1. Двухуровневая квантовая система

простоты рассматривались два уровня с энергиями E_1 , соответствующей основному состоянию, и E_2 , соответствующей возбужденному состоянию (рис.1). При взаимодействии с фотоном с энергией $h\nu = E_2 - E_1$, где h – постоянная Планка, а ν – частота света, атом переходит из основного состояния в возбужденное с поглощением фотона (см. рис. 1, а). Из возбужденного состояния атом может возвратиться в основное состояние с испусканием фотона. Такой процесс Эйнштейн назвал *спонтанным излучением* (см. рис. 1, б), поскольку он происходит сам по себе с определенной вероятностью. Но Эйнштейн предположил, что в основное состояние атом может перейти и под действием внешнего фотона. Этот процесс Эйнштейн назвал *вынужденным излучением* (см. рис. 1, в). Причем испускаемый фотон в точности идентичен тому, который его вызывает (частота, направление, поляризация). Таким образом, вместо одного фотона получаются два точно таких же. В случае многих атомов возникает принципиальная возможность «размножения» фотонов, т.е. усиления света, взаимодействующего с соответствующей системой атомов. Это – ключевой момент для реализации лазера.

Однако, фотоны вынужденного излучения также поглощаются атомами, находящимися в основном состоянии. Для работы генератора необходимо, чтобы усиление превышало потери (поглощение и уход фотонов за пределы излучаемой среды). Но в обычных условиях поглощение превосходит усиление. Причина в том, что число фотонов, испускаемых в результате вынужденного излучения, и число поглощаемых фотонов определяются числом атомов, находящихся на соответствующих уровнях, т.е. населенностью уровней. В условиях теплового равновесия зависимость населенностей от температуры описывается формулой Больцмана

$$n_2 = n_1 e^{-\frac{E_2 - E_1}{kT}},$$

где n_2 и n_1 – населенности верхнего и нижнего уровней с энергиями E_2 и E_1 соответственно, T – абсолютная температура, k – постоянная Больцмана. Из этой формулы видно, что при повышении температуры растет населенность верхнего уровня, хотя она тем меньше, чем больше его энергия, т.е. чем выше он расположен над основным уровнем. Однако

населенность верхнего уровня остается меньше населенности нижнего. Соответственно, при тепловом равновесии поглощение фотонов с энергией $h\nu = E_2 - E_1$ будет превалировать над вынужденным излучением. Отметим, что помимо атомов, указанные процессы могут также происходить в молекулах, ионах, полупроводниках.

Для того чтобы получить усиление за счет вынужденного излучения, необходимо, чтобы населенность верхнего уровня превосходила населенность нижнего. Требуется вывести систему из теплового равновесия путем некоторого внешнего воздействия так, чтобы населенность верхнего уровня оказалась выше населенности нижнего. Такое состояние называется *инверсной населенностью*, а вещество, в котором она получается, – *активной средой*.

Впервые инверсная населенность в молекулах аммиака и генерация электромагнитных волн с помощью вынужденного излучения были получены в радиодиапазоне частот Ч.Таунсом (США), Н.Г.Басовым и А.М.Прохоровым (СССР). Созданный ими прибор получил название *мазера*, или *молекулярного генератора*. Вскоре после этого Т.Майман (США) создал прибор, работающий в видимом диапазоне, – *лазер*.

Рассмотрим на примере первого лазера, использующего кристалл рубина, как можно осуществить инверсную населенность. При этом отметим, что в реальных веществах энергетические уровни обычно имеют некоторую ширину, т.е. им соответствует некоторый разброс энергии. Соответственно, переходы между такими широкими уровнями происходят не на фиксированной частоте ν , а с некоторым разбросом частоты $\Delta\nu$, т.е. в виде спектральных линий. Более того, многие уширенные уровни могут сливаться, образуя широкие зоны энергии. Это проявляется в широких полосах спектров излучения и поглощения.

Кристалл рубина представляет собой кристаллическую окись алюминия (Al_2O_3 корунд) с малой примесью ионов хрома (не более 5%), которые и придают рубину розовый цвет. Спектроскопические исследования показали, что эти ионы имеют систему энергетических состояний, упрощенная схема которой показана на рисунке 2. Рубин поглощает свет в очень широкой полосе сине-зеленой области спектра и испускает свет (люминесценция) в виде довольно узкой спектральной линии с максимумом на длине волны 694,3 нм. При этом эффективность процесса переда-

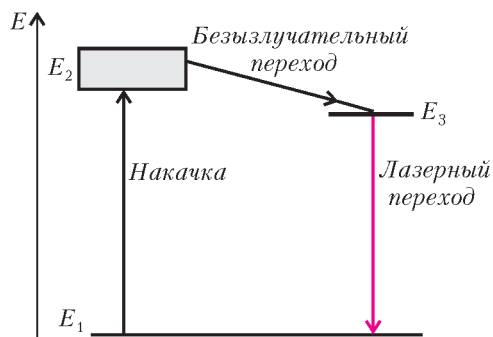


Рис. 2. Упрощенная схема уровней рубина

чи энергии поглощенного света свету люминесценции оказалась очень высокой – практически каждый фотон поглощенного света превращается в фотон люминесценции. Этот процесс происходит следующим образом (см. рис.2). После поглощения света происходит переход из основного состояния 1 в широкую область энергий возбуждения 2, из которой эта энергия быстро передается на довольно узкий уровень 3. Это так называемый безызлучательный переход, поскольку он не сопровождается испусканием света. Возбужденные ионы хрома могут находиться (жить) в состоянии 3 довольно долго, около 3 мс, прежде чем возвратятся в основное состояние с испусканием фотона люминесценции. Это так называемый метастабильный переход.

Таким образом, при освещении кристалла рубина сине-зеленым светом происходит обеднение основного уровня 1 с накоплением возбужденных ионов на уровне 3. Если интенсивность возбуждающего света достаточно высока, то населенность уровня 3 может оказаться большей, чем населенность уровня 1. Возникнет инверсная населенность, нужная для получения усиления. Эта схема получения инверсной населенности называется трехуровневой системой. Ее недостатком является необходимость перевода с основного уровня более половины частиц, что требует высокой интенсивности возбуждающего излучения (рубин освещался с помощью мощной импульсной лампы).

Более эффективной является четырехуровневая система создания инверсной населенности, изображенная на рисунке 3. Между основным и метастабильным уровнями находится дополнительный уровень 4,

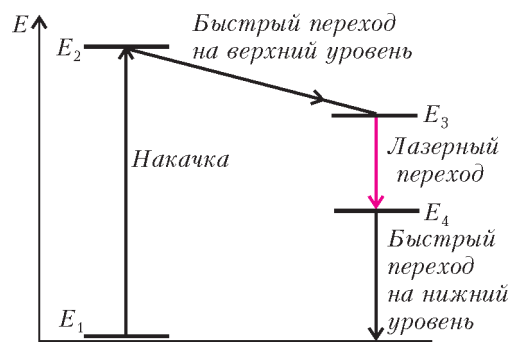


Рис. 3. Четырехуровневая система создания инверсной населенности

с которого происходит быстрый переход на основной уровень. Если этот дополнительный уровень расположен достаточно высоко над основным, то, согласно формуле Больцмана, его населенность будет невысока и для получения инверсной населенности по отношению к нему потребуются меньшая населенность метастабильного уровня. Это, в свою очередь, приведет к уменьшению мощности возбуждающего света (накачки). Современные лазеры работают, как правило, по такой четырехуровневой схеме накачки.

Итак, мы имеем инверсную населенность, необходимую для получения усиления за счет вынужденного излучения. Но для генерации требуется еще положительная обратная связь. Для ее осуществления необхо-

димом возвратить в активную среду излучение в нужной фазе. Это можно сделать с помощью зеркал. Пусть среда с инверсной населенностью (активная среда) имеет длину l , тогда при прохождении через нее света с интенсивностью I_0 интенсивность будет расти в геометрической прогрессии: $I = I_0 e^{\alpha l}$, где α – коэффициент, характеризующий рост интенсивности за счет усиления. Поместим теперь активную среду между двумя параллельными зеркалами с коэффициентами отражения R_1 и R_2 (рис. 4, а). Посмотрим,

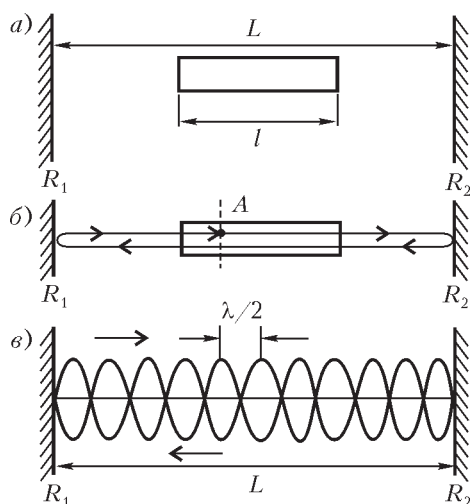


Рис. 4. Схема создания положительной обратной связи с помощью двух параллельных зеркал: а) расположение зеркал и активной среды; б) схема обхода светом пути между зеркалами; в) стоячие волны в резонаторе

как изменится интенсивность света I_0 после полного обхода пути между зеркалами (рис. 4, б) из точки A . После двух отражений и двойного прохождения слоя активной среды интенсивность станет $I_0 R_1 R_2 e^{2\alpha l}$. Генерация получается при условии, что интенсивность возвращенного света не меньше начальной интенсивности, т.е. если $I_0 R_1 R_2 e^{2\alpha l} \geq I_0$, где знак равенства означает условие порога генерации. Обычно величина $\alpha l \ll 1$, следовательно, $e^{\alpha l} \approx 1 - \alpha$, тогда условие порога генерации принимает вид $R_1 R_2 (1 - 2\alpha l) = 1$.

Однако надо иметь в виду, что при последовательных обходах волны станут интерферировать. Результат интерференции зависит от разности фаз после отражений, которая определяется расстоянием между зеркалами. Для тех волн, длины которых целое число раз укладываются на длине между зеркалами, интерференция приведет к сложению амплитуд волн, т.е. к конструктивной интерференции (рис. 4, в). Именно для этих волн сможет выполняться условие порога генерации. Напротив, волны с другой длиной будут ослабляться. Таким образом, система двух параллельных зеркал является *резонатором*, причем резонансные длины волн $\lambda_{\text{рез}}$ определяются расстоянием между зеркалами: $n\lambda_{\text{рез}}/2 = L$, где L – расстояние между зеркалами, а n – целое число. Соответствующие частоты $\nu_n = nc/(2L)$ называются *модами оптического резонатора*. Поскольку $\lambda \ll L$, существует множество мод, причем частотный интервал между соседни-

ми модами равен $\Delta\nu = c/(2L)$. Отметим, что использовать систему двух параллельных зеркал в качестве резонатора электромагнитных волн предложил и продемонстрировал А.М.Прохоров. В оптике система двух зеркал известна как интерферометр Фабри–Перо. Он используется в качестве прибора с высоким спектральным разрешением – за счет многолучевой интерференции лишь узкие линии проходят через него. Резонатор лазера часто называют резонатором Фабри–Перо.

Обычно в лазерах расстояние между зеркалами составляет около 1 м, и межмодовый интервал оказывается значительно меньше ширины линии усиления активной среды. Поэтому условие генерации выполняется для многих мод, частоты которых попадают в линию усиления, как показано на рисунке 5. Важно,

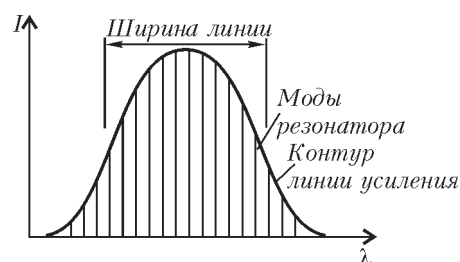


Рис. 5. Линия усиления активной среды и моды резонатора, которые умещаются в пределах ширины линии

что волны всех мод распространяются в одном направлении – перпендикулярном плоскости зеркал. Это объясняет высокую направленность пучка излучения лазера.

Итак, с помощью резонатора можно осуществить положительную обратную связь и получить генерацию на оптических частотах. Поскольку условие самовозбуждения может выполняться для многих мод, лазер дает излучение на многих эквидистантно расположенных, т.е. находящихся на одинаковых расстояниях друг от друга, частотах. Такой режим работы лазера называется *многомодовой генерацией*. Ширина линии спектра в одной моде чрезвычайно мала, потому что при многолучевой интерференции и усилении происходит обострение зависимости результирующей амплитуды от длины волны. Для того чтобы получить лазерное излучение высокой монохроматичности, надо заставить лазер генерировать излучение лишь на одной моде. Такой режим работы лазера называется *одномодовой генерацией*. С целью достижения этого режима в резонатор вводят специальное устройство – еще два зеркала с малыми коэффициентами отражения и расстоянием между ними, меньшим L . Получается дополнительный резонатор с большим интервалом между его модами. Их резонансы накладываются друг на друга, и генерация происходит лишь на совпадающих резонансах. Частотный интервал между ними может быть сравнимым с шириной линии усиления. Это устройство называют *селектором мод*. Оно позволяет получить генерацию лишь на одной моде с высокой монохроматичностью лазерного излучения.

Однако способность лазера испускать излучение на многих эквидистантных частотах позволяет получать

лазерное излучение в виде чрезвычайно коротких импульсов, а также создавать исключительно точные часы. Но об этом будет рассказано дальше.

Типы лазеров

После создания первых лазеров на рубине началась интенсивная и весьма плодотворная работа по созданию и исследованию новых типов лазеров. Укажем некоторые из них, получившие широкое распространение.

Лазеры на люминесцентных кристаллах, стеклах и растворах красителей. Наряду с рубином используются и другие кристаллы, например сапфир (кристаллическая окись алюминия с ионами титана). Отличительной особенностью этого лазера является исключительно широкая полоса усиления. Эта особенность крайне важна для генерации предельно коротких импульсов лазерного излучения.

Используются также стекла с примесью некоторых элементов в виде ионов, например некоторых редкоземельных элементов. Достоинством этих материалов является то, что они обладают высоким оптическим качеством (отсутствия всяких включений, часто присутствующих в кристаллах), из них можно изготавливать детали лазера практически любых размеров.

Также оказалось возможным использовать растворы некоторых люминесцирующих красителей. Элементом лазера в этом случае является не стержень с отполированными торцами, а кювета – цилиндрическая трубка с плоскопараллельными окошками, заполненная раствором красителя. Важной особенностью этих красителей является очень большая ширина полосы усиления (так же, как и у сапфира). Благодаря этому удалось создать новый тип лазера с плавной перестройкой длины волны излучения. В современных лазерах резонатор часто представляет собой не только два зеркала, но и довольно сложную оптическую систему между ними. Выше говорилось о селекторе мод. Так вот, если в резонатор помещается еще устройство, основанное на явлении *дисперсии* (призма или дифракционная решетка) и отклоняющее лучи в зависимости от длины волны, то параллельность зеркал обеспечивается лишь для узкой области длин волн, причем ее можно плавно менять наклоном одного из зеркал. Получается так называемый *селективный резонатор*. В результате лазер становится источником излучения с очень узкой спектральной линией, длину волны которой можно плавно регулировать. Такие лазеры играют важную роль в спектроскопии.

Полупроводниковые лазеры. Инверсную населенность можно также получать в зонах полупроводников с помощью электрического тока. В результате возникает вынужденное излучение на *излучательных переходах* полупроводника. Появились *полупроводниковые лазеры*, или, как их теперь называют, *лазерные диоды*. Эти лазеры непосредственно преобразуют электрический ток в лазерное излучение с очень высоким КПД, превышающим 50%. Кроме того, их отличают весьма малые размеры (порядка миллиметра).

Благодаря этим особенностям они нашли широкое применение (лазерные принтеры, CD и DVD системы, указки и др.). За работы по созданию лазеров этого типа российский физик Ж.И.Алферов в 2000 году был награжден Нобелевской премией. В настоящее время эти лазеры часто используются как источники накачки других твердотельных лазеров, в частности волоконных лазеров. В результате были созданы достаточно компактные и эффективные лазерные установки с мощностью лазерного излучения до десятков киловатт. Они начинают находить все большее применение в автомобильной и авиационной промышленности.

Волоконные лазеры. Важно отметить, что развитие современной оптики привело к появлению нового устройства, а именно *волоконных световодов* (*оптических волокон*), основанных на явлении полного внутреннего отражения. На рисунке 6 поясняются

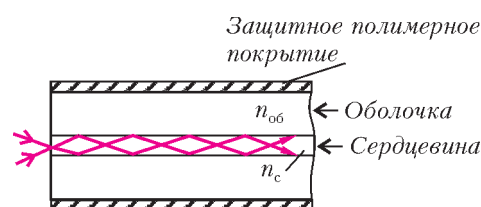


Рис. 6. Оптическое волокно

особенности оптического волокна. Оно представляет собой тонкую нить (сердцевина) из одного сорта стекла, окруженную стеклом другого сорта. Показатель преломления стекла сердцевины несколько больше показателя преломления оболочки. В результате свет, распространяющийся в сердцевине, испытывает полное внутреннее отражение на границе сердцевина-оболочка и практически без потерь может проходить огромные расстояния до десятков и сотен километров. На этом основана волоконно-оптическая связь, линии которой уже покрыли весь земной шар.

Если в стекло сердцевины вводятся люминесцирующие добавки (ионы редкоземельных элементов), то при соответствующем возбуждении источником накачки в сердцевине может получиться активная среда. Таким источником накачки обычно является излучение лазерного диода. Получается волоконный лазер, который имеет ряд очень важных преимуществ. Поскольку излучение распространяется по световоду, его изгиб не влияет на работу лазера. Не требуется точная настройка зеркал на параллельность, и лазер практически не чувствителен к внешним механическим воздействиям. Можно свернуть волокно в катушку, что делает лазер весьма компактным. По существу, активная среда волоконного лазера представляет собой цилиндр диаметром в несколько микрометров и длиной до нескольких метров. Это означает, что тепло, которое выделяется в активной среде при ее накачке, передается в материал внешней оболочки через большую поверхность и в значительный объем (диаметр оболочки в десятки раз больше диаметра сердцевины). Таким образом, существенно облегчается теплоотвод. Волоконные лазеры, в отличие от

традиционных твердотельных лазеров, не требуют водяного охлаждения.

Газовые лазеры. В этих лазерах активная среда получается при электрическом разряде в газах низкого давления. Главная особенность этих лазеров – в узких линиях лазерного перехода, что способствует получению чрезвычайно высокой монохроматичности лазерного излучения. Удаётся получать линии лазерного излучения шириной лишь в несколько герц. Поскольку частота лазерного излучения составляет $\nu = 10^{14} - 10^{15}$ Гц, степень монохроматичности достигает величины $\Delta\nu/\nu \approx 10^{-14}$. Благодаря этой особенности газовые лазеры находят применение в прецизионной метрологии и системах контроля, в лазерных гироскопах и сверхточных оптических часах.

Особым типом лазеров являются лазеры ультракоротких импульсов (УКИ). Их описание заслуживает отдельного рассказа.

Лазеры ультракоротких импульсов

Замечательным достижением лазерной науки стала генерация излучения в виде импульсов ультракороткой длительности, близкой к фундаментальному пределу – периоду световой волны. Иными словами, удаётся сосредоточить свет в интервале времени порядка лишь нескольких фемтосекунд ($1 \text{ фс} = 10^{-15} \text{ с}$). Трудно представить себе краткость фемтосекунды – одна фемтосекунда относится к секунде, как одна секунда относится к 32 миллионам лет. Свет, скорость распространения которого, как известно, максимально возможная в природе, проходит за 1 фс расстояние в 0,3 мкм (заметим, что толщина человеческого волоса около 40 мкм).

Зачем же нужны столь короткие импульсы лазерного излучения? Одной из причин стремления сокращать длительность световых вспышек является их использование для изучения быстро протекающих явлений. Такая вспышка позволяет «заморозить» движение объекта в интервале, равном продолжительности вспышки, и произвести «мгновенное» фотографирование. В обычных условиях даже самые быстрые объекты не могут заметно сместиться за столь короткие времена. Но в микромире атомов, молекул и электронов в твердых телах существенную роль играют перемещения в масштабах микро- и нанометров. Поэтому для исследований движений в микромире нужно временное разрешение в диапазоне пико- и фемтосекунд. Лазеры УКИ как раз и дают такую возможность. Недаром изобретение лазеров фемтосекундных импульсов сравнили с изобретением микроскопа. В частности, использование таких лазеров позволило непосредственно «наблюдать» процессы образования и разрушения молекул. Эти процессы протекают за времена десятков и сотен фемтосекунд, и до появления лазеров УКИ сведения об этих процессах получались только по результатам косвенных экспериментов.

Исследования быстро протекающих явлений с помощью лазеров УКИ проводятся по следующей методике. Достаточно интенсивный лазерный импульс с

определенной длиной волны вызывает в исследуемом образце какие-то изменения в состоянии молекул. Этим изменениям соответствуют измененные спектры поглощения, которые можно зарегистрировать с помощью другого импульса на другой длине волны (в области спектра поглощения). Изменяя задержку между этими импульсами (возбуждающего и зондирующего), можно проследить, как происходит возвращение молекул в первоначальное состояние или в другое конечное состояние. Так были исследованы, в частности, реакции в растворах вроде перегруппировки молекул растворителя вокруг реагирующих молекул, переходы электрона или протона из одной части большой молекулы в другую.

Удалось изучить детали очень важных процессов взаимодействия света с биологическими объектами. Прежде всего, это фотосинтез – основа жизни на земле и работа светочувствительных клеток глаза. Благодаря ультракороткой длительности импульсов было установлено, как происходят самые первые этапы химических реакций, следующих за поглощением фотонов. Аналогично были изучены многие тонкие явления, исследовать которые иными способами затруднительно или попросту невозможно.

Более того, фемтосекундная длительность импульса излучения дает возможность воздействовать извне на быстропротекающие процессы фотохимии и, тем самым, изменять ход этих химических реакций. Если второй импульс имеет достаточно высокую интенсивность и нужную длину волны, то его воздействие в определенный момент может привести к образованию других продуктов химической реакции. Иными словами, таким способом можно заставить химическую реакцию протекать по другому каналу. Эта и аналогичные операции получили название «фемтохимии». Отметим, что за работы в области исследований химических реакций с помощью фемтосекундных лазеров американский ученый египетского происхождения А.Зевейл в 1999 году получил Нобелевскую премию по химии.

Была также изучена динамика электронов в полупроводниковых материалах. Это дает возможность разрабатывать более совершенные оптоэлектронные устройства для быстрого управления сигналами, что требуется для компьютеров и телекоммуникаций.

Короткая длительность импульса лазерного излучения проявляется и в другой области. При сокращении временного интервала, в котором сосредоточена энергия, получается возрастание мощности, а при фокусировании излучения – интенсивности. Высокая интенсивность фундаментально изменяет оптику. Оптика является, по существу, учением о том, как электроны откликаются на свет. Все оптические свойства веществ являются следствием взаимодействия света с электронами в материале. В световой волне электрические и магнитные поля совершают колебания перпендикулярно друг другу и к направлению распространения. Сила со стороны электрического поля заставляет электрон колебаться с той же частотой, но не обязательно с фазой световой волны. В зависимости

от того как электрон связан с атомами материала, его колебания могут отставать или опережать колебания в световой волне. Колеблющиеся электроны, в свою очередь, испускают электромагнитные волны на той же частоте, но с измененной фазой. Их сложение и определяет то, как световая волна распространяется через материал и, тем самым, сообщает соответствующие ему оптические свойства (например, показатель преломления). В классической оптике амплитуды колебаний достаточно малы, и оптические свойства материалов практически не зависят от интенсивности света. Но при высоких интенсивностях, присущих лазерному свету, такая зависимость начинает проявляться – получается *нелинейная оптика*.

Сравнительно небольшая энергия лазерного излучения в несколько джоулей, «сосредоточенная» в нескольких фемтосекундах, дает импульсную мощность порядка петаватта ($1 \text{ ПВт} = 10^{15} \text{ Вт}$). В настоящее время созданы лазерные установки с такой мощностью. Их излучение можно сфокусировать и получить интенсивность около 10^{21} Вт/см^2 . Огромная величина интенсивности проявляется в уникальных свойствах излучения. Хорошо известно, что свет оказывает давление на отражающую или поглощающую поверхность. Величина этого давления определяется интенсивностью и обычно крайне мала. В начале XX века А.Н.Лебедев провел исключительно тонкие эксперименты, чтобы обнаружить это давление от самых ярких в то время обычных источников. Но при интенсивности 10^{21} Вт/см^2 давление света достигает 300 Гбар, что превосходит давление в центре Солнца! Такое давление наряду с другими эффектами взаимодействия света с веществом в принципе дают возможность ускорять вещество до $10^{22} g$. Разумеется, вещество при этом превращается в плазму, а само взаимодействие продолжается менее длительности импульса, т.е. нескольких фемтосекунд.

Таким образом, лазеры УКИ позволяют создавать экстремальные физические условия, подобные тем, что могут быть в недрах звезд или вблизи «черных дыр», а также при ядерных взрывах. Известно, что конкретной величине интенсивности света соответствуют определенные значения электрического и магнитного полей в электромагнитной волне. При интенсивности 10^{21} Вт/см^2 напряженность электрического поля в световой волне достигает 10^{12} В/см , что намного превосходит величину атомной напряженности поля, т.е. напряженности кулоновского поля на орбите электрона в атоме водорода, равной $5 \cdot 10^9 \text{ В/см}$. Это означает, что с атомов срываются и ускоряются внешние электроны. Этот процесс лежит в основе генерации импульсов уже аттосекундной длительности ($1 \text{ ас} = 10^{-18} \text{ с}$) с длинами волн в рентгеновском диапазоне (несколько нанометров).

При интенсивностях света свыше 10^{18} Вт/см^2 отклик электронов на свет кардинально изменяется. Скорости электронов

приближаются к скорости света, и магнитное поле начинает играть существенную роль (действует сила Лоренца). Становятся значительными релятивистские эффекты, например увеличение массы в зависимости от скорости. Оно влияет и на фазу, и на амплитуду колебаний. Электрон уже переизлучает не только на частоте света, но и на многих гармониках этой частоты. Под действием силы магнитного поля на электрон происходит такое искривление его траектории, что он получает значительный импульс в направлении светового пучка. Режим взаимодействия столь интенсивного света с веществом называется *релятивистской оптикой*. Ее следствиями является возможность генерации высших гармоник лазерного излучения вплоть до мягкого рентгена и возможность ускорения электронов до энергий в десятки мегаэлектрон-вольт.

Принцип действия лазера ультракоротких импульсов

Как же удастся получить столь короткие и мощные импульсы лазерного излучения? Оказывается, предельно короткую длительность импульса света, приближающуюся к периоду световой волны, можно получить благодаря волновой природе света. Известно, что сложение двух волн с близкими частотами приводит к явлению, которое называется биением колебаний (рис.7). Период биений определяется разностью частот. В оптике световые волны характеризуются не амплитудой, а *интенсивностью*, которая определяется квадратом амплитуды, усредненным по периоду волны. В случае световых волн их сложение приводит к периодическому изменению интенсивности. При сложении трех и более волн с одинаковой разностью частот между соседними волнами результат уже будет зависеть от соотношения фаз. Если амплитуды всех волн совпадают, сложение приведет к образованию ярко выраженного максимума. На рисунке 8 показан результат сложения пяти волн с частотами $f_0, 2f_0, 3f_0, 4f_0, 5f_0$ и фазами, обеспечивающими совпадение их амплитуд.

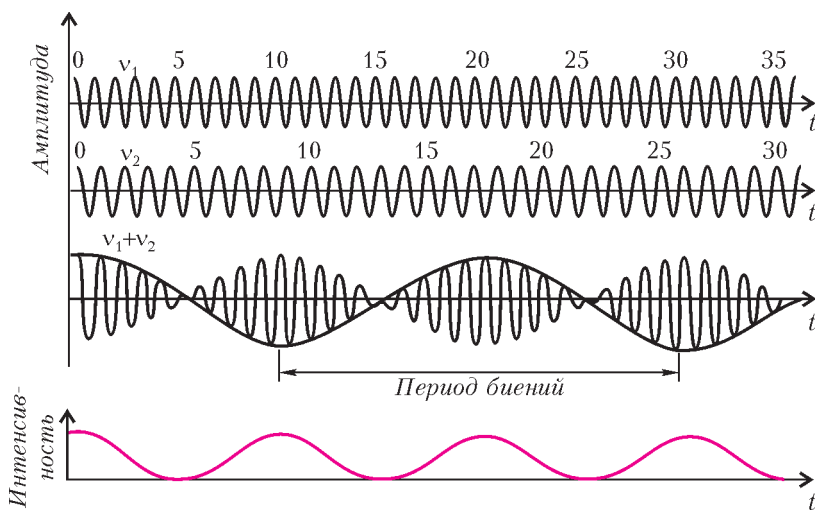


Рис. 7. Биения двух волн

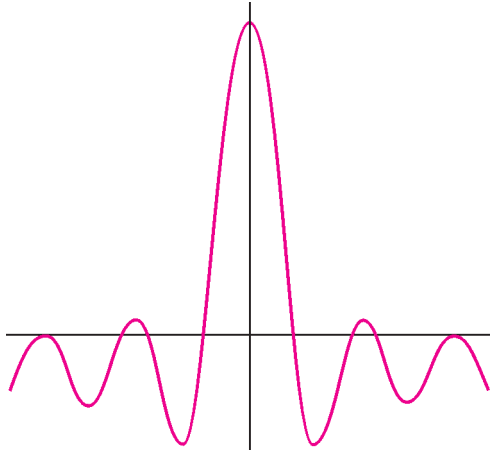


Рис. 8. Результат сложения пяти волн

Из математики известно, что периодическую функцию произвольной формы можно представить в виде ряда Фурье, т.е. суммой синусоид с эквидистантными частотами. Сама математическая операция (анализ Фурье) заключается в вычислении амплитуд синусоид, на которые раскладывается периодическая функция. Отсюда следует, что можно провести обратную операцию, т.е. сложить волны с соответствующими амплитудами и частотами (синтез) и получить периодическую последовательность импульсов, причем их форма, а значит, и длительность будут определяться числом сложенных волн. Иными словами, можно провести синтез периодической последовательности импульсов путем сложения многих непрерывных волн.

Как было сказано выше, резонатор лазера обладает набором мод с равноудаленными частотами. Генерация происходит на модах, попадающих в полосу усиления активной среды, и лазер способен излучать много волн на этих частотах. Это обстоятельство является ключевым для получения импульсов ультракороткой длительности. Лазер УКИ по существу является синтезатором, в котором получается достаточно много волн с нужными частотами, фазами и амплитудами. Из формул преобразования Фурье следует, что для получения импульса длительностью τ требуется, чтобы разность между максимальной и минимальной частотами (ширина спектра) $\Delta\nu$ отвечала соотношению $\tau \cdot \Delta\nu \approx 1$. Это означает, например, что для получения импульса длительностью 10 фс требуется ширина спектра излучения порядка 100 нм. В настоящее время имеются активные среды с огромными ширинами полосы усиления. Так, кристалл сапфира имеет полосу усиления от 650 нм до 1000 нм, что в принципе позволяет получать длительность импульса короче 4 фс.

Мы видели, что с помощью селектора мод можно заставить лазер работать лишь на одной моде. Но теперь, напротив, его нужно заставить работать на множестве мод, попадающих в полосу усиления. При длине резонатора около 1 м в полосу усиления сапфира попадают около миллиона мод. Таким образом, лазер, работающий с активной средой с достаточно большой шириной полосы усиления, способен испус-

кать большое число волн с эквидистантными частотами, сложение которых может дать импульс с длительностью, определяемым соотношением $\tau \cdot \Delta\nu \approx 1$.

Давайте рассмотрим излучение, которое получается в результате сложения большого числа волн. Это удобно сделать с помощью компьютера. Пусть каждая волна описывается выражением $A(t) = A_0 \sin(\omega t + \phi)$, где A_0 – амплитуда, ω – частота, ϕ – фаза (точнее – начальная фаза). Сложим 100 волн с равными амплитудами и с частотами, отличающимися на определенный интервал $\Delta\omega$, получим $A(t) = \sum A_0 \sin((\omega + n\Delta\omega) + \phi_n)$ (здесь n пробегает значения от 1 до 100). Фаза каждой из волн пусть будет определенной, но случайной величиной в интервале $(0; \pi)$. Поскольку свет характеризуется интенсивностью, которая пропорциональна квадрату амплитуды волны, результат сложения возведем в квадрат. Таким образом, мы получим изменение интенсивности во времени. На рисунке 9,а приведен пример такого сложения. Он, по существу, моделирует многомодовое излучение при условии, что в резонаторе отсутствует какое-либо устройство, регулирующее фазы мод (режим свободной генерации). Мы видим, что изменение интенсивности со временем представляет собой набор случайных выбросов интенсивности от нуля до некоторой максимальной величины, причем это изменение повторяется с периодом $T = 2\pi/\Delta\omega$. Это так называемые *флуктуационные импульсы* многомодового лазерного излучения. Отметим, что их длительность определяется шириной спектра, охватывающего все моды, т.е. может быть очень малой.

Теперь подобным образом сложим те же волны, но с вполне определенными фазами, например равными нулю (рис.9,б). Вместо хаотического изменения интенсивности во времени теперь получается периоди-

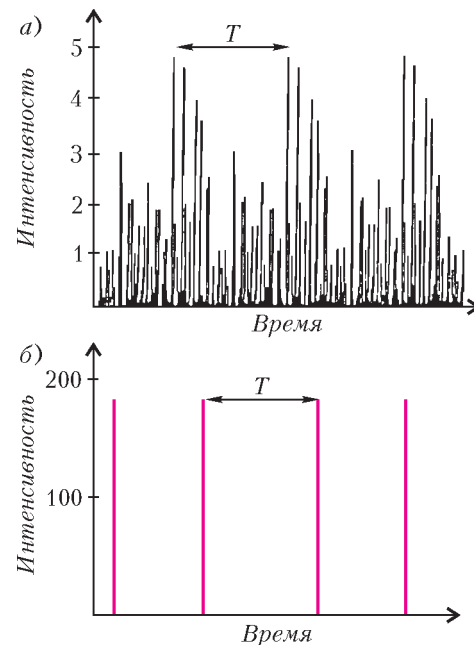


Рис. 9. Примеры сложения ста волн с равными амплитудами и частотами, отличающимися на постоянный интервал: а) фазы распределены случайным образом; б) фазы полностью согласованы

ческая последовательность одиночных на периоде импульсов, длительность которых определяется шириной спектра.

Значит, чтобы получить генерацию УКИ в результате сложения многих мод, необходимо, чтобы их фазы были согласованы. Это удастся сделать в режиме работы лазера, который называется *синхронизацией мод*. Для его успешной реализации потребовались многолетние и настойчивые исследования лазеров. Здесь мы дадим упрощенное объяснение основного принципа синхронизации мод.

Обратите внимание на то, что рисунки 9,а и 9,б имеют разные масштабы по оси ординат. При согласованных фазах интенсивность получающегося одиночного импульса в огромное число раз превосходит интенсивность флуктуационных импульсов.

Теперь снова обратимся к схеме взаимодействия излучения с фотонами (см. рис.1). Из нее следует, что при поглощении света происходит обеднение нижнего уровня. Значит, поглощение станет уменьшаться по мере увеличения интенсивности света (числа фотонов). В случае обычных источников света их интенсивность слишком мала, чтобы такой эффект проявлялся. Для лазерного излучения изменение коэффициента пропускания в зависимости от интенсивности — обычный эффект нелинейной оптики. Вещества, способные изменять свой коэффициент поглощения в зависимости от интенсивности, называются *просветляющимися поглотителями*. Вот с их помощью и удастся осуществить согласование фаз, которое называют *синхронизацией мод*, и получить генерацию УКИ.

Если слой такого поглотителя введен в резонатор лазера, то усиление в нем будет равно усилению в активной среде минус поглощение в просветляющемся поглотителе. При выполнении условия самовозбуждения (полный коэффициент усиления больше 1) начнется генерация на многих модах с образованием флуктуационных импульсов. Поскольку поглощение уменьшается с ростом интенсивности, наиболее интенсивные флуктуационные импульсы будут усиливаться сильнее менее интенсивных, и этот процесс будет развиваться по экспоненте. На рисунке 10 показан процесс такого развития, полученный путем компьютерного моделирования. Излучение, состоящее из флуктуационных импульсов, последовательно пропускается через активную среду. Видно, как происходит формирование одиночного на периоде следования импульса, что и свидетельствует о синхронизации мод. По существу, лазер «предпочитает» концентрировать энергию в таком импульсе, и тем самым достигается *самосинхронизация мод*.

Свойствами просветляющихся поглотителей обладают растворы некоторых красителей, которые и были использованы в лазерах УКИ. Но у них имеются

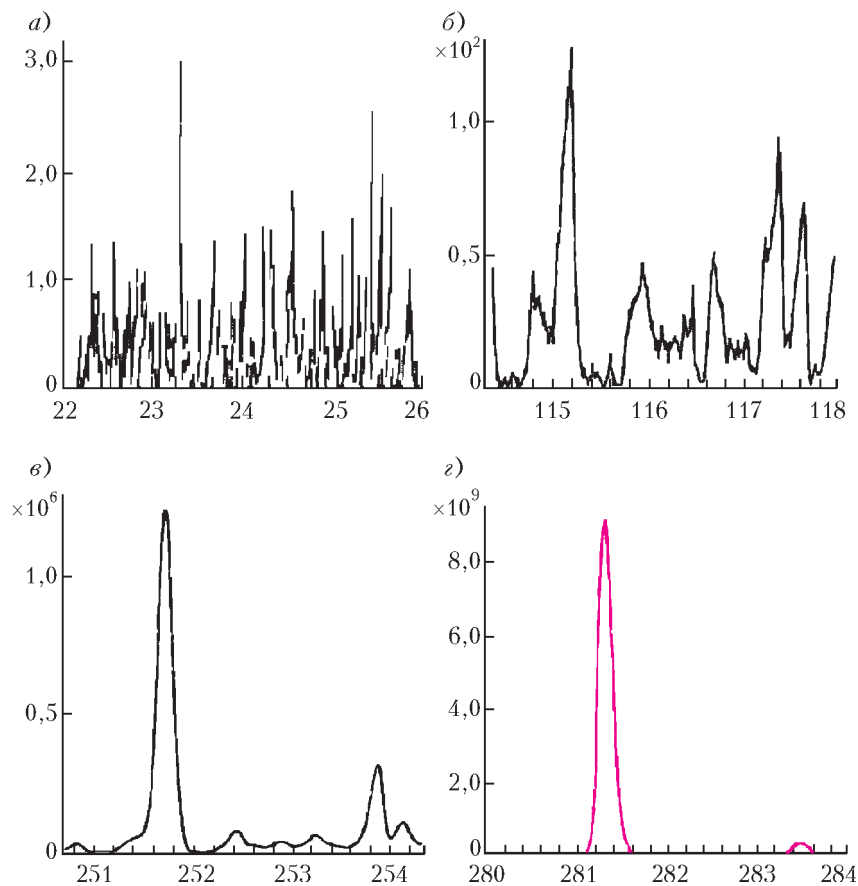


Рис. 10. Компьютерное моделирование процесса формирования УКИ в лазере с просветляющимся поглотителем

определенные недостатки. А именно, после воздействия интенсивным импульсом это состояние остается в течение некоторого времени после прохождения импульса (это время требуется для того, чтобы снова восстановилась первоначальная населенность основного уровня). Это означает, что после прохождения интенсивного импульса за ним может «проскочить» менее интенсивный, и стройная картина выделения одиночного УКИ нарушится. Для преодоления этого недостатка был изобретен искусственный просветляющийся поглотитель, основанный на другом явлении нелинейной оптики — эффекте *самофокусировки*. Он основан на зависимости показателя преломления прозрачного вещества от интенсивности проходящего через него света: $n = n_0 + n_2 I$, где n_0 — показатель преломления для слабых интенсивностей, а n_2 — коэффициент для определенного вещества. Этот эффект проявляется лишь при больших интенсивностях, характерных для излучения лазеров.

Пусть через слой вещества распространяется, как показано на рисунке 11,а, пучок лазерного излучения, интенсивность которого максимальна в центре и спадает до нуля на краях. Тогда, если $n_2 > 0$, получится искривление волнового фронта, и лучи станут отклоняться к оси пучка. Иными словами, при достаточной интенсивности плоскопараллельный слой прозрачного вещества превратится в собирающую линзу, причем ее оптическая сила будет зависеть от макси-

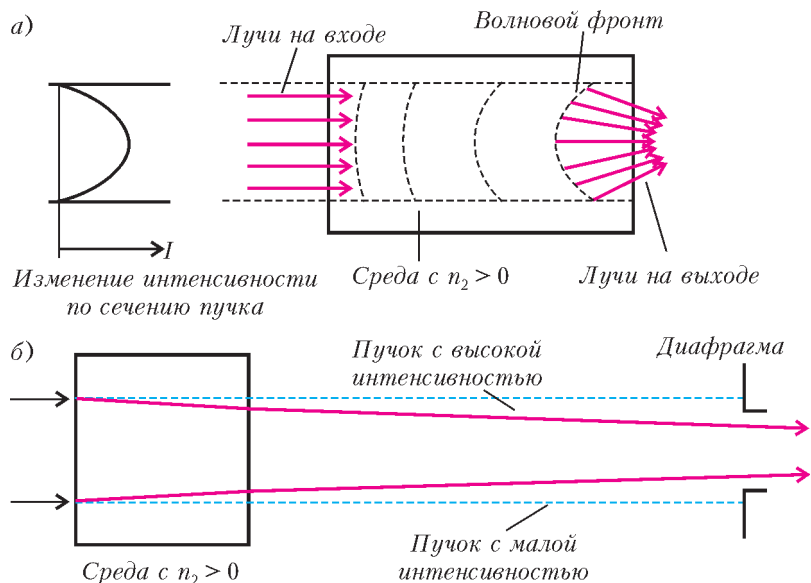


Рис. 11. а) Эффект самофокусировки; б) самофокусировка в сочетании с диафрагмой

мальной интенсивности в пучке. Пусть теперь за этим слоем располагается диафрагма (рис.11,б). Легко видеть, что при высокой интенсивности в пучке свет целиком пройдет через диафрагму, а при низкой интенсивности будет частично задержан ею. Таким образом, эффект самофокусировки в сочетании с диафрагмой действует подобно просветляющемуся поглотителю.

Однако получению предельно коротких импульсов препятствует еще одно обстоятельство. Дело в том, что вещества, через которые распространяется свет, обладают *дисперсией*, т.е. зависимостью показателя преломления от длины волны (частоты). Это приводит к разной скорости распространения света с разной частотой. При прохождении света через вещество скорость определяется как *фазовая скорость*: $v_{\text{фаз}} = c/n$. Поскольку показатель преломления n за-

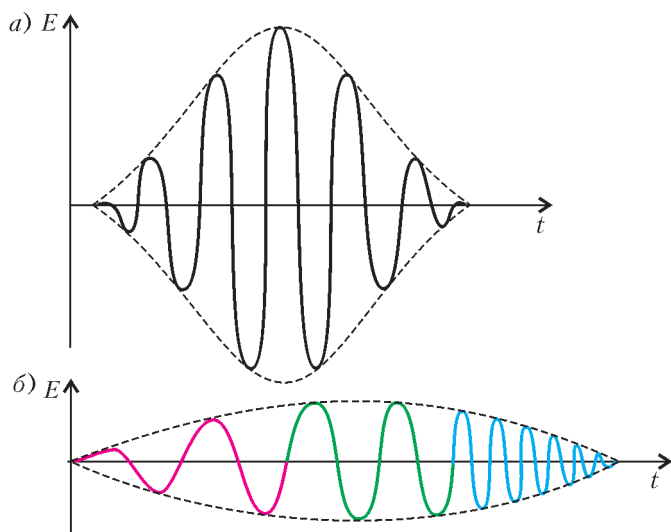


Рис. 12. Эффект дисперсии: а) начальная форма импульса; б) импульс после прохождения слоя вещества, обладающего дисперсией

висит от частоты, волны разных мод будут распространяться с разными скоростями, и согласование фаз нарушится. Как уже указывалось, длительность импульса связана с шириной спектра: $\tau \cdot \Delta\nu \approx 1$. Пусть теперь такой импульс широким спектром распространяется в среде, обладающей дисперсией. За счет различия в скоростях распространения форма импульса изменяется. Различные частоты как бы «идут не в ногу». Те волны, для которых показатель преломления больше, начинают отставать от тех, для которых он меньше. В результате происходит увеличение длительности импульса — он «расплывается». Кроме того, на переднем фронте импульса окажутся те частоты, для которых скорость распространения выше, а на хвосте импульса — для которых она ниже. Поэтому в пределах увеличенной длительности получается линейное изменение частоты от времени, т.е. частотная модуляция. Рисунок 12 иллюстрирует такое изменение формы импульса, причем оно будет тем больше, чем больше длина пути в диспергирующей среде.

Таким образом, при многократных проходах импульса через активную среду в резонаторе будет получаться увеличение длительности импульса. Для компенсации этого следовало бы пропустить такой удлиненный импульс через слой вещества с дисперсией противоположного знака. Тогда отставшие частоты смогли бы нагнать ушедшие вперед, и импульс снова принял бы первоначальную форму с минимальной длительностью. Однако в природе нет веществ с нужной отрицательной дисперсией. Замечательным достижением в разработке лазеров УКИ явилось создание специального устройства, обладающего отрицательной дисперсией. Оно основано на распространении света с разными длинами волн по разным путям, что можно сделать с помощью призм или дифракционных решеток. На рисунке 13 показано, как пара призм может скомпенсировать дисперсию активной среды. Подбором расстояния между призмами, а также перемещением одной из них вдоль биссектрисы

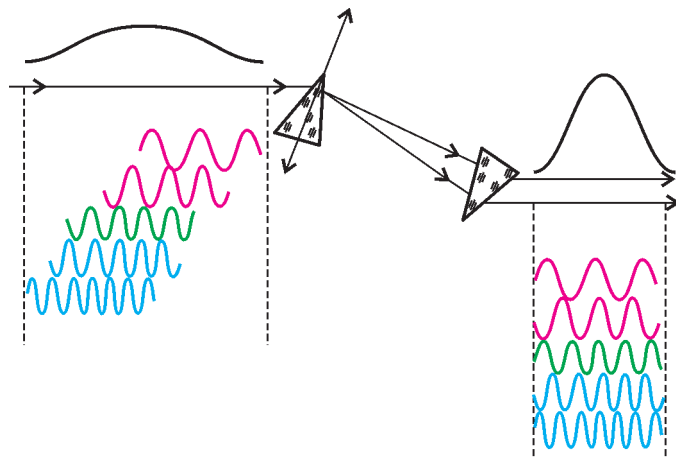


Рис. 13. Система пары призм для компенсации дисперсии

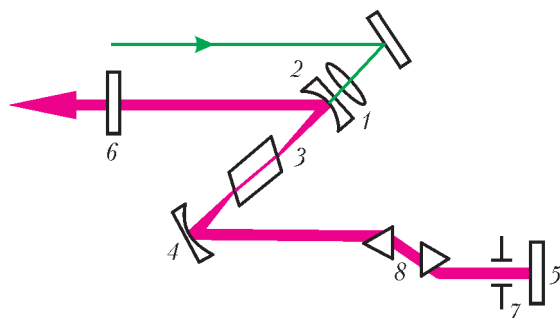


Рис. 14. Схема лазера УКИ

угла отклонения можно подобрать нужное для компенсации значение дисперсии.

В результате лазер, генерирующий фемтосекундные импульсы за счет синхронизации мод, принимает вид, показанный на рисунке 14. Пучок зеленого света лазера накачки, работающего в непрерывном режиме, фокусируется линзой (1) через зеркало (2) в кристалл сапфира (3) для достижения нужного уровня

инверсной населенности и усиления. Резонатор образован четырьмя зеркалами – двумя плоскими (5 и 6) на концах резонатора и двумя вогнутыми (2 и 4), фокусирующими лазерный свет в кристалл сапфира. Для обеспечения эффекта самофокусировки в самом кристалле сапфира вводится диафрагма (7), а для компенсации дисперсии – пара призм (8).

При тщательном подборе элементов лазера и оптимальной настройке удастся получать импульсы длительностью до 5 фс. Частота следования импульсов определяется оптической длиной между зеркалами резонатора и обычно составляет около 80 МГц. Длина волны максимума спектра приходится на 750 нм (красный свет). Надо сказать, что нужный для работы лазера эффект получается лишь при ограниченной средней выходной мощности, которая обычно менее 1 Вт. Это означает, что энергия в одиночном импульсе не превосходит 10 нДж.

(Продолжение следует)

ИЗ ИСТОРИИ НАУКИ

Бугенвилль

А. ВАСИЛЬЕВ

ЛУИ АНТУАН ДЕ БУГЕНВИЛЛЬ (1729 – 1811) ПРОСлавился не математикой, хотя под влиянием Д'Аламбера он в 1752 году и написал трактат по интегральному исчислению, непревзойденный по ясности и глубине изложения. В этой работе были развиты идеи Лопиталя, сформулированные полувеком ранее. Здесь также были изложены новейшие представления дифференциального исчисления, что привело к признанию Бугенвилля не только Национальной академией наук Франции, но и Королевским обществом Англии. В 1756 году Бугенвилль опубликовал второй том своих математических изысканий, однако на этом его карьера математика завершилась.

Бугенвилль прожил необычайно яркую жизнь. В 1754 году он поступил на службу в армию и сражался за независимость французских колоний в Канаде. Через семь лет он перешел на флотскую службу и в 1764 году основал французскую колонию на Мальдивах.

В 1766 году правительство Франции поручило Бугенвиллю организацию первого французского кругосветного путешествия. Целью путешествия был поиск новых земель, однако у самого Бугенвилля не было какого-то определенного мнения о существовании неизвестного континента. С одной стороны, как он писал, трудно предположить такое обилие малых остро-

вов в южной части Тихого океана без наличия южного континента. С другой стороны, он полагал, что если бы такая земля существовала, то она уже была бы открыта. В ноябре 1766 года Бугенвилль отправился в путь и через некоторое время встретился в Рио-де-Жанейро со своим вспомогательным судном, на котором находился ботаник Коммерсон. Этот ботаник открыл растение с ярко-красными плотными листьями. В честь встречи с начальником экспедиции он назвал это растение бугенвиллеей. В южной части Тихого океана Бугенвилль открыл целый ряд географических объектов, включая пролив и остров, впоследствии названные его именем.

Кругосветное путешествие сделано Бугенвилля знаменитым, он стал первым французом, обогнувшим земной шар. По возвращении на родину он был назначен личным секретарем Людовика XV. С 1779 по 1782 год Бугенвилль участвовал в операциях французского флота против англичан в Северной Америке. Во время Великой французской революции он бежал из Парижа и обосновался на своей усадьбе в Нормандии. Несмотря на свою широко известную приверженность роялизму, Бугенвилль избежал репрессий, а с приходом к власти Наполеона был удостоен сенаторства и членства в ордене Почетного Легиона.