Материалы вступительных экзаменов 2006 года

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова

МАТЕМАТИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

(олимпиада «Ломоносов»-2006)[1]

1. Вычислите

$$\log_4 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\ldots\sqrt{16}}}}_{40}.$$

2. Что больше: $\operatorname{tg}\frac{11\pi}{6}$ или меньший корень квадратного трехчлена $11x^2-17x-13$?

3. Решите уравнение

$$\cos\left(x^2+x\right)+\cos\left(x+\frac{2\pi}{3}\right)+\cos\left(x+\frac{4\pi}{3}\right)=0.$$

4. Точки A, B и C лежат на одной прямой. Отрезок AB является диаметром первой окружности, а отрезок BC – диаметром второй окружности. Прямая, проходящая через точку A, пересекает первую окружность в точке D и касается второй окружности в точке E. Известно, что $BD=9$, $BE=12$. Найдите радиусы окружностей.

5. Из пункта A в пункт B в 8:00 выехал велосипедист, а через некоторое время из B в A вышел пешеход. Велосипедист прибыл в B через 6 часов после выхода оттуда пешехода. Пешеход пришел в A в 17:00 того же дня. Скорости велосипедиста и пешехода постоянны. Какую долю пути из A в B проехал велосипедист до его встречи с пешеходом?

6. Решите неравенство

$$\sqrt{4-x}-2\le x|x-3|+4x.$$

7. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\cos 2x-2a\sin x-|2a-1|+2=0$$

имеет решения и все его положительные решения образуют арифметическую прогрессию.

8. В треугольной пирамиде $SABC$ ребро SA перпендикулярно плоскости ABC, $\angle SCB=90^\circ$, $BC=\sqrt5$, $AC=\sqrt7$. Последовательность точек O_n строится следующим образом: точка O_1 – центр сферы, описанной около пирамиды $SABC$, и для каждого натурального $n\ge 2$ точка O_n – это центр сферы, описанной около пирамиды $O_{n-1}ABC$. Какую длину должно иметь ребро SA, чтобы множество $\{O_n\}$ состояло ровно из двух различных точек?

9. На клетчатой бумаге отмечен прямоугольник $m\times n$ клеток, причем числа m и n взаимно просты и $m<n$. Диагональ этого прямоугольника не пересекает ровно 116 его клеток. Найдите все возможные значения m и n.

10. Решите неравенство

$$4\left(1-\operatorname{tg}x\right)^{2004}+\left(1+\operatorname{tg}x\right)^{2006}\ge 2^{2006}.$$

Вариант 2

(механико-математический факультет)

1. Игорь и Володя решали задачу: некоторое заданное трехзначное число прологарифмировать по основанию 2, из полученного числа вычесть некоторое заданное натуральное число, а затем разность разделить на то же самое натуральное число. Игорь перепутал и в первом действии прологарифмировал по основанию 3, а Володя посчитал правильно. Когда они сверили свои результаты, оказалось, что полученные ими числа взаимно обратны. Найдите исходное трехзначное число.

2. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{1+3^{-x}}}{\sqrt{1+3^{-x}}-\sqrt{1-3^{-x}}}-\frac{3^{-x}-1}{\sqrt{1-9^{-x}}+3^{-x}-1}\ge\frac{1+\sqrt{1-9^{-x}}}{3^{-x}}.$$

3. Две сферы касаются друг друга внешним образом. Радиус одной сферы в три раза больше радиуса другой. Скрещивающиеся прямые a и b параллельны некоторой плоскости, проходящей через центры сфер. Каждая из прямых a и b касается обеих сфер, а расстояние между этими прямыми равно диаметру меньшей сферы. Найдите угол между прямыми a и b.

4. Решите уравнение

$$|1-2\sin x+\cos x|+2\sin x+1=\cos 2x.$$

5. Отрезок KB является биссектрисой треугольника KLM. Окружность радиусом 5 проходит через вершину K, касается стороны LM в точке B и пересекает сторону KL в точке A. Найдите угол K и площадь треугольника KLM, если $ML=9\sqrt3$, $KA:LB=5:6$.

6. Найдите минимальное значение выражения

$$|2x-y-1|+|x+y|+|y|,$$

где x и y – произвольные действительные числа.

Вариант 3

(факультет вычислительной математики и кибернетики, олимпиада «Абитуриент-2006», апрель)

1. Найдите все решения системы уравнений

$$\begin{cases}(x+2y)^{x-y}=25,\\ 2\log_5(x+2y)+x-y=4.\end{cases}$$

2. Решите неравенство

$$\sqrt{\frac{x^2-22x+121}{x^2-24x+140}}\ge 50x-2x^2-309.$$

3. В треугольнике ABC проведена медиана AM. Известно,

---

[1] *Эта олимпиада рассматривалась в качестве 3-го тура Всероссийской олимпиады школьников, и ее победители зачислялись на различные факультеты МГУ.*

что $AM : BC = \sqrt{13} : 2$, а угол BAC равен 30°. Найдите углы ABC и ACB, считая, что угол ABC не меньше угла ACB.

4. Найдите все решения неравенства

$$\operatorname{tg} x > \frac{9 - 3\cos 2x}{3\sin 2x - 2},$$

удовлетворяющие условию $\frac{\pi}{8} \le x < \frac{\pi}{2}$.

5. Основанием четырехугольной пирамиды $SABCD$ является трапеция $ABCD$, у которой $AD \parallel BC$. На ребре SC выбрана точка K так, что $CK:KS = 2:5$. Плоскость, проходящая через точки A, B и K, пересекает ребро SD в точке L. Известно, что $V_{SABKL} : V_{SABCD} = 95 : 189$ (V_{SABKL} и V_{SABCD} – объемы пирамид $SABKL$ и $SABCD$ соответственно). Найдите отношение длин оснований трапеции $ABCD$.

6. Найдите все значения параметра a, при которых уравнение

$$2(1 + \cos 2x)^2 |\sin(2x + a)| = 2\cos 2x - 2\cos(4x + 2a) - \cos(6x + 2a) - \cos(2x + 2a)$$

имеет решения.

Вариант 4

(факультет вычислительной математики и кибернетики)

1. Из города A в город B в 6 часов утра выехал грузовой автомобиль. Шесть часов спустя из города B в город A по той же дороге выехал ему навстречу легковой автомобиль. Автомобили движутся с постоянными скоростями. По предварительной договоренности они одновременно приехали в поселок C, расположенный на дороге между A и B. Разгрузка и оформление документов длились пять часов. Затем грузовой и легковой автомобили продолжили каждый свой путь. Легковой и грузовой автомобили прибыли, соответственно, в города A и B одновременно в 23 часа того же дня. Найдите время прибытия автомобилей в населенный пункт C.

2. Решите уравнение

$$\log_{\frac{13-|2x-1|}{12}}(\sin 2x - 2\sin x + 1) = \log_{\frac{13-|2x-1|}{12}}(\cos x).$$

3. Решите неравенство

$$11\sqrt{2x - \sqrt{48x - 144}} > 2x - 12.$$

4. В параллелограмме $ABCD$ проведена диагональ AC. Точка O является центром окружности, вписанной в треугольник ABC. Расстояния от точки O до точки A и до прямых AD и AC равны 10, 8 и 6 соответственно. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.

5. При каждом значении параметра d решите уравнение

$$\sqrt{x^2 - y^2 - dx + 3dy - 2d^2} + \sqrt{x - y + d}\,\sqrt{4 - 2x + d} + \sqrt{-2x^2 - 2xy + (5d + 4)x + (d + 4)y - 2d^2 - 8d} = 4.$$

6. Две касающиеся друг друга сферы вписаны в двугранный угол. Первая сфера касается граней этого двугранного угла в точках A и B соответственно. Вторая сфера касается одной из граней этого двугранного угла в точке C. Точки A и C лежат в разных гранях. Первая сфера пересекает отрезок AC в точке K, отличной от A, а вторая сфера пересекает тот же отрезок в точке L, отличной от C. Длина отрезка KL в 7 раз меньше длины отрезка AC. Найдите длину отрезка AC, если известно, что расстояние между точками B и C равно $2\sqrt{7}$.

Вариант 5

(физический факультет)

1. Решите уравнение

$$\cos 3x = \cos 5x + \frac{4\pi}{3}\sin x.$$

2. Решите уравнение

$$9^{x-1} \cdot 3^{2x} \cdot 4^{4x} + 16^{x-1} \cdot 3^{4x} \cdot 2^{4x} - 25 = 0.$$

3. Решите неравенство

$$\sqrt{(3 - x)\sqrt{2x^2 + 2x - 4}} \le 3 - x.$$

4. В треугольнике LMN дано: $LN : NM = 7 : 3$, расстояние от середины биссектрисы NK до стороны NM равно $3/2$, площадь ΔLMN равна 30. Найдите LN.

5. Найдите все решения системы уравнений

$$\begin{cases} 3x + y + \sqrt{9x^2 - y^2} = 6, \\ y\sqrt{(3x + y)(3x - y)} = 2 \end{cases}$$

и, считая в них x и y координатами точек, укажите, какая из этих точек ближе к началу координат.

6. В трапеции $PQRS$ ($QR \parallel PS$) $PQ \ne RS$. Две прямые, параллельные основаниям QR и PS, делят трапецию на 3 части, в каждую из которых можно вписать окружность. Радиус наименьшей из этих окружностей в 2 раза меньше радиуса средней окружности. Найдите отношение радиуса наибольшей из этих окружностей к радиусу наименьшей.

7. При каких значениях a сумма квадратов корней уравнения

$$\left(2\log_a |x - 1| - \log_a x - 1\right)\left(2\log_{a^2} |x + 5| - \log_a 3a + 1\right) = 0$$

больше чем $8a + 1$?

8. В правильной треугольной пирамиде $SKLM$ с вершиной S даны $SK = 12$, $KL = 18$. На боковых ребрах SL и SM взяты точки A и B соответственно так, что $SA = SB = 4$. Найдите радиус сферы, проходящей через точки A, B, K и M.

Вариант 6

(химический факультет, факультет наук о материалах)

1. Решите неравенство

$$\sqrt{1 - |x|} \ge x - 2.$$

2. Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{x + 3}{x - 2}\right) > 2.$$

3. Решите уравнение

$$\cos x + \sin x + \cos 3x + \sin 3x = -\sqrt{6}\cos x.$$

4. Биссектрисы внутренних углов в параллелограмме $ABCD$ образуют четырехугольник $EFGH$, каждая вершина которого получена как пересечение двух биссектрис. Найдите сумму квадратов всех сторон в четырехугольнике $EFGH$, если $AB = BC + \frac{3}{2}$.

5. В прямой круговой конус вписан шар. Отношение площади полной поверхности конуса к площади поверхности шара равно 49:12. Найдите отношение удвоенного объема шара к объему конуса.

6. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{(x^2 + |x|)(x^2 + 5|x| + 6) + 1} = 3|x| - 3ax - a^2 - a + 1$$

имеет корни как большие −3, так и меньшие −3.

Вариант 7

(биологический факультет)

1. Решите неравенство
$$\sqrt{x+1}\left(x^2+3x-4\right)\ge 0 .$$
2. Решите уравнение
$$3\cos 2x+11\sin x=7 .$$
3. Выпуклый четырехугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 4$, $BC = 3$, $CD = 2$, $AD = 1$ вписан в круг. Найдите радиус этого круга.

4. Решите уравнение
$$9^{\arcsin(2x+1)}+\log_3\left(2\arcsin\left(2x+1\right)\right)-$$
$$-3^{\arccos(6x+3)}+\log_{\frac{1}{3}}\arccos\left(6x+3\right)=0 .$$
5. Из пунктов A и B, расстояние между которыми равно 2 км, вниз по течению реки одновременно начинают движение плот и лодка соответственно. В тот же момент времени из пункта B навстречу плоту начинает движение катер. Собственная скорость лодки равна скорости течения, собственная скорость катера в два раза превышает скорость течения. Встретив плот, катер мгновенно разворачивается и следует до встречи с лодкой, после чего снова разворачивается и движется в сторону плота до встречи с ним, затем опять к лодке и т.д. Сколько раз катер встретит плот за время, в течение которого плот преодолеет расстояние, равное 1000 км?

6. В кубе $ABCDA'B'C'D'$ со стороной 8 проведена диагональ AC' и на ней отмечена точка E так, что $AE = 5$. Через точку E проведена плоскость, перпендикулярная AC'. Найдите площадь образовавшегося сечения куба.

Вариант 8

(факультет почвоведения)

1. Найдите $\left(\frac{5\pi}{6}+2\alpha\right)$, если известно, что $\operatorname{tg}\alpha=-\frac{3}{4}$.

2. Решите уравнение
$$\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}-\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}=2\sqrt{x^3} .$$
3. Решите неравенство
$$\left(3\sqrt{x}\right)^{\log_2 x}\ge 1 .$$
4. Из деревни в одном и том же направлении выходят три пешехода: второй – через 2 минуты после первого, а третий – через 3 минуты после второго. Через 5 минут после своего выхода из деревни третий пешеход догнал второго, а еще через 2 минуты он догнал первого пешехода. Через сколько времени после своего выхода из деревни второй пешеход догонит первого?

5. Найдите наименьшее положительное число α, при котором синус α градусов равен синусу α радиан.

6. В треугольнике ABC известны стороны $AB = 9$, $BC = 8$ и $AC = 7$, AD – биссектриса угла BAC. Окружность проходит через точку A, касается стороны BC в точке D и пересекает стороны AB и AC в точках E и F соответственно. Найдите длину отрезка EF.

7. Определите, при каких значениях параметра b при любых значениях параметра a система уравнений
$$\begin{cases}x^2+y^2-5x+6y+4=0,\\ y+ax+ab=0\end{cases}$$
имеет ровно два различных решения (x, y).

Вариант 9

(географический факультет)

1. Решите уравнение
$$\frac{x^2-3x+2}{x-1}=3\left(x-1\right) .$$
2. Числа y и z таковы, что последовательность $1, \sqrt{y}, \sqrt{z}$, а также последовательность 1, $y-1$, $z-y$ являются арифметическими прогрессиями. Найдите разность второй прогрессии.

3. Решите уравнение
$$2\sin x-\frac{1}{\cos x}+\operatorname{tg}x-1=0 .$$
4. Длина дороги, соединяющей два населенных пункта, составляет 280 километров. Легковой автомобиль проезжает дорогу за 4 часа, а грузовик – за 5 часов. По дороге оба автомобиля двигаются с постоянными скоростями, кроме участков, где в соответствии с ограничениями их скорость составляет 40 километров в час. При отсутствии этих ограничений скорости легковой автомобиль проезжал бы дорогу на 1 час и 10 минут быстрее грузовика. Найдите: а) суммарную длину участков, где скорость ограничена 40 километрами в час; б) скорости легкового автомобиля и грузовика.

5. Периметр трапеции $ABCD$ равен 44. Окружность пересекает основание AB в точках K и L, сторону BC – в точках M и N, основание CD – в точках P и R, сторону AD – в точках S и T, причем $AK < AL$, $CN < CM$, $CP < CR$, $AT < AS$. Известно, что $KL = MN = 1$, $PR = ST = 7$, $AK = 5$, $CP = \frac{1}{2}$. Найдите длины оснований трапеции.

6. При каких значениях параметра c число решений уравнения
$$2x\arcsin\left(\sin x\right)=c\cdot 3^{\log_3 x}+3$$
конечно?

Вариант 10

(геологический факультет)

1. Решите неравенство
$$\frac{x^2-9}{|x|-3}\left(x+4\right)\ge 0 .$$
2. Решите неравенство
$$\sqrt{\frac{5}{2}x^2-x^3}\ge\sqrt{6x-\frac{5}{2}x^2} .$$
3. В прямоугольном треугольнике ABC длина гипотенузы AB равна 5, разность углов BAC и ABC равна $\frac{\pi}{10}$, точка D – середина AB. Чему равно расстояние между центрами окружностей, описанных вокруг треугольников ACD и BCD?

4. Решите неравенство
$$\left(\log_{|x+2|}4\right)\left(\log_4\left(x^2+x-2\right)\right)\le 1 .$$
5. В сосуде объемом 5 литров находилось некоторое количество 30%-го раствора кислоты. Затем в сосуд было добавлено какое-то количество 40%-го раствора такой же кислоты, в результате чего сосуд был заполнен полностью. После этого из сосуда было отлито 0,5 литра полученного раствора и затем опять налито такое же количество 40%-го раствора. В результате сосуд оказался заполненным 34%-м раствором. Сколько литров раствора было в сосуде первоначально? Процентные содержания растворов считаются объемными.

6. Найдите корни уравнения

$$\frac{\sqrt{3}\left(\sin 2x+\cos 3x\right)}{\cos 2x-\sin 3x}=1,$$

расположенные в интервале $(1;2)$.

7. Плоскость пересекает боковые ребра DA и DB треугольной пирамиды $DABC$ в точках K и L соответственно и делит объем пирамиды пополам. В каком отношении эта плоскость делит медиану DN грани DBC, если $\frac{DK}{DA}=\frac{2}{3}$, $\frac{DL}{DB}=\frac{4}{5}$?

8. Найдите значения a, при которых наибольшее значение функции $f(x)=2x^2+x(5-3a)+a^2-3a+4$ на отрезке с концами в точках $a-1$ и -4 минимально. Укажите это значение.

Вариант 11

(филологический и социологический факультеты)

1. Решите неравенство

$$\frac{5-4x}{|x-2|}\le|2-x|.$$

2. Окружности радиусов 7 и 3 касаются внутренним образом. В большей окружности существуют ровно три различные хорды, имеющие одинаковую длину и касающиеся меньшей окружности. Найдите длины отрезков, на которые эти хорды делятся точками касания.

3. Найдите все решения (x,y,z) уравнения

$$x^2-2x\sin\pi y-\cos 2x+2\cos^2 x+\sqrt{-4xz-z^2-3}=$$
$$=(1+2xz)\log_2^2\frac{2y}{z}.$$

4. Накануне экзамена Лиза и ее товарищ искали на Воробьевых горах четырехлистный клевер, приносящий, по народной примете, удачу. В первый день товарищ нашел на 20 процентов четырехлистников больше, чем Лиза. Во второй день, наоборот, товарищ нашел на 30 процентов четырехлистников меньше, чем Лиза в этот день. Всего за два дня Лиза нашла на 10 процентов больше четырехлистников, чем ее товарищ. Какое минимальное количество четырехлистников нашли студенты?

5. В правильную треугольную пирамиду вписан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ объема 8 так, что его грань $A_1B_1C_1D_1$ лежит в плоскости основания пирамиды – треугольника со стороной 6, ребро CD противоположного основания лежит в боковой грани пирамиды, а вершины A и B принадлежат другим боковым граням. Найдите высоту пирамиды.

6. Для каждого натурального значения параметра k найдите площадь фигуры, задаваемой на плоскости (x,y) условиями

$$\begin{cases}\left[\begin{array}{l}\sin x\ge 0\\ \sin y\le 0,\end{array}\right.\\ -\pi k\le x\le \pi k,\\ -\pi k\le y\le \pi k.\end{cases}$$

Вариант 12

(экономический факультет, отделение экономики)

1. Решите уравнение

$$2\sqrt{2x^2-x+8}=x-2x^2+7.$$

2. Решите неравенство

$$\log_{13-2x}\left(x^2-x+1\right)\log_{7-x}(13-2x)<$$
$$<\log_{2x-1}\left(2-2x-(x-1)^2+x^2\right).$$

3. Найдите все значения x из интервала $(8;12)$, для которых справедливо равенство

$$2\operatorname{ctg}\frac{\pi}{6}\sin x=\sqrt{6-6\cos\frac{14\pi}{5}}.$$

4. Две бригады однотипных тракторов задействованы на вспашке поля. Время вспашки поля одной первой бригадой отличается от времени вспашки поля одной второй бригадой не более чем на $\frac{1}{25}$ часть времени вспашки поля одним трактором. Если сначала восьмая часть первой бригады вспашет первую половину поля, а затем пятая часть второй бригады вспашет оставшуюся половину поля, то затраченное на вспашку поля время составит $\frac{2}{9}$ от времени вспашки поля одним трактором. Определите количество тракторов в каждой бригаде.

5. В прямоугольном треугольнике ADC гипотенуза DC является хордой окружности радиуса 1, которая пересекает катеты AD и AC в точках E и B соответственно. Найдите DB, если $\angle DBE=30^\circ$, $S_{DEC}=\frac{\sqrt{3}+1}{4}$.

6. Найдите все значения a, при которых неравенство

$$4a^2\sqrt{2-\frac{6}{\pi}\arcsin\left(\sqrt{3}-2x\right)}+$$
$$+\frac{12a}{\pi}\arccos\left(2x-\sqrt{3}\right)-8a^2-3a\le 1$$

выполняется для любых $x\in\left[\frac{2\sqrt{3}-1}{4};\frac{3\sqrt{3}}{4}\right]$.

7. Найдите площадь фигуры, задаваемой на координатной плоскости двойным неравенством

$$x-\left|1-x^2\right|+|x|+|3x-3|+|x+1|-7\le y\le\sqrt{4-x^2}.$$

Вариант 13

(Московская школа экономики)

1. Решите уравнение

$$\sqrt{x+3}=9-x.$$

2. Решите неравенство

$$\log_{0,5}\left(\log_3(x-2)\right)\ge -1.$$

3. Решите уравнение

$$\frac{\sin 3x}{1+2\cos 2x}=0.$$

4. Антикварный магазин продал картину со скидкой в 10% по сравнению с первоначально назначенной ценой и получил при этом 8% прибыли. Сколько процентов прибыли магазин предполагал получить первоначально?

5. Найдите все целочисленные решения системы

$$\begin{cases}\left|x^2-2x\right|<y+1,\\ y+|x-1|<2.\end{cases}$$

6. Треугольник ABC, длины сторон которого образуют арифметическую прогрессию, вписан в окружность радиуса $\frac{14}{\sqrt{3}}$. Найдите периметр треугольника, если он меньше 40 и $AC=14$.

7. При всех значениях параметра b решите неравенство

$$2(b-1)\sqrt{3x+1}+1\ge 3bx+b-3x.$$

Вариант 14

(факультет психологии)

1. Решите уравнение

$$\left|7^x - 3\right| = 7^x + 1 .$$

2. Решите неравенство

$$\sqrt{\log_{x-1}(x-2)} < \sqrt{2} .$$

3. Решите уравнение

$$\log_2\left(3\left|\sin x\right| - \left|\cos x\right|\right) + \log_2\left|\cos x\right| = 0 .$$

4. Прямая, проходящая через точку A, пересекает окружность в точках B и C (точка B лежит между точками A и C). Другая прямая, проходящая через точку A, пересекает окружность в точках D и E (точка D лежит между точками A и E). Известно, что продолжения отрезка BD за точку D и отрезка CE за точку E пересекаются в точке F. Кроме того, $FE = 1$, $AC = 2AE$. Найдите FD.

5. При всех a решите систему неравенств

$$\begin{cases} |2x + 2a| > |x| + a, \\ ax < 0. \end{cases}$$

6. Решите уравнение

$$9\cos 2x + 9\cos 6x = 36\cos x\cos 3x + 140\sqrt{3}\sin x\sin 2x - 162 .$$

Вариант 15

(Институт стран Азии и Африки)

1. Решите неравенство

$$\frac{5x+1}{(x+2)(x-3)} \ge 1 + \frac{16}{x-3} .$$

2. Решите уравнение

$$3 + 6\cos 2x + 3\cos 4x + 2\cos 6x = 0 .$$

3. Решите неравенство

$$\sqrt{\frac{243 + 9x - 2x^2}{2x+3}} > 9 - x .$$

4. В треугольнике ABC проведены медиана AE и биссектриса CD, пересекающиеся в точке M. Через точку M проведена прямая, параллельная стороне AC и пересекающая стороны AB и BC в точках P и Q соответственно. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника PBQ, если длина стороны AC равна $3\sqrt{3}$, длина стороны BC равна $4\sqrt{3}$, величина угла ACB равна 60°.

5. Решите уравнение

$$12\left(3^{4x^2+2x-1} - 1\right)^2 - \left(3^{2(x-1)+4x^2} + \frac{1}{3}\right)\left(3^{4x^2+2x+1} - 3\right) = 16 .$$

6. Решите неравенство

$$\left(3 - \log_{\left|2x+\frac{1}{2}\right|}\left(\frac{1}{4} - x\right)\right)\log_3\left(\frac{1}{4} - x\right) < 2\log_3\left|2x + \frac{1}{2}\right| .$$

7. Точки K, L, M, N с координатами $(-2;3)$, $(1;4)$, $(3;2)$, $(-1;-1)$ лежат на сторонах AB, BC, CD, DA квадрата $ABCD$ соответственно. Найдите его площадь.

Вариант 16

(факультет государственного управления)

1. На розовом кусте каждое утро, начиная с понедельника, расцветают пять бутонов. Каждое утро садовник срезает три из них. Из скольких роз будет состоять букет, если в ближайшее воскресенье садовник срежет все розы?

2. Решите уравнение

$$\sqrt{x^4 - 10x^2 + 25} = \sqrt{x^4 - 4x^2 + 4} .$$

3. В прямой угол равнобедренного треугольника с гипотенузой $6\sqrt{2}$ вписан круг радиуса 2. Найдите площадь той части круга, которая лежит вне этого треугольника.

4. Решите уравнение

$$\sin|1 - 2x| + \cos x = 0 .$$

5. Четыре отраслевых предприятия K, L, M, N, обсуждая планы объединения усилий, установили, что без K три оставшихся будут контролировать 55% рынка отрасли; без L три других – 60%; K, L, N без M – 66%; три предприятия без N – 73% рынка отрасли. Какова доля каждого из этих предприятий на рынке?

6. Найдите значения a, для которых неравенство

$$(a + b + 36)x^2 - 5(x-1)(b+1) \le 0$$

имеет решение при любом b.

7. Химический комбинат получил заказ на изготовление этилового спирта, соляной кислоты и дистиллированной воды. Для готовой продукции потребовалась 21 железнодорожная цистерна. При перекачивании были использованы три специализированных насоса: сначала первый насос заполнил четыре цистерны этиловым спиртом, затем второй насос заполнил шестнадцать цистерн соляной кислотой и в завершение третий насос заполнил одну цистерну дистиллированной водой. Найдите минимально возможное время, затраченное на перекачивание всей продукции, если известно, что суммарная производительность всех трех насосов равна семи цистернам в сутки.

Вариант 17

(факультет глобальных процессов)

1. Решите неравенство

$$\left(|x+1| + |2x-1|\right)\lg\left(\frac{\pi}{\sqrt{10}}\right)^{2x} \ge 0 .$$

2. Прибыль P предприятия за год определяется соотношением $P = A\sqrt{X} - X$, где X – расходы на производство, A – некоторая положительная постоянная. В 2004 году прибыль P оказалась положительной и составила 40% от расходов X. В 2005 году расходы выбраны так, чтобы прибыль была максимальной. Найдите отношение расходов в 2004 году к расходам в 2005 году.

3. Решите неравенство

$$\frac{\left|x^2 + x - 12\right|}{x-3} \ge 1 .$$

4. Решите уравнение

$$\log_{\left|\cos\frac{x}{2}\right|}\left|1 - 2\cos\frac{\pi}{6}\right| = \log_{\cos\left|\frac{x}{2}\right|}\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} .$$

5. В треугольнике ABC со сторонами $AB = 6$ и $BC = 4$ проведена биссектриса BL, точка O – центр вписанной в треугольник ABC окружности, $BO : OL = 3 : 1$. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABL.

6. Найдите минимально возможный объем прямого кругового конуса, описанного вокруг шара единичного радиуса.

7. Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} \operatorname{arctg}\left(25^x - 9 + a - y\right) = 0, \\ y \cdot 5^{-x} + \sqrt{a-1} = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение $(x_0; y_0)$, удовлетворяющее условию $x_0 \le 0$.

8. Сравните числа $x_* = \sqrt{1 + 2^{\frac{1}{16}}}$ и k_*, где k_* – корень уравнения

$$\left(k^2 - 1\right)^8 = \frac{1}{2(k-1)}.$$

ФИЗИКА

Физический факаультет

Задачи устного экзамена

1. На средние части двух одинаковых катушек, лежащих на горизонтальной плоскости, намотана тонкая нерастяжимая нить (рис.1). Точку A этой нити, находящуюся на равных расстояниях от осей катушек, начинают перемещать вертикально вверх. При этом катушки начинают катиться без проскальзывания так, что их оси не изменяют своего направления, нить не скользит по катушкам, а ее отрезки, не лежащие на катушках, находятся в вертикальной плоскости, перпендикулярной осям катушек. Найдите модуль скорости сближения катушек в тот момент, когда скорость точки A равна v, а угол $2\alpha = 120°$. Радиус средней части катушки в $n = 2$ раза меньше радиуса ее щек.

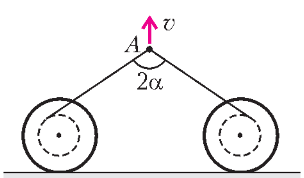

Рис. 1

2. В закрепленную полусферу радиусом R бросили маленький тяжелый шарик так, что его скорость в момент удара о внутреннюю поверхность полусферы в точке A составляла с горизонтом угол $\alpha = 15°$. После этого удара шарик вновь ударяется о поверхность полусферы в точке B, лежащей на одной горизонтали с точкой A, затем опять попадает в точку A и так далее. Считая удары шарика абсолютно упругими, найдите модули его скоростей при ударах в точках A и B.

3. На закрепленном цилиндре, ось которого горизонтальна, удерживают невесомую нерастяжимую нить, к концам которой прикреплены маленькие грузы разных масс. Нить располагается в вертикальной плоскости, перпендикулярной образующей цилиндра, а грузы находятся на горизонтальной прямой, проходящей через ось цилиндра. Найдите отношение масс грузов n, если после отпускания нити без толчка более легкий груз отрывается от поверхности цилиндра в его верхней точке. Трением и влиянием воздуха на движущиеся тела пренебречь.

4. К невесомой вертикальной пружине жесткостью k подвешена за конец однородная тонкая веревка массой M длиной L. После быстрого отрезания нижней части веревки длиной nL $(n < 1)$ оставшаяся ее часть начинает совершать колебания. При каком максимальном значении n эти колебания будут гармоническими для всех частей оставшейся висеть на пружине веревки? Считать, что непосредственно при отрезании веревка оставалась неподвижной.

5. В стоящем на столе вертикальном цилиндре под поршнем массой M и площадью S содержится один моль гелия. С помощью спирали, находящейся внутри цилиндра, газ начинают медленно нагревать, при этом поршень сразу начинается подниматься. Модуль силы трения поршня о цилиндр равен F. Пренебрегая теплообменом с внешней средой и теплоемкостью поршня с цилиндром, найдите теплоемкость C системы «цилиндр–поршень–газ». Атмосферное давление равно p_0.

6. Моль аргона изотермически расширяется, совершая работу A, затем после изохорного охлаждения адиабатическим сжатием возвращается в исходное состояние. Максимальное изменение температуры газа за цикл равно ΔT. Найдите КПД η этого цикла.

7. Внутри проводящей сферы радиусом R, имеющей заряд q, концентрично с ней расположена сфера радиусом r (рис.2). Внутренняя сфера тонким длинным изолированным проводом, проходящим через маленькое отверстие во внешней сфере, с помощью ключа K заземлена. Найдите максимальное количество теплоты Q, которое может выделиться, если ключ K перевести из положения *1* в положение *2*, соединив тем самым внутреннюю сферу с землей через источник с ЭДС $\mathscr{E}$.

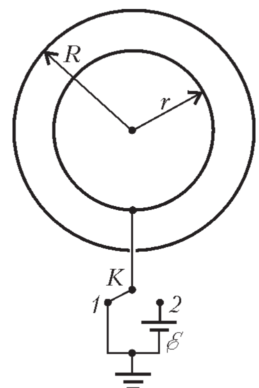

Рис. 2

8. Найдите силу электростатического взаимодействия между обкладками плоского воздушного конденсатора через достаточно большой промежуток времени после замыкания ключа K в схеме, показанной на рисунке 3. Площадь каждой обкладки конденсатора S. Внутренним сопротивлением батареи пренебречь, диод D считать идеальным. Емкость конденсатора, ЭДС батареи и сопротивления резисторов указаны на рисунке.

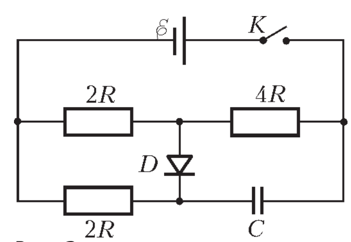

Рис. 3

9. Для измерения индуктивности L катушки можно использовать схему, показанную на рисунке 4. Она состоит из конденсатора известной емкости C, сдвоенного реостата, амперметра А и генератора гармонического напряжения, частоту которого можно изменять в широких пределах. Процесс измерения сводится к установлению такого одинакового значения сопротивления каждого из реостатов, при котором показания амперметра перестают изменяться при изменении частоты ω генератора. Зная амплитуды напряжения U и тока I при указанном выше условии, найдите L.

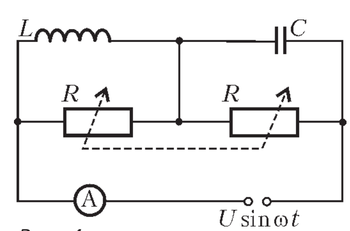

Рис. 4

10. На мыльную пленку с показателем преломления $n = 1{,}33$, находящуюся в воздухе, нормально падает пучок белого света. Найдите наименьшую толщину пленки d, при которой от нее будут наиболее интенсивно отражаться фотоны с энергией $W = 3{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Факультет вычислительной математики и кибернетики

Задачи устного экзамена

1. С края бетонированного желоба, сечение которого изображено на рисунке 5, бросают в горизонтальном направ-

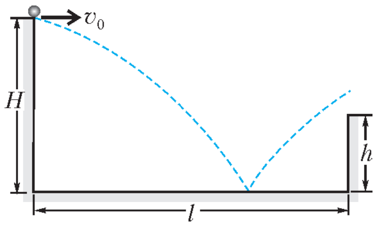

Рис. 5

лении маленький шарик. Какие значения может иметь величина начальной скорости шарика v_0 для того, чтобы он, ударившись один раз о дно желоба, выпрыгнул на его противоположную сторону? При расчетах положить $H = 0,9$ м, $h = 0,5$ м, $l = 2$ м. Ускорение свободного падения $g = 9,8$ м/с^2. Удар шарика о дно желоба считать абсолютно упругим, сопротивлением воздуха пренебречь.

2. Преследуя добычу со скоростью $v = 108$ км/ч, гепард движется по прямой горизонтальной тропе прыжками длиной $l = 8$ м. Внезапно на пути гепарда встречается овраг глубиной $H = 4/3$ м. Отталкиваясь от края оврага точно так же, как и при движении по тропе, гепард прыгает в овраг. Найдите горизонтальное перемещение гепарда L при этом прыжке. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с^2, сопротивление воздуха не учитывать, дно оврага считать горизонтальным.

3. Фишки для игры в домино укладывают на горизонтальную поверхность ступенчатой стопкой, смещая вдоль длинной стороны каждую последующую фишку по отношению к предыдущей на $d = 2$ мм. Какое максимальное количество фишек N можно уложить таким образом, прежде чем стопка развалится? Длина каждой фишки $l = 4$ см.

4. Математический маятник отклонили от положения равновесия на малый угол $\alpha_0 = 0,1$ рад и отпустили без начальной скорости, после чего маятник стал совершать гармонические колебания. Найдите максимальную величину вертикальной составляющей скорости маятника $v_{y\max}$. Длина маятника $l = 0,4$ м. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с^2. Считать, что $\sin\alpha \approx \alpha$.

5. Два шарика массами m и $2m$ прикреплены к пружинам жесткостями k и $8k$ соответственно и надеты на гладкий горизонтальный стержень (рис.6). Свободные концы пружин заделаны в неподвижные стенки так, что в положении равновесия пружины не деформированы, а шарики касаются друг друга. Шарик массой m отводят влево на небольшое расстояние и отпускают без начальной скорости. Найдите время τ между первым и вторым соударениями шариков, считая их абсолютно упругими.

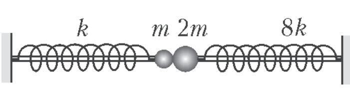

Рис. 6

6. На металлическую пластинку напыляют серебряное покрытие, используя пучок атомов серебра, направленный перпендикулярно пластинке. С какой скоростью v_0 растет толщина покрытия, если атомы серебра оказывают на пластинку давление $p = 0,1$ Па? Кинетическая энергия одного атома $E = 10^{-17}$ Дж, молярная масса серебра $\text{M} = 108$ г/моль, его плотность $\rho = 10,5$ г/см^3. Постоянная Авогадро $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

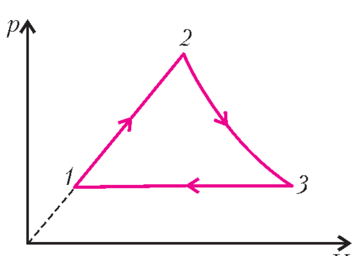

Рис. 7

7. В тепловом двигателе, рабочим телом которого является идеальный одноатомный газ, совершается циклический процесс, изображенный на рисунке 7. На участке *1–2* давление газа изменяется пропорционально объему. Участок *2–3* – адиабатическое расширение, участок *3–1* – изобарное сжатие. Чему равен коэффициент полезного действия двигателя η, если в процессе *1–2* давление газа увеличивается в $n = 2$ раза, а в процессе *3–1* объем газа уменьшается в $m = 3$ раза?

8. В теплоизолированном вертикальном цилиндре под тяжелым теплоизолирующим поршнем находится идеальный одноатомный газ. Расстояние между поршнем и дном сосуда H. Сверху на поршень медленно насыпают порцию песка, масса которой m значительно меньше массы поршня. На какую величину ΔU изменится в результате этого внутренняя энергия газа? Ускорение свободного падения равно g.

9. Два маленьких одноименно заряженных шарика массами m_1 и m_2 соединены друг с другом невесомой нитью длиной l. Первоначально шарики покоятся, при этом нить натянута с силой T. Затем нить пережигают, дав шарикам возможность свободно двигаться. Определите расстояние между шариками L в тот момент, когда первый шарик имеет импульс p_1. Действием всех сил, кроме сил электростатического отталкивания, пренебречь.

10. Из 12 одинаковых непроводящих стержней собран каркас в форме куба (рис.8). Когда по сторонам куба AD и BC равномерно распределили одинаковые заряды, величина напряженности электрического поля и потенциал в центре куба – точке O – оказались равными E_0 и φ_0 соответственно. Какими станут напряженность поля E_1 и потенциал φ_1 в точке O, если такие же равномерно распределенные заряды дополнительно разместить на сторонах A_1B_1 и C_1D_1?

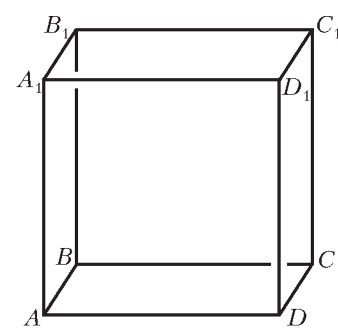

Рис. 8

11. Конденсатор емкостью $C_0 = 0,2$ мкФ заряжают до напряжения $U_0 = 360$ В и отсоединяют от источника. Затем к этому конденсатору подключают незаряженный конденсатор емкостью $C = 1,8$ мкФ, в результате чего последний заряжается. Отсоединив зарядившийся конденсатор, к конденсатору емкостью C_0 подключают второй незаряженный конденсатор емкостью C, который после зарядки отсоединяют, и так далее. Всего таким образом от конденсатора емкостью C_0 заряжаются $n = 20$ одинаковых конденсаторов емкостью C каждый, которые затем соединяют последовательно. Чему будет равно напряжение U на концах полученной цепи конденсаторов?

12. Электрическая схема, изображенная на рисунке 9, состоит из источника ЭДС, пяти одинаковых лампочек сопротивлением R каждая и переменного резистора. Каким нужно сделать сопротивление r переменного резистора, чтобы лампочка *1* светилась в 4 раза ярче, чем лампочка *2*? Считать, что яркость свечения лампочки пропорциональна тепловой мощности, выделяющейся в ней. Принять, что сопротивление лампочек не зависит от выделяющейся в них мощности.

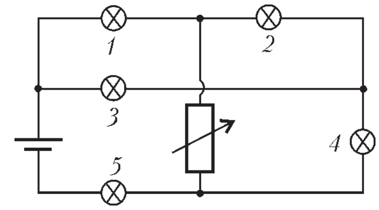

Рис. 9

13. Из двух кусков медной проволоки одинаковой длины и разного поперечного сечения изготовлен квадрат $ACDEA'$, разомкнутый в одной из

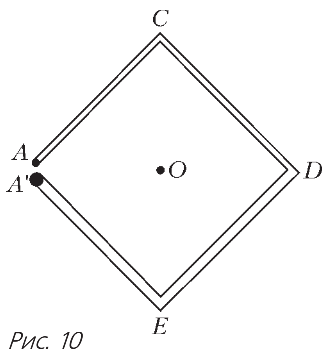

Рис. 10

вершин (концы проволок обозначены точками A и A' на рисунке 10). Площадь сечения проволоки на участке ACD вдвое меньше, чем на участке DEA'. Когда к точкам A и A' подключили источник постоянного тока, оказалось, что магнитная индукция в центре квадрата (точка O) равна B_0. Какова будет магнитная индукция B в центре квадрата, если соединить между собой точки A и A' и тот же источник подключить к вершинам A и D? Внутренним сопротивлением источника пренебречь. Расстояние между точками A и A' считать малым.

14. Заряженный конденсатор подключили к катушке индуктивности (рис.11), в результате чего в цепи возникли гармонические колебания. В момент, когда ток через катушку обратился в ноль, с помощью ключа K отсоединили эту катушку и вместо нее подсоединили катушку с вдвое большей индуктивностью. Во сколько раз изменились амплитуды колебаний тока и напряжения на катушке после этого?

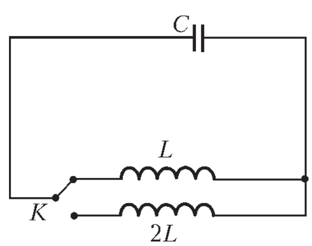

Рис. 11

15. На зеркальный шар падает узкий параллельный пучок света, ось которого проходит через центр шара. Диаметр отраженного от шара пучка, измеренный на расстоянии l = = 12 см от центра шара, оказался в $k = 2$ раза больше диаметра падающего пучка. Найдите радиус шара R. Углы падения световых лучей считать малыми.

16. По оси горизонтально расположенной трубы с внутренним диаметром d распространяется узкий световой пучок (рис.12). Труба заполнена жидкостью с показателем преломления n, движущейся с некоторой скоростью и вытекающей из открытого конца трубы свободной струей. Какова должна быть скорость течения жидкости v_0, чтобы пучок вышел в воздух при первом падении на границу струи? Изменением поперечного сечения струи при движении жидкости в воздухе пренебречь. Ускорение свободного падения равно g.

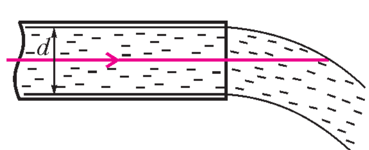

Рис. 12

17. Точечный источник света находится на главной оптической оси собирающей линзы на удвоенном фокусном расстоянии от нее (рис.13). Между источником и линзой перпендикулярно главной оптической оси расположен непрозрачный экран с маленьким отверстием, центр которого лежит на главной оптической оси. На какое расстояние b сместится изображение источника, если отверстие в экране перекрыть плоскопараллельной стеклянной пластинкой толщиной d = 1 см? Фокусное расстояние линзы F = 20 см, показатель преломления стекла n = 1,5. Углы падения и преломления считать малыми.

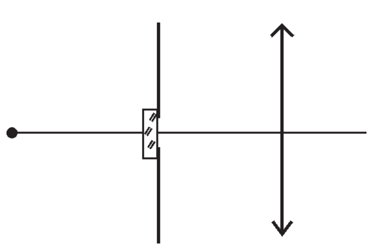
Рис. 13

18. Из тонкой плоскопараллельной стеклянной пластинки изготовлены три линзы (рис.14). Взяв вначале линзы *1* и *2*, прижали их вплотную друг к другу и направили вдоль их главной оптической оси параллельный пучок света диаметром d = = 3 см. При этом на экране, расположенном за линзами на расстоянии L = 20 см от них, образовалось светлое пятно диаметром $D_1 = 15$ см. Когда проделали то же самое с линзами *2* и *3*, прижатыми вплотную друг к другу, диаметр светового пятна на экране оказался равным $D_2 = 13$ см. Полагая, что линзы тонкие и диаметр падающего пучка меньше диаметра линз, найдите их фокусные расстояния F_1, F_2 и F_3.

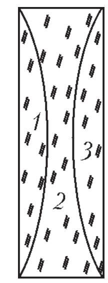

Рис. 14

19. Проводя облучение катода фотоэлемента пучком света мощностью W_1 с длиной волны λ_1, измерили величину тока насыщения. Затем катод фотоэлемента начали облучать светом с длиной волны λ_2. Какой должна быть мощность W_2 падающего на катод света, чтобы ток насыщения достиг той же величины, что и в первом случае? Квантовый выход фотоэффекта, т.е. отношение числа вырванных из катода электронов к числу падающих на его поверхность фотонов, в первом случае η_1, а во втором случае η_2.

20. Космический корабль, находящийся в состоянии покоя, проводит сеанс связи с Землей, направляя в ее сторону лазерный луч. На какое расстояние s от первоначального положения сместится корабль к окончанию сеанса связи, если мощность лазерного луча P = 60 Вт, масса корабля M = 10 т, продолжительность сеанса $\tau = 1$ ч? Скорость света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с. Влиянием всех небесных тел пренебречь.

Химический факультет

Письменный экзамен

Вариант 1

1. Сформулируйте первый закон термодинамики.

2. Что такое «инерциальная система отсчета»?

3. Два одноименных точечных заряда в вакууме сблизили, при этом сила взаимодействия между ними увеличилась в n = 4 раза. Во сколько раз изменилась (увеличилась или уменьшилась) энергия электростатического взаимодействия этих зарядов?

4. Электронный луч формирует изображение на экране телевизора, перемещаясь по экрану электронно-лучевой трубки (кинескопа). При создании одного изображения (кадра) размером L = 36 см по горизонтали и H = 24 см по вертикали луч прочерчивает на экране N = 625 горизонтальных строк. Средняя скорость движения луча по вертикали v = 6 м/с. С какой скоростью перемещается светящееся пятно по горизонтальной строке экрана? Временем обратного хода луча пренебречь.

5. Найдите работу, совершенную одним молем идеального газа в процессе *1–2*, представленном на рисунке 15. Считать *1–2* участком параболы. Необходимые пара-

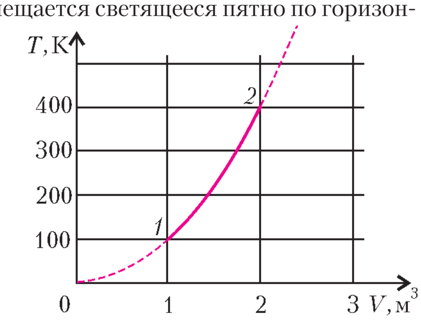

Рис. 15

метры газа в состояниях *1* и *2* определите по графику. Принять $R = 8{,}3$ Дж/(моль · К).

6. Ионы, пройдя из состояния покоя ускоряющую разность потенциалов $\Delta\varphi$, попадают в однородное магнитное поле, перпендикулярное скорости их движения. Во сколько раз увеличится радиус кривизны траектории ионов, если $\Delta\varphi$ увеличить в четыре раза? Ответ обоснуйте.

7. Точка совершает гармонические колебания вдоль оси x с амплитудой A = 5 см и частотой $\omega = 5\ \text{с}^{-1}$. Найдите величину ускорения точки в те моменты, когда ее скорость равна v = 6 см/с.

8. На гладком горизонтальном полу находится прямоугольный клин, опирающийся торцом о неподвижную вертикальную стенку (рис.16). По наклонной грани клина соскальзывает без трения брусок массой m = 0,1 кг. С какой силой клин давит на пол, если ускорение бруска $a = 5$ м/с^2? Масса клина M = 0,2 кг. Принять $g = 10$ м/с^2.

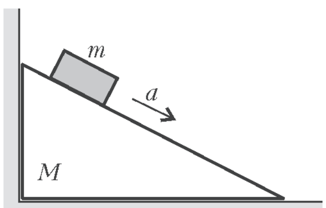

Рис. 16

9. Прямоугольная стеклянная призма помещена на пути параллельного пучка световых лучей, падающих по нормали на ее боковую грань (рис.17). При этом на экране, расположенном за призмой на расстоянии L = 1 м от ее передней грани, наблюдается темная полоса шириной Δx = 5 см. Найдите преломляющий угол при вершине призмы φ, считая его малым. Показатель преломления стекла n = 1,5.

Указание. Считать синусы и тангенсы малых углов равными самим углам (в радианах). Дифракционные и интерференционные явления не учитывать.

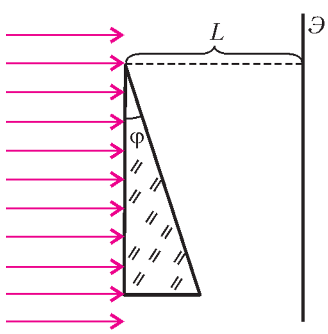

Рис. 17

10. На прямолинейный медный проводник с током длиной l = 10 см и площадью поперечного сечения S = 1 мм^2 в магнитном поле с индукцией B = 0,2 Тл действует максимальная сила F = 0,03 Н. Оцените дрейфовую скорость (скорость направленного движения) электронов в этом проводнике. Плотность меди $\rho = 8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3, ее молярная масса $\text{M} = 64 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Считать, что на один атом меди приходится 1 электрон проводимости. Число Авогадро $N_\text{А} = 6 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$, заряд электрона $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Вариант 2

1. Сформулируйте закон всемирного тяготения.

2. Что такое «внутренняя энергия термодинамической системы»?

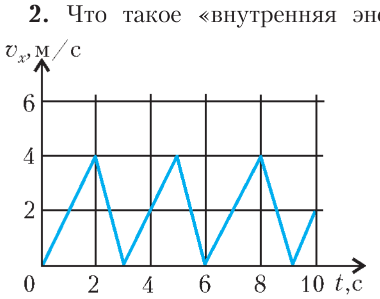

Рис. 18

3. Зависимость проекции скорости точки на ось x от времени задана графиком, приведенным на рисунке 18. Найдите величину средней скорости точки за один период.

4. Магнитный поток через поверхность, ограниченную проводящим контуром, меняется во времени по гармоническому закону, представленному на рисунке 19. Найдите амплитуду возникающей в контуре ЭДС индукции.

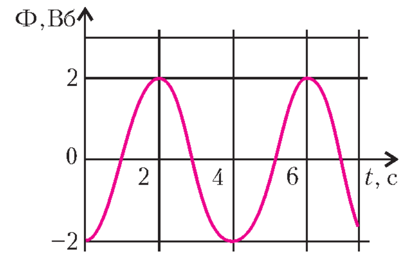

Рис. 19

5. В комнате около стены находится плоское прямоугольное зеркало. Его верхняя граница расположена на высоте h = 1,5 м от пола. На противоположной стене закрепляют небольшую лампочку. На какой минимальной высоте от пола следует закрепить лампочку, чтобы свет, отразившись от зеркала, не попадал на стену?

6. В схеме, приведенной на рисунке 20, ЭДС источников тока равны $\mathcal{E}_1 = 6$ В и $\mathcal{E}_2 = 12$ В. Емкость первого конденсатора $C_1 = 10$ мкФ, его заряд $q_1 = 1 \cdot 10^{-5}$ Кл. Найдите электроемкость C_2 второго конденсатора.

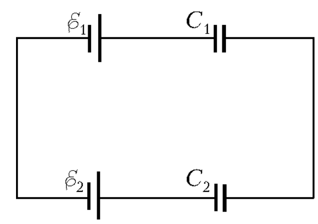

Рис. 20

7. Небольшой шарик, прикрепленный к нити длиной L = 0,4 м, движется по окружности в вертикальной плоскости. Скорость шарика при прохождении нижнего положения v = 6 м/с. Найдите ускорение шарика в верхней точке траектории. Нить считать нерастяжимой. Принять $g = 10$ м/с^2.

8. Открытый цилиндрический сосуд перевернули вверх дном и опустили в воду так, что дно сосуда оказалось на уровне воды. На сколько градусов должен быть нагрет воздух в погруженном сосуде, чтобы вода была полностью вытеснена из него? Высота сосуда h = 25 см. Температура воздуха над водой $t = 27$ °С. Плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м^3. Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па.

9. При напряжении U = 600 В сила тока в обмотке двигателя троллейбуса I = 187,5 А. Коэффициент полезного действия двигателя $\eta = 80\%$. Троллейбус движется со скоростью v = 54 км/ч. Найдите силу тяги, развиваемую двигателем.

10. Точечный источник света находится на главной оптической оси линзы на расстоянии d = 60 см от нее. Оптическая сила линзы $D_1 = +2{,}5$ дптр. За этой линзой расположена еще одна линза – с оптической силой $D_2 = -5$ дптр так, что их главные оптические оси совпадают. При каком расстоянии между линзами свет, пройдя сквозь обе линзы, выйдет параллельным пучком?

Публикацию подготовили С.Аввакумов, А.Бегунц, П.Бородин, С.Волошин, В.Воронин, Н.Григоренко,Е.Григорьев, Д.Денисов, А.Зотеев, Ю.Киселев, С.Козлов, И.Ломов, Г.Медведев, А.Невзоров, В.Панферов, В.Погожев, А.Разгулин, С.Самсонов, И.Сергеев,А.Склянкин, В.Ушаков, Е.Хайлов, С.Чесноков, Е.Шикин, А.Щеглов, Б.Щедрин